УДК 517.972.8

І.Л. Васільеў,
кандыдат фізіка-матэматычных навук,
дацэнт кафедры тэорыі функцый БДУ;

Д.А. Навічкова,
аспірант III года навучання
механіка-матэматычнага факультэта БДУ

АЛГЕБРАІЧНЫ МАТРЫЦАНТ І ЯГО ДАСТАСАВАННЕ ДА РАШЭННЯ МАТРЫЧНЫХ ДЫСКРЭТНЫХ РАЎНАННЯЎ

Уводзіны. Лінейныя дыскрэтныя раўнанні з'яўляюцца матэматычнымі мадэлямі дыскрэтных дынамічных сістэм і знаходзяць шырокае дастасаванне ў тэорыі аўтаматычнага кіравання, тэорыі сігнала і г. д. (гл., напрыклад, [1]). Найбольш вывучаным з'яўляецца выпадак скалярных раўнанняў са сталымі каэфіцыентамі. Пры гэтым звычайна выкарыстоўваецца метад, заснаваны на дыскрэтным пераўтварэнні Лапласа. Больш змястоўныя вынікі могуць быць атрыманы алгебраічным метадам (гл., напрыклад, [2]), які падыходзіць таксама для раўнанняў са зменнымі каэфіцыентамі. Сэнс яго заключаецца ў тым, што зыходнае раўнанне ўяўляецца ў выглядзе алгебраічнага дыферэнцыяльнага раўнання ў некаторай алгебры ці ў некаторым модулі паслядоўнасцей. У дадзенай рабоце ўводзіцца новы аб'ект – алгебраічны матрыцант, з дапамогай якога будуецца агульнае рашэнне матрычных аднароднага і неаднароднага раўнанняў першага парадку са зменнымі каэфіцыентамі з адвольнымі пачатковымі ўмовамі.

1. Некаторыя алгебры і модулі паслядоўнасцей. Няхай K_0 – камутатыўнае кольца паслядоўнасцей над полем $\mathbb{C}$ выгляду $x=\{x_n\}_{n=0}^{\infty}=\{\underline{x_0},x_1,\ldots\}$ (падкрэслены элемент стаіць на нулявым месцы). Множанне паслядоўнасцей $x,y\in K_0$ вызначым з дапамогай дыскрэтнай згорткі Лапласа [2]:

$$yx=\left\{\sum_{k=0}^{n}y_{n-k}x_k\right\}_{n=0}^{\infty}. \qquad (1)$$

Пазначым праз $h=\{\underline{0},1,0,0,\ldots\}\in K_0$. Тады для кожнага $x\in K_0$ маем

$$hx=xh=\left\{\sum_{k=0}^{n}h_{n-k}x_k\right\}_{n=0}^{\infty}=\{\underline{0},x_0,x_1,x_2,\ldots\},$$

$$h^n=\underbrace{hh\cdots h}_{n}=\{\underline{0},\ldots 0,\underset{n}{1},0,\ldots\},\ n\in\mathbb{N}.$$

Элемент $h^0=I=\{\underline{1},0,0,\ldots\}$ выконвае ролю адзінкі кольца. Паслядоўнасці з K_0 можна запісаць у выглядзе фармальных ступеневых шэрагаў $x=\{\underline{x_0},x_1,\ldots,x_n,\ldots\}=\sum_{n=0}^{\infty}x_nh^n$. Тут маецца на ўвазе толькі зручная форма запісу і пытанне збежнасці не паўстае.

Як звычайна, праз l_p, $1\le p\le+\infty$, пазначым банахаву прастору паслядоўнасцей такіх, што

$$\sum_{k=0}^{\infty}|x_k|^p<+\infty,\ 1\le p<+\infty;$$

$$\sup_k|x_k|<+\infty,\ p=+\infty$$

з нормай

$$\|x\|_{l_p}=\left(\sum_{k=0}^{\infty}|x_k|^p\right)^{1/p},\ 1\le p<+\infty,$$

$$\|x\|_{l_\infty}=\sup_k|x_k|,\ p=+\infty.$$

Вядома [2–3], што пры $y\in l_1$ аператар абмежаваны ў l_p, $1\le p\le+\infty$, і $\|yx\|_{l_p}\le\|y\|_{l_1}\|x\|_{l_p}$. Адсюль вынікае, што l_1 – камутатыўная банахава алгебра, а l_p – двубаковы банахаў модуль над алгебрай l_1.

У K_0 азначым аперацыі алгебраічнага дыферэнцавання і інтэгравання $Dx=\sum_{n=0}^{\infty}nx_nh^{n-1}$ і $\int x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+1}x_nh^{n+1}$. Пры гэтым аператар алгебраічнага інтэгравання абмежаваны ў l_p і $\left\|\int x\right\|_{l_p}\le\|x\|_{l_p}$, $1\le p\le+\infty$. У l_p азначана экспанента $e^x=I+x+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\cdots$, прычым спраўджваецца ацэнка [2] $\left\|e^x\right\|_{l_1}\le e^{\|x\|_{l_1}}$.

Няхай $\mathbb{C}^{m\times m}$ – мноства сталых $(m\times m)$-матрыц над $\mathbb{C}$. Праз $K_0^{m\times m}$ пазначым мноства матрыц $X=\left[x^{ij}\right]_{i,j=1}^{m}$ з элементамі $x^{ij}\in K_0$.

Матрыцы з $K_0^{m\times m}$ уяўляюцца ў выглядзе фармальнага ступеневага шэрагу $X=\sum_{k=0}^{\infty}X_k h^k$, $X_k\in\mathbb{C}^{m\times m}$. Множанне ў $K_0^{m\times m}$ азначым па правіле $(XY)^{ij}=\sum_{k=1}^{m}x^{ik}y^{kj}$, дзе здабытак $x^{ik}y^{kj}\in K_0$ разумеецца ў сэнсе згорткі (1).

Азначэнне 1. $X\in l_p^{m\times m}$, калі

$$\forall i,j=\overline{1,m}\quad x^{ij}\in l_p .$$

Пазначым $\tilde{m}_n(X)=\max\limits_{1\le i,j\le m}\left|x_n^{ij}\right|$.

Азначэнне 2. Паслядоўнасць

$$\tilde{m}(X)=\{\tilde{m}_0(X),\tilde{m}_1(X),\ldots\}$$

назавём мажарантнай паслядоўнасцю для матрыцы $X\in K_0^{m\times m}$.

З дапамогай крытэрыю Кашы нескладана паказаць, што з $\left(X\in l_p^{m\times m}\right)$ вынікае $\left(\tilde{m}(X)\in l_p\right)$. Норму ў $l_p^{m\times m}$ азначым наступным чынам: $\|X\|_{l_p^{m\times m}}=\|\tilde{m}(X)\|_{l_p}$. Для сталых матрыц $T=\left[t^{ij}\right]_{i,j=1}^{m}\in\mathbb{C}^{m\times m}$ прымем $\|T\|=\max\limits_{1\le i,j\le m}\left|t^{ij}\right|$. Нескладана вывесці наступныя ўласцівасці множання:

1. Няхай $X\in l_p^{m\times m}$, $T\in\mathbb{C}^{m\times m}$. Тады

   $TX, XT\in l_p^{m\times m}$ і $\|TX\|_{l_p^{m\times m}}\le m\|T\|\|X\|_{l_p^{m\times m}}$,

   $\|XT\|_{l_p^{m\times m}}\le m\|T\|\|X\|_{l_p^{m\times m}}$.

2. Няхай $X\in l_p^{m\times m}$, $Y\in l_1^{m\times m}$.

   Тады $XY, YX\in l_p^{m\times m}$ і

   $\|XY\|_{l_p^{m\times m}}=\|YX\|_{l_p^{m\times m}}\le m\|Y\|_{l_1^{m\times m}}\|X\|_{l_p^{m\times m}}$.

3. Няхай $A^1,\ldots,A^N\in l_1^{m\times m}$.

   Тады $\left\|A^1\cdots A^N\right\|_{l_1^{m\times m}}\le m^{N-1}\left\|A^1\right\|_{l_1^{m\times m}}\cdots\left\|A^N\right\|_{l_1^{m\times m}}$.

Мноства $l_1^{m\times m}$ – банахава алгебра, $l_1^{m\times m}$ – левы (і правы) банахаў модуль над алгебрай $l_1^{m\times m}$.

2. Матрыцант аднароднага раўнання. Разгледзім матрычнае алгебраічнае аднароднае дыферэнцыяльнае раўнанне

$$DX=GX, \tag{2}$$

дзе D – аператар алгебраічнага дыферэнцавання, $G\in l_1^{m\times m}$. Рашэнне X будзем шукаць у алгебры $l_1^{m\times m}$ пры пачатковай умове $X_0=E$.

Дастасуем для пабудовы такога рашэння раўнання (2) метад паслядоўных набліжэнняў. Паслядоўныя набліжэнні будзем знаходзіць з рэкурэнтных суадносін

$$DX^{(n+1)}=GX^{(n)} \tag{3}$$

з пачатковым набліжэннем $X^{(0)}=X_0=E$. Інтэгруючы (3), атрымаем паслядоўна

$$\begin{aligned}&X^{(0)}=E,\\&X^{(1)}=E+\int G,\ X^{(2)}=E+\int G+\int G\int G,\\&\ldots,\\&X^{(k)}=E+\int G+\int G\int G+\cdots+\underbrace{\int G\int G\cdots\int G}_{k}.\end{aligned} \tag{4}$$

Азначэнне 3. Алгебраічным матрыцантам раўнання (2) назавём ліміт

$$\begin{aligned}\Omega^G&=\lim_{k\to\infty}X^{(k)}=\\&=E+\int G+\int G\int G+\cdots+\int G\int G\cdots\int G+\cdots,\end{aligned} \tag{5}$$

калі ён існуе.

Тэарэма 1. Няхай $G\in l_1^{m\times m}$. Тады

$$\exists\lim_{k\to\infty}X^{(k)}=\Omega^G\in l_1^{m\times m}\ \text{ і}$$

$$\left\|\Omega^G\right\|_{l_1^{m\times m}}\le\left(1-\frac{1}{m}\right)+\frac{1}{m}e^{mM}, \tag{6}$$

дзе $M=\left\|\int G\right\|_{l_1^{m\times m}}$.

Доказ. Лёгка правяраецца роўнасць $\tilde{m}\left(\int G\right)=\int\tilde{m}(G)$. Няхай $g\in K_0$, тады

$$\int g\int g=\frac{1}{2!}\left(\int g\right)^2,\ldots,\ \underbrace{\int g\int g\cdots\int g}_{k}=\frac{1}{k!}\left(\int g\right)^k.$$

Для $G=\left[g^{ij}\right]_{i,j=1}^{m}\in K_0^{m\times m}$ маем $\int G=\left[\int g^{ij}\right]_{i,j=1}^{m}$.

Далей

$$\begin{aligned}\forall i,j=\overline{1,m}\quad &\left(\int G\int G\right)^{ij}=\sum_{l=1}^{m}\int g^{il}\int g^{lj}=\\&=\sum_{l=1}^{m}\int\left(\sum_{n=0}^{\infty}g_n^{il}h^n\right)\int\left(\sum_{k=0}^{\infty}g_k^{lj}h^k\right)=\\&=\sum_{l=1}^{m}\int\left(\sum_{n=0}^{\infty}g_n^{il}h^n\right)\left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{g_k^{lj}}{k+1}h^{k+1}\right)=\\&=\sum_{l=1}^{m}\int\left(\sum_{n=0}^{\infty}c_{ln}^{ij}h^{n+1}\right)=\sum_{l=1}^{m}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{c_{ln}^{ij}}{n+2}h^{n+2},\end{aligned}$$

дзе $c_{ln}^{ij}=\sum_{k=0}^{n}g_{n-k}^{il}\dfrac{g_k^{lj}}{k+1}$,

і $\left|c_{ln}^{ij}\right|\le\sum_{k=0}^{n}\tilde{m}_{n-k}(G)\dfrac{\tilde{m}_k(G)}{k+1}$.

Тады маем $\left(\int G\int G\right)_0^{ij}=\left(\int G\int G\right)_1^{ij}=0$, а для наступных элементаў выконваецца ацэнка

$$\left|\left(\int G\int G\right)^{ij}_{n+2}\right| \le \sum_{l=1}^{m}\frac{\left|c^{ij}_{ln}\right|}{n+2} \le$$

$$\le \sum_{l=1}^{m}\frac{1}{n+2}\sum_{k=0}^{n}\tilde{m}_{n-k}(G)\frac{\tilde{m}_k(G)}{k+1} \le$$

$$\le m\left(\int\tilde{m}(G)\int\tilde{m}(G)\right)_n = m\left(\frac{1}{2!}\left(\int\tilde{m}(G)\right)^2\right)_n,$$

дзе n = 0, 1, ...

$$\left\|\left(\int G\int G\right)\right\|_{l_1^{m\times m}} =$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\tilde{m}_n\left(\int G\int G\right) \le m\sum_{n=0}^{\infty}\left(\int\tilde{m}(G)\int\tilde{m}(G)\right)_n =$$

$$= m\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2!}\left(\int\tilde{m}(G)\right)^2\right)_n \le \frac{m}{2!}\left\|\left(\int\tilde{m}(G)\right)^2\right\|_{l_1} \le$$

$$\le \frac{m}{2!}\left\|\left(\int\tilde{m}(G)\right)\right\|^2_{l_1} = \frac{m}{2!}M^2.$$

Аналагічна $\left\|\int G\int G\int G\right\|_{l_1^{m\times m}} \le \frac{m^2}{3!}M^3,\dots,$

$$\left\|\underbrace{\int G\cdots\int G}_{k}\right\|_{l_1^{m\times m}} \le \frac{m^{k-1}}{k!}M^k.$$

Для k-ай ітэрацыі рашэння з (4) атрымаем

$$\left\|X^{(k)}\right\|_{l_1^{m\times m}} \le 1+\sum_{j=1}^{k}\frac{m^{j-1}}{j!}M^j.$$

У ліміце пры $k\to\infty$ атрымаем (6).

Непасрэднай падстаноўкай у (2) лёгка правяраецца, што Ω^G ёсць рашэнне, нармаванае ўмовай $\Omega^G = E$. Такім жа чынам, як у [3, с. 372], можна паказаць, што $\forall X_0$ раўнанне (2) пры $G\in l_1^{m\times m}$ мае ў $l_1^{m\times m}$ адзінае рашэнне $X = \Omega^G X_0$.

Заўвага 1. Няхай $G=\sum_{k=0}^{\infty}G_k h^k$ – цалкам камутатыўная ($\forall k,l\ \ G_kG_l = G_lG_k$), тады для матрыцанта атрымаем уяўленне

$$\Omega^G = E+\int G+\frac{1}{2!}\left(\int G\right)^2+\dots+\frac{1}{k!}\left(\int G\right)^k+\dots =$$

$$= \exp\left(\int G\right).$$

Заўвага 2. Пры m = 1 з (6) маем ацэнку

$$\left\|e^{\int G}\right\|_{l_1} \le e^{\left\|\int G\right\|_{l_1}}.$$

Разгледзім рознаснае матрычнае раўнанне першага парадку

$$(n+1)X_{n+1}+(n\gamma+\delta)X_n = \mathrm{O} \qquad (7)$$

з адвольнай пачатковай умовай X_0, $\gamma,\ \delta\in\mathbb{C}^{m\times m}$. Карыстаючыся тымі ж самымі пераўтварэннямі, што ў [2], прывядзём (7) да выгляду (2), дзе

$$G=(E-\gamma h)^{-1}(-\delta)=\left(\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k+1}\gamma^k h^k\right)\delta.$$

Рашэнне $X=\sum_{k=0}^{\infty}X_k h^k$ будзем шукаць у $l_1^{m\times m}$.

З дапамогай пераўтварэння падабенства ўявім γ у выглядзе $\gamma = T^{-1}\mathrm{diag}\left[J_1(\lambda_1),\dots,J_l(\lambda_l)\right]T$, дзе $T\in\mathbb{C}^{m\times m}$ – матрыца пераўтварэння, $J_i(\lambda_i)$ – жарданавы клеткі, якія адпавядаюць уласным значэнням λ_i, $i=\overline{1,l}$, $l=\overline{1,m}$. Карыстаючыся [4, с. 130], знаходзім

$$\gamma^n = T^{-1}\mathrm{diag}\left[J_1^n(\lambda_1),\dots,J_l^n(\lambda_l)\right]T.$$

Тут $J_i(\lambda_i)=\begin{bmatrix}\lambda_i & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \lambda_i & 1 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_i\end{bmatrix}$,

$$J_i^n(\lambda_i)=\begin{bmatrix}\lambda_i^n & \frac{n\lambda_i^{n-1}}{1!} & \cdots & \frac{n\cdots(n-i+1)\lambda_i^{n-i+1}}{(i-1)!}\\ 0 & \lambda_i^n & \cdots & \frac{n\cdots(n-i+2)\lambda_i^{n-i+2}}{(i-2)!}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_i^n\end{bmatrix}$$

(пры $n-i+1<0$ заменім λ_i^{n-i+1} на 0).

Тэарэма 2. Няхай $\forall i=\overline{1,l}$ $\left|\lambda_i\right|<1$. Тады раўнанне (7) $\forall X_0$ мае ў $l_1^{m\times m}$ адзінае рашэнне $X = \Omega^G X_0$, дзе Ω^G – матрыцант (5) раўнання (2).

Доказ вынікае з тэарэмы 1 з нагоды таго, што пры $|\lambda_i| < 1$ $G\in l_1^{m\times m}$.

3. Рашэнне неаднароднага раўнання. Разгледзім матрычнае неаднароднае алгебраічнае дыферэнцыяльнае раўнанне

$$DX = GX + f, \qquad (8)$$

пры ўмовах $G\in l_1^{m\times m}$, $X,f\in l_p^{m\times m}$, $1\le p\le+\infty$, X_0 – адвольная. Будзем шукаць рашэнне (8) метадам паслядоўных набліжэнняў з рэкурэнтных роўнасцей

$$DX^{(k=1)} = GX^{(k)} + f, \qquad (9)$$

дзе $X^{(0)} = X_0$ – адвольная. Прыняўшы $F=\int f$ і інтэгруючы (9), знаходзім паслядоўна

$$X^{(1)}=\left(E+\int G\right)X_0+F,$$

$$X^{(2)}=\left(E+\int G+\int G\int G\right)X_0+\int GF+F,$$

$$\dots,$$

$$X^{(k)}=\left(E+\int G+\int G\int G+\dots+\underbrace{\int G\int G\cdots\int G}_{k}\right)X_0+$$

$$+\left(F+\int GF+\dots+\underbrace{\int G\int G\cdots\int GF}_{k-1}\right).$$

Тэарэма 3. Няхай $\|G\|_{l_1^{m\times m}} < \dfrac{1}{m}$. Тады $\forall X_0$ раўнанне (8) мае ў $l_p^{m\times m}$, $1\le p\le +\infty$, адзінае рашэнне, якое мае выгляд

$$X=\Omega^G X_0+\left(F+\int GF+\cdots+\underbrace{\int G\int G\cdots\int G}_{k-1}F+\cdots\right), \quad (10)$$

дзе Ω^G – матрыцант аднароднага раўнання (2). Пры гэтым

$$\|X\|_{l_p^{m\times m}}\le\left(1+\frac{\|G\|_{l_1^{m\times m}}}{1-m\|G\|_{l_1^{m\times m}}}\right)\|X_0\|+\frac{\|f\|_{l_p^{m\times m}}}{1-m\|G\|_{l_1^{m\times m}}}. \quad (11)$$

Доказ. Пазначым $X=\lim\limits_{k\to\infty}X^{(k)}$. Лёгка правяраюцца ацэнкі $\|G\|_{l_p^{m\times m}}\le\|G\|_{l_1^{m\times m}}$, $\left\|\int F\right\|_{l_p^{m\times m}}\le\|F\|_{l_p^{m\times m}}$, $\left\|\int GF\right\|_{l_p^{m\times m}}\le m\|G\|_{l_1^{m\times m}}\|F\|_{l_p^{m\times m}}$, з якіх атрымліваем

$$\|X\|_{l_p^{m\times m}}\le\left(1+\left\|\int G\right\|_{l_p^{m\times m}}+\cdots+\left\|\int G\int G\cdots\int G\right\|_{l_p^{m\times m}}+\cdots\right)\|X_0\|+$$
$$+\left(\|F\|_{l_p^{m\times m}}+\left\|\int GF\right\|_{l_p^{m\times m}}+\cdots+\left\|\int G\int G\cdots\int GF\right\|_{l_p^{m\times m}}+\cdots\right)\le$$
$$\le\left(1+\|G\|_{l_1^{m\times m}}+m\|G\|^2_{l_1^{m\times m}}+m^2\|G\|^3_{l_1^{m\times m}}+\cdots+m^n\|G\|^{n+1}_{l_1^{m\times m}}+\cdots\right)\|X_0\|+$$
$$+\left(\|f\|_{l_p^{m\times m}}+m\|G\|_{l_1^{m\times m}}\|f\|_{l_p^{m\times m}}+m^2\|G\|^2_{l_1^{m\times m}}\|f\|_{l_p^{m\times m}}+\cdots+\right.$$
$$\left.+m^n\|G\|^n_{l_1^{m\times m}}\|f\|_{l_p^{m\times m}}+\cdots\right)\le\left(1+\frac{\|G\|_{l_1^{m\times m}}}{1-m\|G\|_{l_1^{m\times m}}}\right)\|X_0\|+\frac{\|f\|_{l_p^{m\times m}}}{1-m\|G\|_{l_1^{m\times m}}}.$$

Разгледзім неаднароднае матрычнае рознаснае раўнанне

$$(n+1)X_{n+1}+(n\gamma+\delta)X_n=Y_n, \quad (12)$$

дзе $\gamma,\ \delta\in\mathbb{C}^{m\times m}$, X_0 – адвольная. Пераўтворым (12) да неаднароднага алгебраічнага матрычнага дыферэнцыяльнага раўнання (8), дзе

$$G=\left(\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k+1}\gamma^k h^k\right)\delta,\quad f=\left(\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k+1}\gamma^k h^k\right)Y,$$

$$X=\sum_{k=0}^{\infty}X_k h^k,\quad Y=\sum_{k=0}^{\infty}Y_k h^k.$$

Няхай $\lambda_i, i=\overline{1,l}$, – уласныя значэнні матрыцы γ.

Тэарэма 4. Няхай

$$\forall i=\overline{1,l}\quad |\lambda_i|<1, \|G\|_{l_1^{m\times m}}<\frac{1}{m}, Y\in l_p^{m\times m}.$$

Тады $\forall X_0$ раўнанне (12) мае ў $l_p^{m\times m}$, $1\le p\le+\infty$, адзінае рашэнне (10). Пры гэтым для нормы рашэння мае месца ацэнка (11).

Вынікі. У артыкуле ў тэрмінах алгебраічнага матрыцанта дадзены агульныя рашэнні аднароднага і неаднароднага дыскрэтных матрычных раўнанняў першага парадку са зменнымі каэфіцыентамі. Даказана збежнасць матрыцанта ў алгебры $l_1^{m\times m}$, прыведзены ўмовы, пры якіх рашэнне неаднароднага раўнання з адвольнымі пачатковымі ўмовамі належыць да $l_p^{m\times m}$. Дадзены ацэнкі норм рашэнняў.

Літаратура

1. *Цыпкін, Я.З.* Теория линейных импульсных систем / Я.З. Цыпкин. – М.: ГИФМЛ, 1963. – С. 969.
2. *Васильев, И.Л.* Разностные уравнения первого порядка с переменными коэффициентами в банаховых модулях последовательностей / И.Л. Васильев, Д.А. Новичкова // Докл. НАН Беларуси. – 2012. – № 2. – Т. 56. – С. 5–9.
3. *Гельфанд, И.М.* Коммутативные нормированные кольца / И.М. Гельфанд, Д.А. Райков, Г.Е. Шилов. – М.: ГИФМЛ, 1960. – С. 315.
4. *Гантмахер, Ф.Р.* Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: ГИТТЛ, 1954. – С. 492.

Summary

General solutions of homogeneous and inhomogeneous discrete matrix first order equations with variable coefficients are given in the article in terms of algebraic matriciant. The matriciant convergence in algebra $l_1^{m\times m}$ is proved. The author we gives the conditions under which the solution of the inhomogeneous equation with arbitrary initial conditions belongs to $l_p^{m\times m}$. The solutions norms evaluations are given.

Паступіў у рэдакцыю 04.03.2014 г.