

УДК 378.016:517.518.1

Н.В. Третяк,
старший преподаватель кафедры математики
и методики преподавания математики Черкасского
национального университета имени Богдана Хмельницкого

ПРОМАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИСТОРИЗМЫ В КУРСЕ ТЕОРИИ МЕРЫ И ИНТЕГРАЛА

«...всякое обучение становится ярче,
богаче от каждого соприкосновения
с историей изучаемого предмета»

Ж.А. Пуанкаре

В последнее десятилетие интерес к математической культуре различных категорий обучающихся и проблемам, связанным с ее формированием, значительно повысился. Об этом свидетельствует большое количество публикаций и диссертационных исследований. Причина этого в существенно возросших и продолжающих возрастать требованиях к профессионализму и компетентности специалистов, призванных обслуживать и развивать «новую экономику» – экономику инновационную, экономику знаний. Высокая математическая культура для таких специалистов – важнейшая, практически необходимая характеристика. Подробнее об этом написано в [1–2].

Несмотря на обилие публикаций, посвященных формированию математической культуры, поиск приемлемого для большинства исследователей определения индивидуальной математической культуры продолжается. В данной статье мы будем исходить из следующего ее определения [3]. Математическая культура (индивидуальная) – это интегральная характеристика личности, фиксирующая во всей полноте на данный момент времени способность этой личности адекватно воспринимать доступную ее пониманию математическую составляющую научной картины мира и выстраивать в соответствии с этим восприятием свою образовательную, профессиональную, общественную деятельность, творить свои морально-этический и эстетический идеалы.

Индивидуальную математическую культуру мы представляем как сложную систему взаимно зависимых, взаимно обусловленных качеств личности – элементов математической культуры: математических знаний, умений и навыков, предпочтений, устремлений, эстетических вкусов и даже некоторых частных (по отношению к математической) культур, например, культуры математической речи, графической, знаково-символьной куль-

туры, культуры мышления, коммуникационной математической культуры...

Сформированность, развитость составных частей – элементов математической культуры, их сбалансированность и гармоническое сочетание определяют сформированность самой математической культуры – так называемый уровень математической культуры.

Постановка проблемы. Формирование математической культуры студентов математических специальностей университетов происходит, главным образом, в процессе изучения математических дисциплин, предусмотренных учебным планом. Поэтому, естественно, представляют интерес проблемы выявления и исследования возможностей каждой из них по формированию математической культуры студентов. В нашем случае такой дисциплиной является теория меры и интеграла (ТМИИ), а проблемой – выявление и изучение математико-культурного потенциала ТМИИ, то есть имеющихся в этом курсе возможностей и средств для формирования математической культуры студентов. В рамках этой проблемы мы касаемся лишь вопросов использования так называемых проматематических историзмов для формирования математической культуры студентов.

Понятие проматематического историзма (ПМИ) определяем следуя работе [4] и толкуем двояко:

- 1) это всякого рода историко-математические сведения и рассказы (истории) о математике и математиках;
- 2) это фрагмент лекции, практического занятия, консультации или беседы, посвященный рассмотрению, обсуждению того или иного ПМИ в первом толковании.

Такая неоднозначность толкования ПМИ не вызывает недоразумений. Из контекста всегда ясно, о чем идет речь. Термин «проматематический» мы увязываем с латинским *pro (pro et contra* – за и против) как свидетельствующим (за) в пользу математики.

Из определения ПМИ видно, что последние касаются не только и не столько истории математики, сколько самой математики, ее места и роли в духовной культуре человечества, ее связей с различными сферами человеческой деятельности.

Цель статьи – предложить вниманию читателя своего рода классификацию ПМИ, а также некоторые рекомендации по использованию ПМИ для формирования элементов математической культуры студентов в процессе изучения математических дисциплин, в частности ТМИИ. Мы осознаем несовершенство и неполноту такой классификации и поэтому в дальнейшем будем называть ее перечнем. В ее основу положен тематический подход. Отсюда проистекает первоначальное разделение, возможно, несколько условное, ПМИ на три группы: 1) о собственно математике; 2) об истории математики; 3) о связях математики с самыми различными сторонами человеческой деятельности

Для проматематических историзмов предлагается следующий перечень.

1. Группа ПМИ о собственно математике.

1. ПМИ о тех или иных разделах классической или современной математики. Пример – ПМИ об эргодической теории.
2. ПМИ о современных крупных математических достижениях. Пример – ПМИ о доказательстве гипотезы Пуанкаре.
3. ПМИ о перспективных направлениях современной математики и о перспективах развития самой математики, пример – ПМИ о теории нечетких множеств.
4. ПМИ о философии математики. Пример – ПМИ «Что такое доказательство?».
5. ПМИ о математике как профессии и призвании. Пример – ПМИ «Математики о математике».
6. ПМИ о профессиональных наградах, премиях для математиков, о лауреатах этих наград. Пример – ПМИ «Медаль Филдса».
7. ПМИ о международных математических конгрессах и других международных организациях математиков. Пример – ПМИ «Второй Международный конгресс математиков. Проблемы Гильберта».

2. Группа ПМИ об истории математики.

1. ПМИ об историческом фоне, на котором происходили значимые математические явления или проходила жизнь и творчество выдающихся математиков. Пример – ПМИ «Что наша жизнь? – Игра. Франция времен Паскаля и Ферма».
2. ПМИ о замечательных математических открытиях и теоремах прошлого. Пример – ПМИ о теореме Радона-Никодима.

3. ПМИ о создании и дальнейшем развитии тех или иных математических теорий. Пример – ПМИ об истории теории меры «От Архимеда до Лебега».
 4. ПМИ об истории возникновения и дальнейшей эволюции математических понятий. Пример – ПМИ о понятии функции.
 5. ПМИ о возникновении и дальнейшей эволюции математических символов. Пример – ПМИ о символе интеграла.
 6. ПМИ о биографических данных известных математиков. Пример – ПМИ «Лебег и львовские математики».
 7. ПМИ о становлении, расцвете и дальнейшей судьбе тех или иных математических школ. Пример – ПМИ «Лузитания».
 8. ПМИ об известных учебных заведениях, в которых культивировалось (культивируется) изучение математики. Пример – ПМИ «Высшая Нормальная школа (Ecole le Normale Superieure)».
 9. ПМИ о поразительных, парадоксальных примерах, в свое время радикально изменивших представления многих математиков или в настоящее время способных изменить представления слушателей. Пример – ПМИ о функции Серпинского (функция Серпинского биективно отображает \mathbb{R} на себя и ее график всюду плотен в \mathbb{R}^2).
 10. ПМИ об опровержении «доказательств» некоторых теорем, ложных представлениях, ошибках, допускаявшихся даже известными математиками. Пример – ПМИ об одном свежем «доказательстве» великой теоремы Ферма и его опровержении.
 11. ПМИ об известных исторических задачах. Пример – ПМИ о задачах Архимеда.
- 3. Группа ПМИ о связях математики с различными сторонами человеческой деятельности.**
1. ПМИ о связях математики с другими науками: естественными, гуманитарными, социальными. Пример – ПМИ «Математика и экономика. Нобелевский лауреат Л.В. Канторович».
 2. ПМИ о связях математики с техникой, технологиями. Пример – ПМИ «Явления флаттера и шимми. Главный теоретик космонавтики М.В. Келдыш».
 3. ПМИ о связях математики с социально-экономической практикой повседневной жизни (массовое обслуживание, медицина, страховое дело и т. п.). Пример – ПМИ «Статистика продолжительности жизни».
 4. ПМИ о связях математики с искусством (музыка, поэзия, архитектура, скульптура). Пример – ПМИ «Тайны золотого сечения».

5. ПМИ о взаимоотношениях математики и религиозных учений, математики и атеизма. Пример – ПМИ «Нобелевские лауреаты о Боге».
6. ПМИ о связях математики с педагогикой и методикой преподавания математики в школах и вузах. Пример – ПМИ «Математико-статистические методы в педагогике».
7. ПМИ о математическом мышлении. Пример – ПМИ «Г. Вейль о математическом мышлении».
8. ПМИ о воспитательном эффекте занятий математикой. Пример – ПМИ «А.Я. Хинчин о воспитательном эффекте уроков математики».
9. ПМИ о математических способностях, их природе, проявлении, развитии, тестировании, о работе с математически одаренной молодежью. Пример – ПМИ «А.Н. Колмогоров и проблема развития математической одаренности».
10. ПМИ об ученических и студенческих математических олимпиадах, турнирах, соревнованиях. Пример – ПМИ «Анализ выступлений ученической сборной Черкасской области на Всеукраинских математических олимпиадах».
11. ПМИ о связях математики и культуры. Пример – ПМИ «Несколько цитат из книги Ю.И. Манина «Математика как метафора»».
12. ПМИ о связях математики и спорта. Пример – ПМИ «Поговорим о рекордах».
13. ПМИ, посвященные крылатым фразам, афоризмам выдающихся людей о математике. Пример – ПМИ «Математика – это больше чем наука, это язык. Н. Бор».
14. ПМИ об около математическом фольклоре, шутках, легендах, небылицах, анекдотах. Пример – ПМИ о легендарной расеянности Н. Винера.

Из самого определения ПМИ и предложенного их перечня легко усматривается их применимость для формирования практически всех элементов математической культуры студентов-математиков. Даже в таком несовершенном виде этот перечень позволяет достаточно эффективно собирать и классифицировать огромный, поистине неисчерпаемый запас знаний, фактов, примеров, образцов математической находчивости, прозорливости и интуиции в ПМИ, а последние подходящим образом включать в учебный процесс. Практика использования ПМИ в учебном процессе подсказала, что для удобства работы с ними как на стадии планирования, так и по факту проведения, все ПМИ следует разделить на три группы в зависимости от их продолжительности. Мы предлагаем ввести

в обиход краткие (до 2 минут), обычной (средней) продолжительности (от 2 до 5 минут) и длинные (от 5 до 10 минут) ПМИ. Это деление не постоянно, оно условно, поскольку практически любой ПМИ можно при желании перевести их одной группы в другую, уделив ему больше или меньше времени. Однако следует отметить, что чем длиннее ПМИ, тем реже они встречаются на учебных занятиях. А еще мы пришли к выводу, что эти же ПМИ следует различать в зависимости от того, планировалось ли их рассмотрение на занятии или они возникли спонтанно как реакция на происходящее на занятии. Ясно, что и это деление также условно. Для краткости и удобства обращения с такого рода ПМИ предлагаем сокращенные обозначения: кПМИ – краткий ПМИ; оПМИ – обычный ПМИ; дПМИ – длинный ПМИ; пПМИ – планируемый ПМИ; сПМИ – спонтанный ПМИ. Смысл других, представленных в таблице, сокращений – очевиден (таблица).

Таблица – Сокращения ПМИ

ПМИ	пПМИ	сПМИ
кПМИ	кпПМИ	ксПМИ
оПМИ	опПМИ	осПМИ
дПМИ	дпПМИ	дсПМИ

Нарабатывая рекомендации по использованию ПМИ, мы исходили из следующих, представляющихся нам обоснованными, установок:

- 1) математическая культура студента-математика – важнейшая интегральная характеристика его личности, во многом определяющая его профессиональную компетентность;
- 2) на формирование математической культуры студентов математических специальностей нацелен весь учебно-воспитательный процесс в университете;
- 3) формирование математической культуры студентов осуществляется непрерывно при изучении всех математических и не только математических дисциплин;
- 4) формирование математической культуры осуществляется во время математической деятельности (учебной, познавательной, творческой ...) и через эту деятельность;
- 5) процесс формирования математической культуры должен планироваться, координироваться, иметь необходимое психо-

лого-педагогическое, методическое и организационное обеспечение;

- 6) процесс формирования математической культуры предполагает постоянное: обновление содержания всех изучаемых математических дисциплин; осовременивание математического языка, терминологии и символики; совершенствование методики преподавания;
- 7) всяческие научно-методические и организационные новшества, способствующие повышению эффективности формирования математической культуры студентов, заслуживают внимания и поддержки;
- 8) центральной фигурой в организации и осуществлении процесса формирования математической культуры студентов является преподаватель. Это его высокие математическая культура, профессионализм, педагогическое мастерство, моральные и человеческие качества являются определяющими.

Исходя из этих установок, наработаны следующие рекомендации по включению ПМИ в учебные занятия по всем математическим дисциплинам, в том числе и ТМИИ. Они сводятся к тому, что:

- 1) каждая лекция, каждое практическое занятие и каждая консультация должны включать в себя несколько ПМИ;
- 2) каждое домашнее задание должно предусматривать либо знакомство с ПМИ, либо подготовку ПМИ для сообщения на практическом или ином занятии;
- 3) суммарное время, отведенное на ПМИ, не должно превышать 10 % времени занятия;
- 4) на каждую лекцию преподаватель готовит несколько пПМИ, один – опПМИ, остальные – кпПМИ. Эти пПМИ должны быть связаны с материалом лекции, органически дополнять и актуализировать его;
- 5) следует иметь в виду, что, обычно, не все кпПМИ найдут свое место в данной лекции. В связи с этим не нужно стремиться обязательно рассматривать их все, ведь на каждой лекции могут и должны иметь место еще несколько ксПМИ;
- 6) что касается практических занятий, то на каждом из них, за исключением двух или трех, пПМИ докладывают студенты, которые заранее получив от преподавателя темы, а при необходимости и материалы для этих ПМИ, специально готовятся. Это, как правило, кпПМИ, которые не исключают, а даже предполагают кпПМИ от преподавателя. Как и на лекциях, на практических занятиях всегда встречается несколько преподавательских ксПМИ;
- 7) консультации, беседы (индивидуальные и групповые) – не менее благодатное поле для ПМИ. Для них всегда найдутся время и место, если постоянно иметь в виду, что задача преподавателя – не только учить, но и воспитывать, содействовать формированию, становлению, самоутверждению своих учеников-студентов. Здесь нам представляются наиболее уместными кпПМИ и ксПМИ от преподавателя;
- 8) домашние и разного рода индивидуальные задания в обязательном порядке должны содержать вопросы, касающиеся тех или иных ПМИ. Это оправдано как несомненной пользой от знакомства и работы с такого рода информацией, а также наличием огромного количества литературных источников и их доступностью;
- 9) нам представляется, что кпПМИ могут и должны входить в качестве вопросов в задания для коллоквиумов, самостоятельных и контрольных работ и даже экзаменационных билетов. Таким образом актуализируется содержащаяся в этих ПМИ информация, подчеркивается ее важность;
- 10) на любом занятии появление ПМИ должно быть обоснованным, подготовленным всем предшествующим ходом событий как в идейно-содержательном плане, так и психологическом (снять накопившуюся усталость, переключить внимание, разрядить обстановку, вызвать заинтересованность...). Требования к таким ПМИ – быть уместными, не банальными, нести развивающий, воспитывающий математико-культурный заряд;
- 11) включение ПМИ в учебные занятия заметно стимулирует интерес к самостоятельным поискам, творческому усвоению как собственно математического, так и историко-математического материала, создает обстановку сопричастности, вовлеченности в процесс учения, постижения математики. Весьма желательно привлекать слабых студентов к подготовке сообщений ПМИ. Многие из них с большим желанием готовят пПМИ на практические занятия и выступают с ними. Благодаря сравнительно легкому материалу ПМИ для этих студентов увеличивается зона знаемого, что приводит к повышению их уверенности, самооценки и уменьшению психологического дискомфорта.

Проиллюстрируем сказанное выше примерами ПМИ, задействованных на первых лекции, практическом занятии и консультации, посвященных теме «Мера». Учебной рабо-

чей программой по теории меры и интеграла, действующей в Черкасском национальном университете, предусмотрено 6 лекционных часов, 6 часов практических занятий, 1 консультация на изучение этой темы. Столько же времени отводится на самостоятельную работу студентов по этой же теме. На лекции рассматривался дпПМИ, касающийся некой классификации функций $f: X \rightarrow Y$. Если X, Y рассматриваются как точечные множества, то f – отображение типа $(p - p)$. Если X – система множеств, а Y – точечное множество, то f – отображение типа $(s - p)$. Если X – точечное множество, а Y – система множеств, то f отображение типа $(p - s)$. Если X, Y – системы множеств, то f имеет тип $(s - s)$. Мера, внешняя мера, заряд, количество элементов множества – отображения типа $(s - p)$. На практическом занятии опПМИ касался биографии А. Лебега и атмосферы математической жизни Франции в начале XX века. Рассмотренный на консультации опПМИ касался роли К. Жордана в становлении теории меры. Рассмотренные на лекции, практическом занятии и консультации кспПМИ касались сужения, продолжения функции (в первую очередь на примерах школьной математики), безаргументного обозначения функции, сведений о Политехнической и Нормальной школах.

Выводы. Введенное понятие проматематического историзма (ПМИ) и предложенный

перечень ПМИ помогают более эффективно планировать и на учебных занятиях осуществлять формирование математической культуры студентов. Обоснованность рекомендаций по использованию ПМИ в учебном процессе подтверждается практикой преподавания различных математических дисциплин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильченко, А.Н. Математическая культура-основа подготовки специалистов инновационной экономики / А.Н. Ильченко, Б.Я. Солон // Современные проблемы науки и образования, 2010. – № 2. – С.119–129.
2. Розанова, С.А. Математическая культура студентов технических университетов / С.А. Розанова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 176 с.
3. Третяк, Н.В. До питання про математичну культуру / Н.В. Третяк // Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики. До 80-річчя з дня народження д-ра пед. наук, проф. З.І. Слєпкань. Тези доповідей: Міжнар. наук.-практ. конф. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. – 352 с.
4. Третяк, Н.В. Проматематичні історизми – важливий фактор формування математичної культури студентів / Н.В. Третяк // Проблеми математичної освіти (ПМО – 2013), м. Черкаси, 8–10 квітня 2013 р.: матеріали Міжнар. наук.-метод. конф. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю., 2013. – 300 с.

SUMMARY

The author's vision of the formation of the elements of mathematical culture by means of promathematical historicism in the study of the theory of measure and integral is presented in the article.

Поступила в редакцию 30.12.2013 г.