УДК 512.628

Т.С. Автушко,
аспирант кафедры функционального анализа БГУ

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В АЛГЕБРЕ МНЕМОФУНКЦИЙ

Введение. В работе исследуется задача Коши для линейного неоднородного дифференциального уравнения m-го порядка с обобщенными коэффициентами

$$\begin{cases} y^{(m)}(t)+a_m'(t)y^{(m-1)}(t)+\ldots+ \\ +a_2'(t)y'(t)+a_1'(t)y(t)+f'(t)=0, \\ y(0)=c_1, \\ y'(0)=c_2, \\ y''(0)=c_3, \\ \ldots, \\ y^{(m-1)}(0)=c_m, \end{cases} \tag{1}$$

где $t\in\boldsymbol{T}=[0,b]$, $c_i,b\in\mathbb{R}$, $f,a_i:\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$ – непрерывные справа функции ограниченной вариации, f', a_i' – их обобщенные производные, $i=\overline{1,m}$.

С помощью формальной замены

$$X_1(t)=y(t),X_2(t)=y'(t),\ldots,X_m(t)=y^{(m-1)}(t)$$

задачу (1) перепишем в виде системы m дифференциальных уравнений первого порядка, которая в матричном виде запишется так:

$$\begin{cases} X'(t)=L'(t)X(t)+F'(t),t\in\boldsymbol{T}, \\ X(0)=X_0. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $X(t)=\left(X_1(t),\ldots,X_m(t)\right)^T$,

$$X_0=(c_1,\ldots,c_m)^T,$$

$$L(t)=\left[L_{ij}(t)\right]_{i,j=1}^m,$$

$$L_{ij}(t)=\begin{cases} 0,i\neq j-1, \\ t,i=j-1, \end{cases}$$

$$i=\overline{1,m-1},j=\overline{2,m},$$

$$L_{mj}(t)=-a_j(t),j=\overline{1,m},$$

$$F(t)=\left(0,0,\ldots,0,-f(t)\right)^T,$$

T – знак транспонирования.

Рассматриваемая задача является некорректной, поскольку может содержать произведение обобщенных функций. На данный момент существует несколько способов трактовки решений таких классов дифференциальных уравнений (см., например, [1–4]).

В данной работе задача Коши (1) исследуется в прямом произведении алгебр мнемофункций. Общая конструкция таких алгебр была предложена в статье [5]. Задаче (2) ставится в соответствие задача в дифференциалах, исследуется вопрос существования и единственности решения этой задачи в алгебре мнемофункций, находятся и исследуются ассоциированные решения. Подобные вопросы были исследованы в работе [6] для линейного дифференциального уравнения второго порядка с обобщенными коэффициентами.

Задаче Коши (2) в алгебре мнемофункций поставим в соответствие задачу в дифференциалах (см., например, [6])

$$\begin{cases} d_{\tilde{h}}\tilde{X}(\tilde{t})-d_{\tilde{h}}\tilde{L}(\tilde{t})\tilde{X}(\tilde{t})-d_{\tilde{h}}\tilde{F}(\tilde{t})=\tilde{\tilde{0}},\tilde{t}\in\tilde{T}, \\ \tilde{X}\big|_{[\tilde{0},\tilde{h})}=\tilde{X}_0(\tilde{t}), \end{cases} \tag{3}$$

которая на уровне представителей имеет вид следующей конечно-разностной задачи с осреднением:

$$\begin{cases} X_n(t+h_n)-X_n(t)= \\ =\left[L_n(t+h_n)-L_n(t)\right]X_n(t)+ \\ +\left[F_n(t+h_n)-F_n(t)\right],t\in T, \\ X_n(t)\big|_{[0,h_n)}=X_{n0}(t), \end{cases} \tag{4}$$

где

$$X_n(t)=\left(X_n^1(t),..,X_n^m(t)\right)^T,$$

$$X_{n0}(t)=\left(X_{n0}^1(t),\ldots,X_{n0}^m(t)\right)^T,$$

$$L_n(t)=\left[L_{ij}^n(t)\right]_{i,j=1}^m,L_{ij}^n(t)=\begin{cases} 0,i\neq j-1, \\ t,i=j-1, \end{cases}$$

$$i=\overline{1,m-1},j=\overline{2,m},$$

$$L_{mj}^n(t)=-a_j^n(t),j=\overline{1,m},$$

$$F_n(t)=\left(0,\ldots,-f_n(t)\right)^T,\ f_n(t)=\left(f*\rho_n^0\right)(t),$$

$$\rho_n^0(t)=\gamma^0(n)\rho\left(\gamma^0(n)t\right),$$

$$a_i^n(t)=\left(a_i*\rho_n^i\right)(t),\rho_n^i(t)=\gamma^i(n)\rho\left(\gamma^i(n)t\right),$$

$$\gamma^i(n)\to\infty \quad \text{при} \quad n\to\infty,i=\overline{0,m},$$

$$\rho\geq 0,\rho\in C^\infty(\mathbb{R}),\ \sup p(\rho)[0,1],\int_0^1\rho(s)ds=1.$$

Основные результаты. Здесь и всюду в дальнейшем || · || – норма в $\mathbb{R}^n$, интегралы и дифференциалы от матричнозначных и векторнозначных функций берем покоординатно.

Теорема 1. Решение задачи (3) существует и единственно в алгебре мнемофункций тогда и только тогда, когда для любых представителей (L_n), (X_{n0}), (h_n), (F_n) выполняются следующие условия для $l = 0, 1, \ldots$ при $s \to +0$

$$\left\| \frac{d^l}{dt^l} X_{n0}(h_n - s) - \frac{d^l}{dt^l} X_{n0}(s) - \frac{d^l}{dt^l}\left[\left[L_n(h_n+s) - L_n(s)\right] X_{n0}(s)\right] - \frac{d^l}{dt^l}\left[F_n(h_n+s) - F_n(s)\right]\right\| \to 0. \qquad (5)$$

Доказательство этой теоремы проводится аналогично доказательству теоремы 1 в работе [6].

Замечание 1. Используя следствие 2.1 из работы [7], несложно показать, что, если для любых a_i, f: $\boldsymbol{T} \to \mathbb{R}$, $i = \overline{1,m}$ – непрерывных справа функций ограниченной вариации, решение задачи (4) при $n \to \infty, h_n \to 0$, $\gamma^i(n) \to \infty$ сходится покоординатно в $\boldsymbol{L}^1(\boldsymbol{T})$, то

$$h_n = o\left(\frac{1}{\gamma^i(n)}\right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{\gamma^i(n)} = o(h_n), i = \overline{0,m}.$$

Поэтому в дальнейшем будем рассматривать именно эти случаи.

Теорема 2. Пусть a_i, f: $\boldsymbol{T} \to \mathbb{R}$, $i = \overline{1,m}$ – непрерывные справа функции ограниченной вариации, $X_n(t), t \in \boldsymbol{T}$ – решение задачи Коши (4) и

$$\sup_{t\in[0,h_n)} X_{n0}(t) - X_0 \xrightarrow[n\to\infty, h_n\to 0]{} 0. \qquad (6)$$

Тогда при $n \to \infty$, $h_n \to 0$ так, что

$$h_n = o\left(1/\gamma^i(n)\right) \text{ либо } 1/\gamma^i(n) = o(h_n), \; i = \overline{0,m}$$

$$\int_{\boldsymbol{T}} X_n(t) - X^k(t)\, dt \to 0, k = \overline{1,2^m}, \qquad (7)$$

где $X^k(t), k = \overline{1,2^m}$ – решения уравнений

$$X^k(t) = X_0 + \int_0^t dL^c(s) X^k(s) + \sum_{\mu_l \le t} \Delta L^k(\mu_l) X^k(\mu_l -) + F(t) - F(0), t \in \boldsymbol{T}, \qquad (8)$$

$\mu_l, l \in \mathbb{N}$ – точки разрыва L; а $\Delta L^k, k = \overline{1,2^m}$ при $n \to \infty, h_n \to 0, \gamma^i(n) \to \infty$ имеют вид:

если $\dfrac{1}{\gamma^m(n)} = o(h_n)$ и $\dfrac{1}{\gamma^i(n)} = o(h_n)$,

$h_n = o\left(\dfrac{1}{\gamma^j(n)}\right), i, j = \overline{1, m-1}, i \ne j,$ то

$$\Delta L^k_{mi}(\mu_l) = -\Delta a_i(\mu_l),$$
$$\Delta L^k_{mj}(\mu_l) = -\Delta a_j(\mu_l)\left(1 - \Delta a_m(\mu_l)\right),$$
$$\Delta L^k_{mm}(\mu_l) = -\Delta a_m(\mu_l);$$

если $h_n = o\left(\dfrac{1}{\gamma^m(n)}\right)$ и $\dfrac{1}{\gamma^i(n)} = o(h_n)$,

$h_n = o\left(\dfrac{1}{\gamma^j(n)}\right), i, j = \overline{1, m-1}, i \ne j,$ то

$$\Delta L^k_{mi}(\mu_l) = -\Delta a_i(\mu_l),$$
$$\Delta L^k_{mj}(\mu_l) = \frac{\Delta a_j(\mu_l)}{\Delta a_m(\mu_l)}\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)} - 1\right),$$
$$\Delta L^k_{mm}(\mu_l) = e^{-\Delta a_m(\mu_l)} - 1.$$

При $\Delta a_m(\mu_l) = 0$,

$$\Delta L^k(\mu_l) = \begin{pmatrix} 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & & \ldots & \ldots \\ -\Delta a_1(\mu_l) & \ldots & -\Delta a_{m-1}(\mu_l) & 0 \end{pmatrix},$$

$k = \overline{1, 2^m}$.

Доказательство. Из работы [8] вытекает, что решения конечно-разностной задачи с осреднением (4) сходятся в $L^1(\boldsymbol{T})$ к решению следующих систем интегральных уравнений $t \in T$:

$$X(t) = X_0 + \int_0^t dL^c(s) X(s) + \sum_{\mu_l \le t}\left(\varphi_l\left(X(\mu_l -), 1\right) - \varphi_l\left(X(\mu_l -), 0\right)\right), \qquad (9)$$

$\varphi_l : \mathbb{R}^m \times [0,1] \to \mathbb{R}^m$ – решения вспомогательных систем уравнений

$$\varphi_l(t, u) = t + \Delta L(\mu_l) \int_{(0,u]} d\eta(s) \varphi_l(t, s-), \qquad (10)$$

где μ_l – точки разрыва $L(t)$, $l \in \mathbb{N}$, $\Delta L(\mu_l)$ – скачок в точке μ_l функции L,

$\eta(s) = \left(\eta^{ij}(s)\right)_{i,j=\overline{1,m}}$, $\eta^{ij}(s) = \Delta L_{ij}(\mu_l) s$,

если $h_n = o\left(\dfrac{1}{\gamma^j(n)}\right)$ и

$\eta^{ij}(s) = \Delta L_{ij}(\mu_l) H(s-1)$, если $\dfrac{1}{\gamma^j(n)} = o(h_n)$,

$H(s)$ – функция Хевисайда.

Учитывая замечание 1, рассмотрим два случая: $\frac{1}{\gamma^m(n)} = o(h_n)$ и $h_n = o\left(\frac{1}{\gamma^m(n)}\right)$.

Пусть $\frac{1}{\gamma^m(n)} = o(h_n)$ и $h_n = o\left(\frac{1}{\gamma^m(n)}\right)$ для $i \in \{1,\ldots,p\} \cup \{q+1,\ldots,m-1\}$, $p \le q$, $\frac{1}{\gamma^i(n)} = o(h_n)$ для $i \in \{p+1,\ldots,q\}$. Тогда система (10) распишется следующим образом:

$$\varphi_l^1(X(\mu_l-),u) = X_1(\mu_l-),$$

$\ldots,$

$$\varphi_l^{m-1}(X(\mu_l-),u) = X_{m-1}(\mu_l-),$$

$$\varphi_l^m(X(\mu_l-),u) =$$
$$= X_m(\mu_l-) - \Delta a_1(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^1(X(\mu_l-),s-)ds - \ldots -$$
$$-\Delta a_p(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^p(X(\mu_l-),s-)ds -$$
$$-\Delta a_{p+1}(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^{p+1}(X(\mu_l-),s-)dH(s-1) - \ldots -$$
$$-\Delta a_q(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^q(X(\mu_l-),s-)dH(s-1) -$$
$$-\Delta a_{q+1}(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^{q+1}(X(\mu_l-),s-)ds - \ldots -$$
$$-\Delta a_{m-1}(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^{m-1}(X(\mu_l-),s-)ds -$$
$$-\Delta a_m(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^m(X(\mu_l-),s-)dH(s-1).$$

Решая эту систему, получим:
если $u \in [0, 1)$, то

$$\varphi_l^m(X(\mu_l-),u) = X_m(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_1(\mu_l)X_1(\mu_l-)u - \ldots - \Delta a_p(\mu_l)X_p(\mu_l-)u -$$
$$-\Delta a_{q+1}(\mu_l)X_{q+1}(\mu_l-)u - \ldots - \Delta a_{m-1}(\mu_l)X_{m-1}(\mu_l-)u;$$

если $u = 1$, то

$$\varphi_l^m(X(\mu_l-),1) = X_m(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_1(\mu_l)X_1(\mu_l-) - \ldots - \Delta a_{m-1}(\mu_l)X_{m-1}(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_m(\mu_l)[X_m(\mu_l-) - \Delta a_1(\mu_l)X_1(\mu_l-) - \ldots -$$
$$-\Delta a_p(\mu_l)X_p(\mu_l-) - \Delta a_{q+1}(\mu_l)X_{q+1}(\mu_l-) - \ldots -$$
$$-\Delta a_{m-1}(\mu_l)X_{m-1}(\mu_l-)].$$

Тогда:

$$\varphi_l^m(X(\mu_l-),1) - \varphi_l^m(X(\mu_l-),0) =$$
$$= -\Delta a_1(\mu_l)(1-\Delta a_m(\mu_l))X_1(\mu_l-) - \ldots -$$
$$-\Delta a_p(\mu_l)(1-\Delta a_m(\mu_l))X_p(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_{p+1}(\mu_l)X_{p+1}(\mu_l-) - \ldots - \Delta a_q(\mu_l)X_q(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_{q+1}(\mu_l)(1-\Delta a_m(\mu_l))X_{q+1}(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_{m-1}(\mu_l)(1-\Delta a_m(\mu_l))X_{m-1}(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_m(\mu_l)X_m(\mu_l-).$$

Таким образом, если $\frac{1}{\gamma^m(n)} = o(h_n)$ и $\frac{1}{\gamma^i(n)} = o(h_n)$, $h_n = o\left(\frac{1}{\gamma^j(n)}\right)$, $i, j = \overline{1, m-1}$, $i \ne j$, то

$$\Delta L_{m\,m}^k(\mu_l) = -\Delta a_m(\mu_l), \quad \Delta L_{m\,i}^k(\mu_l) = -\Delta a_i(\mu_l),$$
$$\Delta L_{m\,j}^k(\mu_l) = -\Delta a_j(\mu_l)(1-\Delta a_m(\mu_l)).$$

Теперь рассмотрим случай, когда $h_n = o\left(\frac{1}{\gamma^m(n)}\right)$. Пусть $\frac{1}{\gamma^i(n)} = o(h_n)$ для $i \in \{1,\ldots,p\} \cup \{q+1,\ldots,m-1\}, p \le q$ и $h_n = o\left(\frac{1}{\gamma^i(n)}\right)$ для $i \in \{p+1,\ldots,q\}$. Тогда система (10) распишется так:

$$\varphi_l^1(X(\mu_l-),u) = X_1(\mu_l-),$$

$\ldots,$

$$\varphi_l^{m-1}(X(\mu_l-),u) = X_{m-1}(\mu_l-).$$

А $\varphi_l^m(X(\mu_l-),u)$ при $u \in [0,1)$ равны

$$\varphi_l^m(X(\mu_l-),u) = X_m(\mu_l-) -$$
$$-\Delta a_{p+1}(\mu_l)X_{p+1}(\mu_l-)u - \ldots -$$
$$-\Delta a_q(\mu_l)X_q(\mu_l-)u - \tag{10}$$
$$-\Delta a_m(\mu_l)\int_0^u \varphi_l^m(X(\mu_l-),s-)ds,$$

при $u = 1$

$$\varphi_l^m(X(\mu_l-),1) =$$
$$X_m(\mu_l-) - \Delta a_0(\mu_l)X_1(\mu_l-) - \ldots -$$
$$-\Delta a_{m-1}(\mu_l)X_{m-1}(\mu_l-) - \tag{11}$$
$$-\Delta a_m(\mu_l)\int_0^1 \varphi_l^m(X(\mu_l-),s-)ds.$$

Обозначим

$$B = -\Delta a_{p+1}(\mu_l)X_{p+1}(\mu_l-) - \ldots - \Delta a_q(\mu_l)X_q(\mu_l-)$$

и продифференцируем (10), получим

$$(\varphi_l^m)'(X(\mu_l-),u) + \Delta a_m(\mu_l)\varphi_l^m(X(\mu_l-),u) = B.$$

Решением этого дифференциального уравнения при $u \in [0,1)$ будет

$$\varphi_l^m\left(X(\mu_l-),u\right)=$$
$$=-\frac{B}{\Delta a_m(\mu_l)}\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)u}-1\right)+X_m(\mu_l-)e^{-\Delta a_m(\mu_l)u}.$$

Подставим это решение в (11) и вычислим интегралы:

$$\varphi_l^m\left(X(\mu_l-),1\right)=X_m(\mu_l-)-$$
$$-\Delta a_0(\mu_l)X_1(\mu_l-)-\ldots-\Delta a_{m-1}(\mu_l)X_{m-1}(\mu_l-)-$$
$$-\frac{B}{\Delta a_m(\mu_l)}\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1\right)-B+\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1\right)X_m(\mu_l-).$$

Тогда:

$$\varphi_l^m\left(X(\mu_l-),1\right)-\varphi_l^m\left(X(\mu_l-),0\right)=$$
$$-\Delta a_0(\mu_l)X_1(\mu_l-)-\ldots-\Delta a_p(\mu_l)X_p(\mu_l-)-$$
$$-\Delta a_{q+1}(\mu_l)X_{q+1}(\mu_l-)-\ldots-\Delta a_{m-1}(\mu_l)X_{m-1}(\mu_l-)+$$
$$+\frac{\Delta a_{p+1}(\mu_l)}{\Delta a_m(\mu_l)}\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1\right)X_{p+1}(\mu_l-)+\ldots+$$
$$+\frac{\Delta a_q(\mu_l)}{\Delta a_m(\mu_l)}\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1\right)X_q(\mu_l-)+$$
$$+\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1\right)X_m(\mu_l-).$$

Таким образом, если

$$h_n=o\left(\frac{1}{\gamma^m(n)}\right) \text{ и } \frac{1}{\gamma^i(n)}=o(h_n),\ h_n=o\left(\frac{1}{\gamma^j(n)}\right),$$
$$i,j=\overline{1,m-1},\ i\neq j,$$

то $\Delta L^k_{m\,m}(\mu_l)=e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1$, $\Delta L^k_{m\,i}(\mu_l)=-\Delta a_i(\mu_l)$,

$$\Delta L^k_{m\,j}(\mu_l)=\frac{\Delta a_j(\mu_l)}{\Delta a_m(\mu_l)}\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1\right).$$

Утверждение 1. Решения уравнений (8), $k=\overline{1,2^m}$ существуют и единственны в пространстве векторнозначных функций, все координаты которого являются непрерывными справа функциями ограниченной вариации.

Для доказательства этого утверждения применяется теорема 8.24 из [9].

Будем говорить, что функция

$$X(t)=\left(X_1(t),\ldots,X_m(t)\right)^T$$

является ассоциированным решением системы (3), *если существуют представители мнемофункций,* $\tilde{a}_i$, $\tilde{f}$, $\tilde{X}_0^i$, $i=\overline{1,m}$, *для которых решение задачи* (4)

$$X_n(t)=\left(X_n^1(t),\ldots,X_n^m(t)\right)^T$$

покоординатно в $\boldsymbol{L}^1(\boldsymbol{T})$ сходится к

$$X(t)=\left(X_1(t),\ldots,X_m(t)\right)^T.$$

Из теоремы 1 и теоремы 2 вытекает

Теорема 3. Пусть a_i, f: $\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$, $i=\overline{1,m}$ – непрерывные справа функции ограниченной вариации и выполняются условия (5), (6), тогда ассоциированные решения задачи Коши (3) являются решениями уравнений (8), где $\Delta L^k, k=\overline{1,2^m}$ определяются в теореме 2.

Утверждение 2. Пусть a_i, f: $\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$, $i=\overline{1,m}$ – непрерывные справа функции ограниченной вариации, тогда координаты $X_j^k(t), j=\overline{1,m-1}$ решений

$$X^k(t)=\left(X_1^k(t),\ldots,X_m^k(t)\right)^T, t\in\boldsymbol{T},\ k=\overline{1,2^m}$$

уравнений (8) абсолютно непрерывны.

Доказательство. В матричных интегральных уравнениях (8) $X_j^k(t), j=\overline{1,m-1}$ имеют вид

$$X_j^k(t)=X_j^k(0)+\int_0^t X_{j+1}^k(s)ds, \qquad (12)$$
$$j=\overline{1,m-1},\ k=\overline{1,2^m}.$$

Поскольку $X_m^k(t)$ интегрируемые, что вытекает из утверждения 1, а в уравнениях (12) присутствуют интегралы Лебега с переменным верхним пределом, заключаем, что

$$X_j^k(t), t\in\boldsymbol{T}, k=\overline{1,2^m}, j=\overline{1,m-1}$$

абсолютно непрерывны.

Литература

1. *Ligeza, J.* // Ann. Pol. Math / J. Ligeza. – 1975. – Vol. 31, № 2. P. 115–120.
2. *Завалищин, С.Т.* Импульсные процессы: модели и приложения / С.Т. Завалищин, А.Н. Сесекин. – М.: Наука, 1991.
3. *Pandit, S.G.* Differential systems involving impulses. Lect. Notes Math / S.G. Pandit, S.G. Deo. – Berlin: Springer-Verlag, 1982.
4. *Тацій, Р.М.* Узагальнені квазідиференціальні рівняння / Р.М. Тацій, М.Ф. Стасюк, В.В. Мазуренко [та інш.]. – Дрогобич: Коло, 2011.
5. *Антоневич, А.Б.* Докл. АН СССР. – 1991. – Т. 318. – № 2. – С. 267–270.
6. *Лазакович, Н.В.* Задача Коши для линейных дифференциальных уравнений второго порядка с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемофункций / Н.В. Лазакович, Т.С. Автушко // Докл. НАН Беларуси. – 2013. – Т. 57. – № 3. – С. 10–16.
7. *Бедюк, Н.В.* Стохастические дифференциальные уравнения с семимартингалами в алгебре обобщенных случайных процессов: автореф. дис. … канд. физ.-мат. наук / Н.В. Бедюк. – Минск: БГУ, 2011. – 19 с.
8. *Лазакович, Н.В.* // Докл. НАН Беларуси / Н.В. Лазакович, О.Л. Яблонский, А.К. Хмызов. – 2011. – Т. 55. – № 2. – С. 5–9.
9. *Миллер, Б.М.* Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями / Б.М. Миллер. – М.: Наука, 2005.

Summary

In this work the Cauchy problem for non-homogeneous linear differential equations of higher order with generalized coefficients in algebra of mnemofunctions is investigated. Theorem of existence and uniqueness of solutions of the corresponding problem in differentials in the algebra mnemofunctions is proved. Associated solutions of this problem are found and their properties are found.

Поступила в редакцию 10.02.2014 г.