

МЕТОДИКА ВЫКЛАДАНИЯ

МЕТОДИКА ВЫКЛАДАНИЯ МАТЕМАТИКИ

УДК 371.016:51

З.А. Сердюк,

*кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики
и методики обучения математике Черкасского национального
университета имени Б. Хмельницкого*

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В КЛАССАХ ОБЩЕСТВЕННО-ГУМАНИТАРНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Основные положения Национальной доктрины развития образования в Украине [1] определяют в качестве приоритетных такие направления образовательных реформ, которые способствуют росту интеллектуального, культурного, духовно-нравственного потенциала общества в целом и каждого его гражданина в отдельности, росту самостоятельности и самодостаточности личности, ее творческой активности. Реализация данных установок должна укрепить демократические основы гражданского общества и ускорить его развитие. Современные реформы образования в Украине характеризуются усилением внимания к ученику, его всестороннему развитию, умению найти свое место в обществе и иметь возможность максимально в нем самореализоваться. В связи с этим украинская школа одну из основных своих целей видит в достижении развития тех способностей личности, которые нужны и человеку, и обществу. Учитывая это, в старшем звене общеобразовательной школы Украины вводится профильное обучение.

В соответствии с Концепцией профильного обучения в старшей школе [2], профильность обучения реализуется следующими направлениями: общественно-гуманитарным, естественно-математическим, технологическим, художественно-эстетическим, спортивным. К общественно-гуманитарному направлению принадлежат такие профили: филологический, историко-правовой, экономический, юридический, лингвистический и др.

Согласно данной Концепции, математика изучается на трех уровнях: уровне стандарта, академическом, профильном. В новых программах по математике, созданных в соответствии с уровнями обучения, определены: основная цель, задачи изучения математики,

требования к уровню математической подготовки учащихся.

Математика (как два отдельных предмета – алгебра и начала анализа и геометрия – либо как интегрированный предмет) является обязательной учебной дисциплиной для каждого направления профилизации. В классах общественно-гуманитарного направления (ОГН) математика изучается как непрофильная дисциплина, имеющая общеразвивающее значение. Поскольку цели изучения математики в классах ОГН, а значит, и объем учебного содержания, и уровень строгости его изложения отличаются принципиально, то степень погружения учащихся в предмет носит название «уровень стандарта». Предполагается, что выпускники таких классов не будут продолжать математическую подготовку в вузах.

Неоценимость вклада математического образования в общее развитие учащихся (по данным комиссии Европейского математического общества [3]) заключается в том, что изучение математики способствует интенсивному формированию у школьников способности доказательно и непротиворечиво рассуждать, анализировать, сравнивать, обобщать и т. д., в целом, умений делать правильные выводы и строить реалистичные прогнозы. Поэтому неотъемлемой составляющей обучения математике в классах ОГН является формирование у учащихся приемов умственной деятельности (ПУД). Согласно данным психолого-педагогической науки, приемы умственной деятельности – это способы, с помощью которых осуществляется умственная деятельность и которые могут быть выражены в виде перечня действий [4–5]. К основным ПУД относятся: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, аналогия, обобщение, конкретизация, систематизация, классификация [4–5].

Практика обучения показывает, что процесс формирования ПУД у школьников в основном происходит стихийно, неконтролируемо. Ученики, а иногда и учителя, не понимают значения математического образования для общего развития человека. Вследствие этого обучение математике в классах ОГН имеет многочисленные недостатки и не дает желаемых результатов.

Результаты анкетирования старшеклассников, обучающихся в классах ОГН, показали, что свой профиль обучения они выбирают по разным причинам: решение родителей (около 46 %), совет учителей (почти 12 %), совет друзей (около 8 %), собственный выбор (29 %), другие причины (5 %), среди которых основной причиной является отсутствие выбора [9]. Во многих школах, особенно в сельских, функционирует только один, реже два старших класса в параллели, профиль которых определяется администрацией школы или на общих родительских собраниях. Ученики зачастую не имеют возможности сами выбирать, а подчиняются обстоятельствам. Среди учеников, обучающихся по выбранному профилю, лишь около 22 % связывают его со своим дальнейшим обучением и выбором профессии, не связывают – 52 %, не определились – 24 %. При этом наблюдается такая закономерность: большинство (около 86 %) тех учащихся, которые учатся в классах ОГН по совету родителей, с последующим выбором профессии этот выбор не связывают. Самы учащиеся классов ОГН оценили свою заинтересованность математикой по 10-балльной шкале в среднем в 6,2 балла, а важность и необходимость ее изучения для будущей профессии – в 7 баллов. Эти данные указывают на противоречие между общим мнением о том, что гуманитариям не нужна математика, и реальной картиной. Трудности у учащихся классов ОГН в изучении математики чаще всего возникают из-за недостаточной мотивации изучения некоторых программных тем; нехватки времени вследствие большой загруженности изучением других (профильных) предметов; сложности в усвоении теоретического материала по математике, особенно стереометрии; отсутствия связи между теоретическим материалом и его практическим применением. Анкетирование учителей математики и учащихся старших классов, результаты внешнего независимого оценивания свиде-

тельствуют о том, что качество обучения математике в классах общественно-гуманитарного направления с каждым годом снижается.

Таким образом, неотложной становится проблема разработки организационно-методического обеспечения учебного процесса, которое позволило бы целенаправленно формировать ПУД у учащихся классов ОГН в процессе изучения математики. Психологические и дидактические особенности обеспечения интеллектуального развития учащихся в процессе обучения выделены в работах ученых Д.Н. Богоявленского, Г. Вейля, Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, И.А. Зимней, Е.Н. Кабановой-Меллер, З.И. Калмыковой, В.А. Крутецкого, А.И. Кузьминского, Н.А. Менчинской, В.Ф. Паламарчук, А.И. Раева, С.Л. Рубинштейна, Н.Ф. Талызиной, Л.Н. Фридмана, М.Н. Шардакова, И.С. Якиманской и др.

Вопросы усовершенствования математической подготовки учащейся молодежи в различных звеньях образования исследовались в работах математиков-методистов И.А. Акуленко, М.И. Башмакова, В.Г. Бевз, Г.П. Бевза, М.И. Бурды, А.И. Глобина, Я.И. Груденова, В.А. Гусева, Г.В. Дорофеева, Ю.М. Колягина, В.Г. Моториной, В.М. Осинской, Г.И. Саранцева, С.П. Семенца, О.И. Скафы, С.А. Скворцовой, З.И. Слепкань, Н.А. Тарасенковой, Т.Н. Хмары, О.С. Чашечниковой и др.

Некоторые аспекты обучения математике в старших классах профильной школы изучались в диссертационных работах методистов С.В. Ивановой (формирование геометрических умений старшеклассников школ (классов) гуманитарного профиля), Н.Я. Игнатенко (активизация учебно-познавательной деятельности учащихся старших классов при изучении математики), И.В. Сверчевской (изучение геометрических тел в общеобразовательной школе), И.М. Смирновой (научно-методические основы преподавания геометрии в условиях профильной дифференциации обучения) и др.

Анализ психолого-педагогической литературы показал, что в процессе обучения важно не только овладение учащимися приемами умственной деятельности, но и их практическое применение к любому материалу. Учащиеся должны понимать, что каждый учебный предмет имеет свою специфику, но умения анализировать, синтезировать, сравнивать, абстрагировать, проводить аналогию, обобщать, конкретизировать, систематизировать,

классифицировать, которые сформированы при изучении математики, в дальнейшем можно использовать и при изучении других школьных предметов.

Нами выявлено, что приемы умственной деятельности и приемы учебной работы неразрывно связаны между собой. Каждый прием учебной работы включает в себя комплекс приемов умственной деятельности, среди которых один прием является *доминантным* для данного приема учебной работы, а все остальные – *сопутствующими*. Уровень сформированности у учащихся доминантного ПУД можно выявлять через сформированность соответствующего ему приема учебной работы.

К основным объектам усвоения курса математики старшей школы на уровне стандарта относятся: понятия, математические факты (аксиомы, теоремы, формулы, соотношения) и способы деятельности (правила, алгоритмы, способы решения задач и доказательства математических утверждений), изучаемые в минимальном объеме и на низком уровне строгости. В наших исследованиях выделена специфика их знаково-символических оболочек, приведены данные о распространенных конфликтах между содержанием и возможными формами его фиксации во внешнем плане (так называемые «конфликты между визуальным и логическим»). В данном контексте охарактеризованы типичные ошибки и затруднения учащихся классов ОГН, возникающие при изучении математики [6]. Для примера рассмотрим следующую задачу.

Задача [7, с. 52]. Упростите выражение $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Для решения задачи необходимо выполнить следующие действия:

1) проанализировать условие задачи, определить цель – упростить выражение, используя основное тригонометрическое тождество;

2) сгруппировать второе и третье слагаемые и вынести общий множитель за скобки:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha &= \\ &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha); \end{aligned}$$

3) свернуть выражение в скобках как тригонометрическую единицу:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot 1;$$

4) упростить полученное выражение:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot 1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

На третьем этапе возможно появление конфликта между визуальным и логическим. В частности, школьники могут неправильно применить основное тригонометрическое тождество, не учитывая при этом порядок выполнения действий в выражениях со скобками, а именно:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) &= \\ &= 1 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1 \cdot 1 = 1. \end{aligned}$$

Понятно, что в этом случае в решении будет допущена ошибка, но в обоих случаях, и при правильном решении, и при неправильном, будет получен один и тот же ответ. Однако ход решения во втором случае был бы ошибочным, и это обязательно нужно проанализировать вместе с учащимися.

В процессе усвоения и применения математических знаний используются не только отдельные ПУД, но и их комплексы. Нами установлено, что при изучении понятий, математических фактов и способов деятельности выполняются родственные действия: 1) «подведение под ... (понятие, факт, способ деятельности)», когда выявляется принадлежность конкретного предмета к понятию (или соответствие между конкретным соотношением и математическим утверждением, или между конкретной последовательностью действий и математическим правилом); 2) «выведение следствий», когда из сведений о принадлежности предмета к понятию (или о том, что данное соотношение является конкретизацией математического утверждения, а данная последовательность действий – конкретизацией математического правила) делается вывод о наличии у данного предмета (соотношения, последовательности действий) всех свойств данного понятия (математического утверждения, математического правила). Действия «подведение под ... (понятие, факт, способ деятельности)» и «выведение следствий» целесообразно считать комплексными ПУД.

Согласно содержательным особенностям и государственным требованиям Украины к общеобразовательной подготовке учащихся на уровне стандарта, часть математических понятий, фактов и способов деятельности не требует такого же уровня строгости обоснований, как на академическом или профильном уровнях. Поэтому предлагаем выделить такие

понятия, как «точные знания об объекте усвоения» и «представление об объекте усвоения». В частности, о наличии у ученика представления о понятии (факте, способе деятельности) свидетельствует его умение выбрать нужный предмет (соотношение, последовательность действий) среди предложенных. Под *точным знанием* о понятии (факте, способе деятельности) понимаем: умение ученика сформулировать определение (утверждение, умозаключение), способность провести его содержательный анализ, умение осуществлять обоснованное подведение под понятие (факт, способ деятельности) и выведение следствий. Поскольку, в соответствии с программой по математике [6], уровень строгости усвоения понятий (фактов, способов деятельности) для разных уровней обучения математики разный, то и методика формирования этих понятий (фактов, способов деятельности) должна отличаться.

В соответствии с критериями к оцениванию учебных достижений учащихся [8], можно выделить следующие требования к результатам усвоения математических понятий и фактов на уровне стандарта:

1) на начальном уровне ученик распознает одно из нескольких предлагаемых ему понятий или фактов; сопоставляет несколько понятий или фактов по их свойствам;

2) на среднем уровне ученик воспроизводит определение математического понятия или формулировку факта и иллюстрирует его;

3) на достаточном уровне ученик применяет математические понятия и факты, их свойства для решения заданий в знакомых ситуациях;

4) на высоком уровне – свободно владеет математическими понятиями и фактами и умеет их применять в разных ситуациях.

Нами установлено, что формирование у учащихся приемов умственной деятельности при изучении математики может происходить как в активном, так и в фоновом режиме, когда цель овладения умением анализировать (синтезировать, сравнивать, абстрагировать, проводить аналогию, обобщать, конкретизировать, систематизировать, классифицировать) прямо не ставится, но достигается как побочный результат в ходе реализации других учебных целей. Рассмотрим пример.

Задача [9, с. 40]. Правильно ли, что для любого действительного значения x и целого n выполняется равенство $\sin x = \sin(x + 2\pi n)$?

Во время решения таких задач школьники испытывают трудности прежде всего в выборе

способа решения. Поэтому стоит предложить им несколько наводящих вопросов, учитывая при этом, что периодичность функций они будут изучать немного позже.

1. Какую тригонометрическую формулу нужно использовать для того, чтобы разложить правую часть данного равенства?

Ожидаемый ответ:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta.$$

2. Какими будут аргументы α и β в нашем случае?

Ожидаемый ответ: $\alpha = x$, $\beta = 2\pi n$.

3. Чему будет равно значение выражения $\sin 2\pi n$, если вместо n подставить числа 0, 1, 2, 3?

Ожидаемый ответ: $\sin 0 = 0$, $\sin 2\pi = 0$, $\sin 4\pi = 0$, $\sin 6\pi = 0$.

4. Чему будет равно значение выражения $\sin 2\pi n$, если вместо n подставить числа -1 , -2 , -3 ?

Ожидаемый ответ: $\sin(-2\pi) = 0$,

$$\sin(-4\pi) = 0, \sin(-6\pi) = 0.$$

5. Чему будет равно значение выражения $\sin 2\pi n$ для любого целого n ?

Ожидаемый ответ: $\sin 2\pi n = 0$.

6. Чему будет равно значение выражения $\cos 2\pi n$, если вместо n подставить числа 0, 1, 2, 3?

Ожидаемый ответ: $\cos 0 = 1$, $\cos 2\pi = 1$, $\cos 4\pi = 1$, $\cos 6\pi = 1$.

7. Чему будет равно значение выражения $\cos 2\pi n$, если вместо n подставить числа -1 , -2 , -3 ?

Ожидаемый ответ: $\cos(-2\pi) = 1$,

$$\cos(-4\pi) = 1, \cos(-6\pi) = 1.$$

8. Чему будет равно значение выражения $\cos 2\pi n$ для любого целого n ?

Ожидаемый ответ: $\cos 2\pi n = 1$.

9. Чему будет равно значение правой и левой частей данного равенства с учетом значений выражений $\cos 2\pi n$ и $\sin 2\pi n$ для любого целого n ?

Ожидаемый ответ: $\sin x$.

Предлагаемая система вопросов способствует формированию у учеников ПУД в фоновом режиме, а именно: анализ – синтез (вопросы 1–4), аналогия (вопросы 1–2), сравнение (вопросы 1–2, 3–4, 5–6), обобщение (вопросы 5–6).

Во время изучения новых математических фактов (теорем, формул) для учащихся клас-

сов ОГН особенно важным является закрепление и применение этих фактов [6; 10]. Для организации их использования необходимо создать систему задач, направленных на отработку усвоенных знаний, навыков и умений. Система задач должна удовлетворять следующим требованиям: 1) отработка определенного математического факта (формулы, теоремы) в прямой формулировке; 2) отработка определенного математического факта (формулы, теоремы) в не прямой формулировке; 3) каждая задача должна содержать по меньшей мере три идентичных набора числовых значений; 4) способствовать формированию ПУД в фоновом режиме; 5) систему задач нужно строить с нарастанием уровня сложности.

В результате разноаспектного анализа процесса обучения математике в классах ОГН нами выявлен ряд требований к созданию методической системы обучения математике в таких классах. Учебный процесс по математике в классах ОГН должен быть организован с учетом системного, праксеологично-деятельностного, личностно ориентированного, компетентностного и семиотического подходов. В подборе и структурировании содержания обучения нужно учитывать принципы уровневой дифференциации (В.М. Монахов, В.А. Орлов, В.В. Фирсов) [7], а именно: 1) формирование опоры, то есть все учащиеся должны усвоить обязательный минимум знаний, определенный соответствующими нормативными документами; 2) выделение и открытое предъявление всем учащимся уровня обязательной подготовки; 3) установление уровня обязательных требований и уровня обучения; 4) добровольность в выборе каждым учеником уровня усвоения и отчетности; 5) соответствие содержания контроля и оценки знаний уровневому подходу. При постановке целей обучения математике в классах ОГН нужно учитывать: 1) иерархию целей; 2) требования государственного стандарта; 3) требования программы по математике для старших классов (уровень стандарта); 4) уровень сформированности у учащихся ПУД.

Как показали наши исследования, в процессе обучения математике в классах ОГН наиболее эффективно: представление нового материала небольшими порциями (*мини-блоками*); организация усвоения каждого мини-блока как относительно самостоятельного ди-

дактического цикла, а в совокупности мини-блоков, вынесенных на отдельный урок, как интегрирующего дидактического цикла; преимущественное использование объяснительно-иллюстративного и репродуктивного методов обучения, что не исключает применения элементов эвристического обучения математике и информационно-коммуникационных технологий, создание и использование дидактически взвешенной системы вопросов и заданий, привязанных к каждому объекту усвоения (понятию, математическому факту, способу деятельности); организация групповой (на этапах усвоения, закрепления новых знаний), фронтальной (на этапах усвоения новых знаний, их закрепления и повторения, а также отработки навыков и умений) и индивидуальной работы учащихся.

Например, на уроке по теме «Решение показательных уравнений» (алгебра и начала анализа, 11 класс) стоит разбить учебный материал на мини-блоки, а именно: 1) решение наиболее простых показательных уравнений; 2) решение показательных уравнений способом сведения обеих частей показательного уравнения к общему основанию; 3) решение показательных уравнений способом сведения к квадратному уравнению; 4) решение показательных уравнений способом вынесения общего множителя за скобки. Усвоение каждого мини-блока целесообразно проводить по следующей схеме: 1) восприятие и осознание нового материала; 2) усвоение нового материала; 3) закрепление изученного материала; 4) отработка навыков и умений в процессе решения задач.

Таким образом, для выполнения государственных требований к уровню общеобразовательной подготовки школьников необходимо овладеть определенной совокупностью умений, которые предусматривают применение ПУД. Владение ПУД дает школьникам возможность повысить производительность учебной деятельности, улучшить качество самостоятельной работы. Развитию математического мышления учащихся классов ОГН и повышению уровня их учебных достижений по математике способствует использование в обучении системы заданий, направленной на формирование ПУД. Она должна быть построена с учетом как содержательных, так и семиотических особенностей основных объектов усвоения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Національна доктрина розвитку освіти // Освіта України. – 2002. – 23 квіт. (№ 33). – С. 4–6.
2. Концепція профільного навчання у старшій школі // Математика в школі, 2006. – № 1. – С. 2–7.
3. Тарасенкова, Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики : монографія / Н.А. Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-плюс, 2002. – 400 с.
4. Кабанова-Меллер, Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся / Е.Н. Кабанова-Меллер. – М.: Просвещение, 1968. – 288 с.
5. Формирование приемов математического мышления: сб. ст. / под ред. Н.Ф. Талызиной. – М.: ТОО «Вентана-Граф», 1995. – 232 с.
6. Сердюк, З.О. Формування деяких розумових дій у процесі вивчення математичних понять / З.О. Сердюк // Дидактика математики: Проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2008. – Вип. 29. – С. 95–99.
7. Бурда, М.І. Математика, 10–11: навчальний посібник для шкіл, ліцеїв та гімназій гуманіт. профілю / М.І. Бурда, О.С. Дубинчук, Ю.І. Мальований. – К.: Освіта, 2006. – 287 с.
8. Математика. 5–12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Перун, 2005. – 64 с.
9. Бевз, Г.П. Математика: пробний підручник для 10–11 кл. шк., ліцеїв, гімназій гуманіт. профілю / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: ТОВ «Бліц», 2005. – 256 с.
10. Иванова, С.В. Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю: дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / С.В. Иванова. – Київ, 1999. – 178 с.
11. Монахов, В.М. Дифференциация обучения в средней школе / В.М. Монахов, В.А. Орлов, В.В. Фирсов // Советская педагогика. – 1990. – № 8. – С. 42–47.
12. Сердюк, З.О. Порівняльний аналіз завдань з математики ЗНО та підручників для суспільно-гуманітарного профілю / З.О. Сердюк // Педагогічні науки: зб. наук. праць. – Суми: Видавництво СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2008. – Ч. 3. – С. 412–419.

SUMMARY

The article describes the current state of teaching mathematics at social-humanitarian schools and classes of Ukraine; reveals the difficulties that occur in students among humanist in the study of mathematics; shows the effective ways of building the learning process of mathematics. It has been established that mastering by high school students of mental techniques with the help of mathematical material allows to improve the performance of self-teaching and learning of high school students, promotes a more intensive development of their symbolic function of mind, expanding the scope of common learning skills, personal growth. Each method includes a set of training methods of intellectual activity, among which one method is dominant for the given mode of academic work, and the others are supporting. This allows to determine the level of formation of the dominant method of mental activity according to the level of formation of the corresponding method of academic work. The article has identified a number of requirements for the establishment of methodical study of mathematics in classes of social-humanitarian direction.

Поступила в редакцію 05.11.2013 г.