Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

**С.А. Василевский, В.В. Махнач,
К.А. Саечников, В.И. Януть**

ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ
ОПТИКА
ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Практическое пособие

Минск 2011

УДК 535(075.8)
ББК 22.34я73

Печатается по решению редакционно-издательского совета БГПУ

Авторы:
С.А. Василевский, В.В. Махнач, К.А. Саечников, В.И. Януть

Рецензенты:
кафедра общей и теоретической физики БГПУ;
В.И. Кудин, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры технической физики БНТУ

С.А. Василевский, В.В. Махнач, К.А. Саечников, В.И. Януть
???? Физика. Электромагнетизм. Оптика. Физика атома и атомного ядра. – Мн.: БГПУ имени Танка, 2011. – 252 с.
ISBN 985-435-151-3

Пособие написано с учетом требований государственного образовательного стандарта высшего образования специальностей 1-02 05 01 «Математика»; 1-02 05 03-02 «Математика. Информатика» и соответствует типовой учебной программе по физике. В пособии рассмотрены основные физические понятия и законы, связанные с электромагнитным взаимодействием тел и частиц, волновыми и квантовыми свойствами вещества и поля. Приведены основные закономерности квантовой механики, атомной и ядерной физики.

Пособие предназначено для студентов математических и технических специальностей высших учебных заведений, преподавателей, аспирантов и магистрантов, учащихся средних специальных учебных заведений.

УДК 535(075.8)
ББК 22.34я73

ISBN 985-435-151-3

Предисловие

Огромное значение физической науки в современном мире обусловлено ее глубоким философским и научно-техническим содержанием. Изучая наиболее общие фундаментальные структурные образования и свойства материи, физика достигла высокой ступени организации знания и обладает наиболее развитыми математическими и экспериментальными средствами исследования. Ее представления, методология и результаты оказывают определяющее воздействие на стиль научного мышления, а физическая картина мира является доминирующей в современном естествознании и формировании научного мировоззрения.

Физика XXI столетия, объединившая микро-, макро- и мегамир, является ядром современного естествознания, основным источником знаний об окружающем мире, основой научно-технического прогресса и важнейшим компонентом человеческой культуры. Идет непрерывный поиск практических приложений последних открытий физической науки, возникают новые отрасли промышленности. Физические методы исследования заняли доминирующее положение во многих научных областях.

Главная цель пособия – сформировать у студентов целостную систему знаний о физической картине мира, привить навыки и умения применять эти знания для объяснения и предсказания физических явлений в природе и технике. Особое внимание обращено на разъяснение смысла физических законов.

Содержание пособия построено таким образом, чтобы по возможности учесть в нем основные успехи современной физики, а также ее использование в различных технологических процессах и методах исследования. Пособие написано при минимальном использовании математического аппарата, не выходя за рамки табличных формул простейших производных и интегралов. Выводы многих физических закономерностей даются в упрощенном виде, а в ряде случаев ограничиваются только качественно-теоретическим их обоснованием. Авторы ставили перед собой задачу показать историю развития физической науки, по возможности ввести в текст новые сведения и раскрыть их сущность относительно педагогической специальности студентов.

Пособие предназначено для студентов математических факультетов педагогических вузов. Его содержание соответствует типовой учебной программе по физике и образовательному стандарту Республики Беларусь первой ступени высшего образования для специальностей 1-02 05 01 «Математика»; 1-02 05 03-02 «Математика. Информатика».

I. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

1. Магнитное поле

1.1. Основные магнитные явления

Практически все процессы в макромире происходят благодаря гравитационному и электромагнитному взаимодействиям между телами. При этом электромагнитным взаимодействием объясняются силы трения, силы упругости, аэродинамические силы, силы, действующие на пучки заряженных частиц в электронных приборах, силы, возникающие в электротехнических устройствах. Этот тип взаимодействия в значительной степени определяет химические, оптические и внутриатомные процессы.

Частным случаем электромагнитного взаимодействия между физическими объектами является магнитное взаимодействие. Рассмотрим основные экспериментальные факты, которые свидетельствуют о существовании магнитного взаимодействия более подробно.

1. Постоянные магниты взаимодействуют друг с другом, причем разноименные полюсы магнитов притягиваются, а одноименные – отталкиваются (этот факт был известен уже в древнем Китае).

2. Проводник с током оказывает на расположенную около него магнитную стрелку воздействие, в результате которого она всегда располагается под углом 90° к проводнику с током (рис. 1). Это явление впервые наблюдал датский физик Х. Эрстед (1777–1851) в 1820 г.

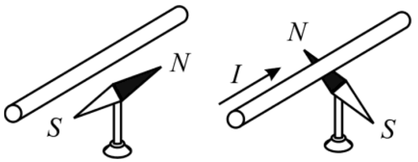


Рис. 1. При включении тока магнитная стрелка ориентируется перпендикулярно проводнику.

3. Проводники с токами взаимодействуют, причем если токи проходят в одном направлении,

то проводники притягиваются, а если в противоположных направлениях – отталкиваются (рис. 2). Это явление было открыто французским физиком, математиком и химиком А. Ампером (1775–1836) в 1820 г.

Силы, вызывающие взаимодействие между телами в вышеотмеченных случаях, называют *магнитными*. Возникновение магнитных сил обусловлено движением зарядов внутри тел.

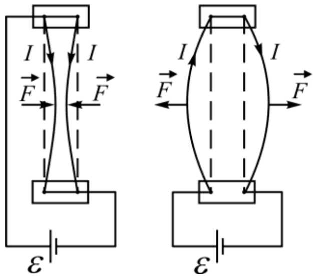


Рис. 2. Взаимодействие параллельных токов.

1.2. Магнитное поле электрического тока

Как уже отмечалось, покоящиеся друг относительно друга электрические заряды взаимодействуют между собой посредством электрических полей, каждое из которых создается отдельным зарядом. Следовательно, и магнитное взаимодействие осуществляется посредством магнитного поля, которое создается в пространстве движущимися зарядами или токами. Термин «магнитное поле» впервые ввел английский физик М. Фарадей (1791–1867) в 1845 г. Опыты показывают, что магнитное поле создается направленным движением любых электрических зарядов. Наличие магнитного поля движущихся наэлектризованных тел и конвекционных токов экспериментально зафиксировано русским физиком А.А. Эйхенвальдом (1864–1944) в 1903 г. В 1911 г. советский физик А.Ф. Иоффе (1880–1960) обнаружил магнитное поле, создаваемое пучком электронов. Таким образом, при движении электрических зарядов одновременно с электрическим полем возникает магнитное поле.

В соответствии с современными представлениями *магнитное поле* – это особая форма материи, создаваемая движущимися электрическими зарядами и переменными электрическими полями. Электрическое и магнитное поле – компоненты единого *электромагнитного* поля.

Поле отдельно взятого движущегося электрического заряда состоит из электрического и магнитного полей. Эти поля определяются положением заряда в пространстве и для движущегося заряда зависят от времени. Поэтому описание магнитного поля, создаваемого отдельными движущимися зарядами, сложно. Значительно проще описывать магнитное поле, создаваемое токами в проводниках. При протекании тока в проводнике последний остается в целом электронейтральным и электрическое поле вне проводника практически отсутствует. Это дает возможность изучать магнитное поле в «чистом» виде.

Основные свойства магнитного поля:

1. Исследования показывают, что магнитное поле образуется направленным движением любых электрических зарядов: ионов электролита и газа, электронов и дырок полупроводника, связанных зарядов при движении наэлектризованного диэлектрика;

2. Поскольку скорость движения заряда зависит от выбора системы отсчета, магнитное поле одного и того же заряда в разных системах отсчета будет различным. Если в отношении к определенной системе отсчета электрический заряд находится в состоянии покоя, то в этой системе отсчета он создает только электростатическое поле. Электрический заряд, который движется относительно данной системы отсчета, создает в этой системе не только электрическое, но и магнитное поле;

3. Посредством магнитного поля осуществляется взаимодействие между движущимися электрическими зарядами;

4. Критерием наличия или отсутствия магнитного поля в определенной области пространства является наличие силы, которая действует на проводник с током или на движущийся электрический заряд, помещенные в эту область пространства;

5. Для выявления магнитного поля могут быть использованы разнообразные физические эффекты: изменение электрического сопротивления некоторых веществ под воздействием магнитного поля; изменение линейных размеров тел в магнитном поле (магнитострикция); намагничивание тел в магнитном поле; возникновение ЭДС индукции в проводнике, который движется в магнитном поле;

6. Магнитное поле не является потенциальным, работа в магнитном поле зависит от формы траектории и в случае замкнутого контура отличается от нуля.

1.3. Индукция магнитного поля

Исследование магнитного поля осуществляется при помощи замкнутого контура с током (рамки, в которой протекает электрический ток), собственное магнитное поле которого значительно меньше, чем исследуемое. Такой контур называют «пробным током» (рис. 3).

На рамку с током, расположенную в магнитном поле, действует вращательный момент, максимальное значение которого M_0 не зависит от формы рамки, но пропорционально силе тока в рамке I и ее площади S, т. е. $M_0 \sim IS$. Коэффициент пропорциональности B не зависит от размеров рамки и силы тока в ней и является силовой характеристикой магнитного поля в той области пространства, где находится рамка. Таким образом,

$$M_0 = BIS.$$

Коэффициент B называют модулем *вектора индукции* магнитного поля.

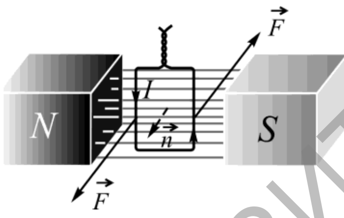


Рис. 3. Действие магнитного поля на контур с током.

За направление вектора индукции магнитного поля в данной точке поля принимают направление от южного полюса к северному полюсу магнитной стрелки, которая находится в этой точке поля, при условии, что она может свободно вращаться вокруг оси. В этом направлении будет направлена и положительная нормаль $\vec{n}$ к плоскости рамки с током, если ее поместить в ту же точку поля (рис. 4).

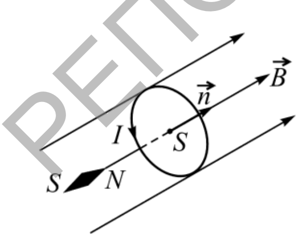


Рис. 4. Устойчивое состояние контура с током в магнитном поле.

Величину $p_m = IS$ называют магнитным моментом контура. Магнитный момент – это вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали $\vec{n}$ к контуру (рис. 5).

На практике для определения направления вектора индукции магнитного поля удобно пользоваться *правилом правого винта*. Согласно этому правилу, если острие винта движется в направлении тока, то направление движения его ручки указывает направление вектора индукции магнитного поля (рис. 6).

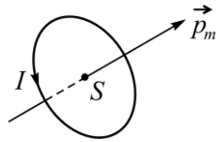


Рис. 5. Направление вектора магнитного момента контура с током.

В качестве единицы индукции магнитного поля в СИ принимается 1 *тесла* (1 Тл). 1 тесла – это индукция такого магнитного поля, в котором на контур площадью 1 м^2 при силе тока в нем 1 А действует со стороны поля максимальный момент силы $M_0 = 1$ Н·м. Эта единица названа в честь сербского ученого Н. Тесла (1856–1943).

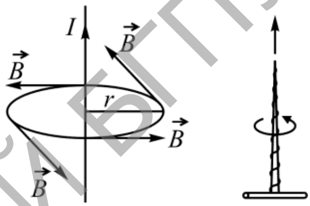


Рис. 6. Направление вектора индукции магнитного поля прямого тока.

Помимо макроскопических токов, текущих в проводниках, в любом теле существуют микроскопические токи, создаваемые движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях внешних токов. Если возле какого-либо тела поместить проводник с током (макроток), создающий вокруг себя магнитное поле, то под действием этого поля микроскопические токи во всех атомах будут определенным образом поворачиваться и создадут в теле дополнительное поле. Таким образом, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками. При одном и том же токе I в проводнике и прочих равных условиях величина вектора $\vec{B}$ в различных средах будет иметь разные значения.

Для характеристики магнитного поля, создаваемого самим макротоком, введена физическая вспомогательная величина: *вектор напряженности магнитного поля* $\vec{H}$, которая не зависит от свойств среды. Для поля в вакууме индукция B_0 и напряженность H в СИ связаны соотношением

$$B_0 = \mu_0 H \,, \tag{1.1}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

1.4. Линии магнитной индукции. Магнитный поток

Графически магнитное поле можно представить при помощи *линий индукции* магнитного поля. Линией индукции магнитного поля называется воображаемая линия в магнитном поле, касательная к которой в выбранной точке совпадает с направлением вектора индукции магнитного поля. В отличие от линий напряженности электростатического поля линии индукции магнитного поля всегда замкнуты (это обусловлено тем, что в природе нет магнитных зарядов). В результате этого работа в магнитном поле зависит от формы пути и в случае замкнутого контура отличается от нуля, т. е. магнитное поле не является потенциальным. Очевидно, что через каждую точку в магнитном поле можно провести линию индукции. Поскольку индукция поля в любой точке имеет определенное направление, то и направление линии индукции в каждой точке этого поля может быть только единым, а значит, линии индукции магнитного поля, как и линии напряженности электрического поля, не пересекаются.

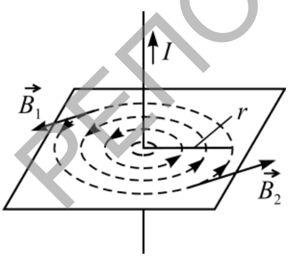


Рис. 7. Линии индукции магнитного поля прямого тока.

Магнитное поле, индукция которого во всех точках одинаковая по модулю и направлению, называется *однородным*. Линии индукции такого поля параллельны. В противном случае поле называется *неоднородным*.

Линии индукции магнитного поля, созданного током, который проходит по прямому проводу, показаны на рис. 7.

В соответствии с правилом правого винта они направлены так, что если поступательное движение винта совпадает с направлением тока, то его головка поворачивается в направлении линий индукции. В этом случае линии индукции представляют собой концентрические окружности, которые находятся в плоскостях, перпендикулярных проводнику с током. Линии индукции магнитного поля, созданного током, который проходит по круговому витку, показаны на рис. 8.

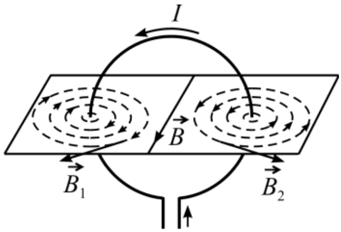


Рис. 8. Линии индукции магнитного поля кругового тока.

Вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$ характеризует магнитное поле в каждой точке пространства. Для того чтобы охарактеризовать магнитное поле во всех точках пространства, ограниченных определенным замкнутым контуром, который проводит электрический ток, вводится физическая скалярная величина Φ, которая называется *магнитным потоком* или потоком вектора магнитной индукции, пронизывающим эту поверхность.

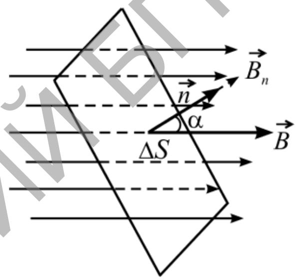


Рис. 9. Магнитный поток через площадку.

Пусть в магнитном поле находится поверхность площадью S. Если в пределах этой поверхности выделить небольшую площадку площадью ΔS, то независимо от формы поверхности площадку можно считать плоской, а магнитное поле, пронизывающее ее, – однородным.

Магнитным потоком $\Delta\Phi$ через площадку ΔS называется скалярная физическая величина, количественно равная произведению нормальной составляющей вектора индукции магнитного поля и площади площадки:

$$\Delta\Phi = B_n \Delta S = B \Delta S \cos\alpha,$$

где α – угол между направлением вектора индукции магнитного поля и нормалью к площадке (рис. 9).

Если поле неоднородное или площадка неплоская, то рассматривают элементарную площадку dS. Магнитный поток через элементарную площадку $d\Phi = \hat{A}_n dS$, а полный поток через поверхность S равен

$$\Phi = \int_S \hat{A}_n dS .$$

За единицу магнитного потока в СИ принимается 1 *вебер* (1 Вб). 1 вебер – это магнитный поток, который образуется однородным магнитным полем с индукцией 1 Тл через площадку 1 м^2, расположенную перпендикулярно полю. Название единице магнитного потока дано в честь немецкого физика В.Э. Вебера (1804–1891), который внес большой вклад в изучение магнитных явлений.

Изменить значение магнитного потока, который пронизывает контур, можно, изменив индукцию магнитного поля, в котором находится контур, площадь этого контура или его ориентацию в магнитном поле.

1.5. Закон Био–Савара–Лапласа

Модуль вектора индукции магнитного поля $\left|\vec{B}\right|$, созданного током, во всех случаях пропорционален силе тока в проводнике, его длине и магнитной проницаемости окружающей среды. Кроме того, значение $\left|\vec{B}\right|$ зависит от формы проводника и расстояния между проводником и той точкой пространства, в которой определяется его значение.

В 1820 г. французские физики Ж. Био (1774–1862) и Ф. Савар (1791–1841) в результате многочисленных исследований пришли к выводу, что для прямого и кругового проводников с током модуль вектора индукции обратно пропорционален расстоянию между проводником и точкой поля. Зависимость B от формы проводника можно рассчитать, если использовать метод, предложенный французским физиком, астрономом и математиком П. Лапласом (1749–1827). Он показал, что вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$, созданного проводником произвольной формы, по которому проходит ток I, равен геометрической сумме векторов индукции магнитных полей, созданных отдельными *элементами тока*.

Элементом тока $Id\vec{l}$ называется вектор, модуль которого равен произведению силы тока в проводнике I и элемента длины проводника dl, а направление совпадает с направлением тока (рис. 10).

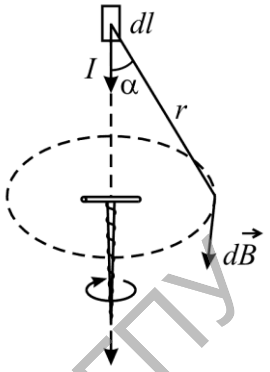


Рис. 10. К иллюстрации закона Био–Савара–Лапласа.

Согласно *закону Био–Савара–Лапласа* индукция магнитного поля, которое образуется элементом тока в точке, находящейся на расстоянии r от него в вакууме, определяется по формуле

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \left[Id\vec{l} \times \vec{r} \right]}{4\pi r^3},$$

где α – угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным от элемента тока к точке наблюдения. Следовательно, модуль вектора индукции магнитного поля в вакууме определяется по формуле

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \sin\alpha}{4\pi r^2}. \qquad (1.2)$$

Чтобы найти индукцию магнитного поля, которое создается проводником с током произвольной формы, необходимо векторно просуммировать поля, созданные всеми элементами тока:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

1.6. Магнитное поле прямого тока

Рассчитаем индукцию магнитного поля в точке на расстоянии r_0 вдоль нормали от проводника с током I. Используем выражение Био–Савара–Лапласа в виде (1.2) и запишем его для элемента тока:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,dl}{r^2} \sin\alpha.$$

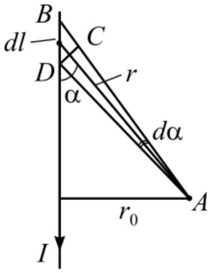


Рис. 11. К расчету индукции магнитного поля прямого тока.

Выделим мысленно элемент dl проводника (рис. 11). Ввиду малости этого элемента можно записать:

$$dl = \frac{DC}{\sin\alpha}\,,\ DC = r\,d\alpha\,,\ r = \frac{r_0}{\sin\alpha}\,.$$

Тогда

$$dl = \frac{r_0}{\sin^2\alpha}\,d\alpha\,,$$

а

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,r_0}{\sin^2\alpha}\,\frac{\sin^2\alpha}{r_0^2}\sin\alpha\,d\alpha\,.$$

Проинтегрировав выражение в пределах от α_1 до α_2, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\,d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,. \qquad (1.3)$$

Для бесконечно длинного проводника угол между элементом тока $I\,dl$ и расстоянием от этого элемента до точки наблюдения A изменяется от $\alpha_1 = 0$ до $\alpha_2 = \pi$; подставив соответствующие значения в выражение (1.3), получим (1.4):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\,. \qquad (1.4)$$

Из формулы (1.4) следует, что для очень тонкого проводника индукция магнитного поля вблизи его поверхности неограниченно возрастает (если $r \to 0$, то $B \to \infty$). Реальный проводник всегда имеет конечную толщину $2R$. Поэтому если весь ток проходит только по его поверхности (металлическая труба с тонкими стенками или сверхпроводник), то магнитное поле внутри проводника отсутствует (рис. 12).

Если же ток равномерно распределен по всей площади поперечного сечения проводника, то можно показать, что величина индукции магнитного поля внутри проводника пропорциональна расстоянию r от его оси (рис. 13):

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\,\frac{rI}{R^2}\,.$$

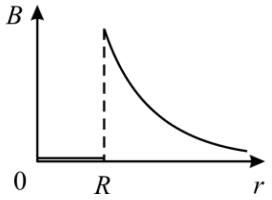


Рис. 12. Зависимость индукции магнитного поля от расстояния до середины проводящей трубы радиусом R.

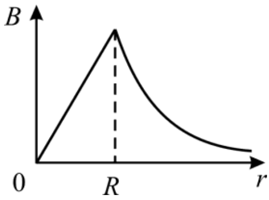


Рис. 13. Зависимость индукции магнитного поля от расстояния до середины сплошного проводника с током радиусом R.

1.7. Магнитное поле кругового тока

Определим модуль вектора магнитной индукции поля в центре витка радиусом R, по которому течет ток I. Для этого выделим на витке элемент dl (рис. 14), используем выражение закона Био–Савара–Лапласа и запишем его с учетом того, что $\sin\alpha = 1$, а $r = R$:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,dl}{R^2}.$$

Проинтегрировав по длине окружности получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} d\,l = \frac{\mu_0 I}{2R}. \qquad (1.5)$$

Рассмотрим точку на расстоянии d вдоль нормали к витку радиусом R (рис. 15). Очевидно, что каждому элементу тока $I\,dl$ соответствует диаметрально противолежащий такой же элемент.

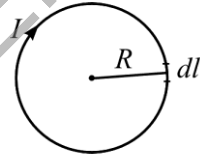


Рис. 14. К расчету индукции магнитного поля в центре витка с током.

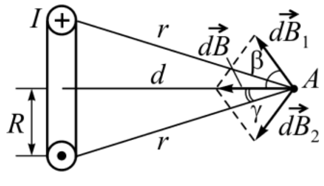


Рис. 15. К расчету индукции магнитного поля на оси витка с током.

Направления векторов индукции поля, создаваемого этими элементами $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$, перпендикулярны r и равны по модулю: $dB_1 = dB_2$. Их равнодействующая $d\vec{B}$ направлена вдоль оси витка и равна проекции этих векторов на ось:

$$dB = 2dB_1 \cos\beta = 2dB_1 \sin\gamma = 2dB_1 \frac{R}{r}.$$

Согласно закону Био–Савара–Лапласа получим:

$$dB = \frac{2\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,dl}{R^2 + d^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2}} = \frac{\mu_0 I R}{2\pi\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}} dl.$$

Проинтегрировав по половине длины окружности получим значение модуля индукции магнитного поля в искомой точке A:

$$B = \frac{2\mu_0 I R}{4\pi\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}} \int_0^{\pi R} dl,$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}}. \qquad (1.6)$$

1.8. Магнитное поле соленоида

Рассмотрим длинную катушку радиусом R и длиной L, содержащую N витков тонкого провода, навитого одним слоем (рис. 16). Такую катушку называют *соленоидом*.

Определим модуль вектора магнитной индукции поля в точке на оси внутри этого соленоида. Для этого выберем малый элемент длины соленоида dl, который содержит n витков: $n = N/L$. Используем выражение (1.6) для элемента тока $I n dl$:

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I n R^2 dl}{\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}}.$$

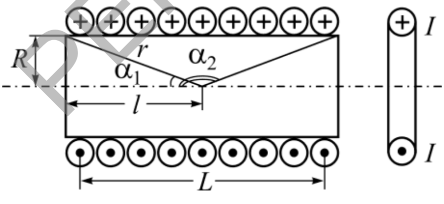


Рис. 16. К расчету индукции магнитного поля на оси соленоида.

С учетом того, что

$d = l$, $\dfrac{l}{R} = \operatorname{ctg}\alpha$, $l = R\operatorname{ctg}\alpha$,

получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{InR^2 dl}{\left(R^2 + l^2\right)^{3/2}}.$$

Так как

$$dl = -\frac{R\,d\alpha}{\sin^2\alpha},$$

то

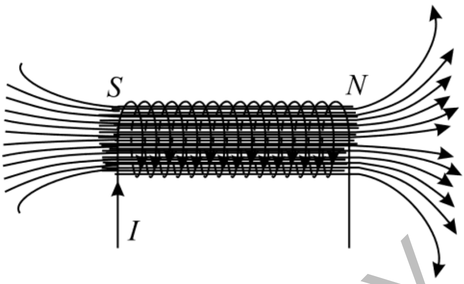


Рис. 17. Линии индукции магнитного поля соленоида.

$$dB = -\frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I\,n R^2\, R d\alpha}{\left(R^2 + R^2 \cdot \operatorname{ctg}^2\alpha\right)^{3/2} \sin^2\alpha} = -\frac{\mu_0\, I\, n \sin\alpha\, d\alpha}{2}.$$

Проинтегрировав выражение в пределах от α_1 до α_2, получим:

$$B = \frac{\mu_0\, I\, n}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \tag{1.7}$$

Очевидно, что для бесконечно длинного соленоида

$$B = \mu_0 In. \tag{1.8}$$

Из формулы (1.8) следует, что во всех точках внутри соленоида индукция магнитного поля одинакова. Это означает, что магнитное поле внутри соленоида является однородным. Вблизи краев соленоида магнитное поле уже не будет однородным (рис. 17).

Можно показать, что индукция магнитного поля на оси соленоида на его концах равна половине значения индукции поля внутри соленоида:

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 nI. \tag{1.9}$$

1.9. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока

С помощью закона Био–Савара–Лапласа очень трудно рассчитывать магнитную индукцию проводника с током сложной формы. В этом случае пользуются теоремой о циркуляции вектора магнитной индукции. *Циркуляцией вектора магнитной индукции*

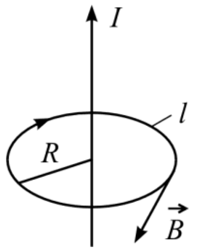


Рис. 18. К определению понятия циркуляции вектора магнитной индукции.

называется интеграл $\oint\limits_l B_l dl$, где B_l – проекция вектора магнитной индукции на элемент длины dl.

Выберем мысленно контур, который совпадает с одной из линий магнитной индукции поля прямого тока (рис. 18).

Подсчитаем циркуляцию вектора $\vec{B}$ по этому контуру. Для прямого тока, согласно (1.3), в любой точке на расстоянии R от проводника

$$B = B_l = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

поэтому

$$\oint\limits_l B_l\, d\,l = \int\limits_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I}{2\pi R} dl = \mu_0 I .$$

Очевидно, что для множества токов внутри контура циркуляция будет состоять из алгебраической суммы токов, умноженных на μ_0.

Циркуляция вектора магнитной индукции (в вакууме) по произвольно выбранному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охваченных этим контуром, умноженной на магнитную постоянную μ_0:

$$\oint\limits_l B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i . \qquad (1.10)$$

Для характеристики магнитного поля в вакууме можно вместо вектора магнитной индукции $\vec{B}$ пользоваться вектором напряженности магнитного поля $\vec{H}$, который согласно (1.1) определяется как $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$. Тогда вместо формулы (1.9) можно записать:

$$\oint\limits_l H_l dl = \sum_{i=1}^{n} I_i . \qquad (1.11)$$

Эта запись выражает так называемый *закон полного тока*: циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охваченных этим контуром.

2. Действие магнитного поля на проводник с током и на движущийся заряд

2.1. Сила Ампера. Сила взаимодействия параллельных токов

При исследовании действия магнитного поля на расположенный в нем прямолинейный проводник с током французский физик А. Ампер (1775–1836) пришел к выводу, что модуль этой силы можно рассчитать по формуле

$$F_{\text{А}} = IBl\sin\alpha. \qquad (2.1)$$

Позднее эта сила была названа силой Ампера, а формула – законом Ампера. Направление силы Ампера определяется по *правилу левой руки*: если левую руку расположить так, чтобы нормальная к проводнику составляющая $\vec{B}_{\perp}$ вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ входила в ладонь, четыре вытянутых пальца были направлены по току, то отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы Ампера, которая действует на проводник с током (рис. 19).

На основе закона Ампера можно объяснить взаимодействие параллельных проводников с током. Рассмотрим два параллельных проводника с токами I_1 и I_2, расположенные на расстоянии d друг от друга (рис. 20).

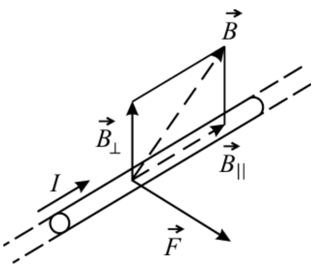


Рис. 19. К иллюстрации правила левой руки.

Ток I_1 создает в месте расположения проводника с током I_2 магнитное поле $\vec{B}_1$, которое действует на ток I_2 с силой

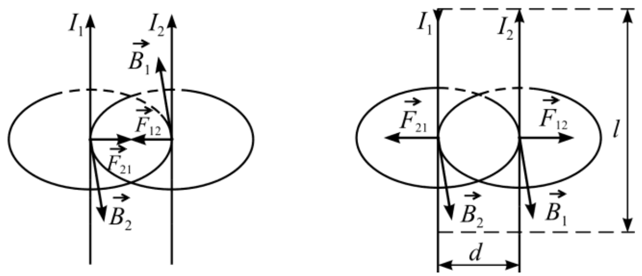


Рис. 20. К расчету силы взаимодействия параллельных токов.

$F_{12} = B_1 I_2 l$. Ток I_2 в свою очередь также создает магнитное поле, индукция которого в месте расположения проводника с током I_1 равна $\vec{B}_2$. Это поле действует на ток I_1 с силой $F_{21} = B_2 I_1 l$. Силы F_{12} и F_{21} находятся в одной плоскости с проводниками и являются силами притяжения, если токи направлены в одну сторону, и силами отталкивания, если токи направлены в противоположные стороны (рис. 20).

Если расстояние между проводниками равно *d*, то индукция магнитного поля, созданного током I_1 в тех точках пространства, где находится второй проводник,

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

Соответственно индукция магнитного поля, созданного током I_2 в тех точках пространства, где расположен первый проводник,

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}.$$

Таким образом, для проводников длиной *l*

$$F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}. \qquad (2.2)$$

2.2. Контур с током в магнитном поле

Поместим замкнутый контур с током в однородное магнитное поле. Пусть плоскость контура перпендикулярна линиям индукции поля. Если разделить контур на элементы *dl*, то на каждый из них действует сила $dF = IBdl$, которая лежит в плоскости контура и направлена к его центру (рис. 21).

Если изменить направление тока на противоположное, то сила dF будет направлена в противоположную сторону (рис. 22).

Значит, силы, которые действуют на замкнутый контур с током в однородном перпендикулярном магнитном поле, могут только деформировать его (растянуть или сжать). Перемещение контура при этом не происходит.

Если расположить контур параллельно направлению линий магнитной индукции (рис. 23), то на контур будет действовать вращательный момент сил M. Под действием этого момента контур поворачивается так, чтобы его плоскость стала перпендикулярной линиям магнитной индукции.

Определим величину вращающего момента. Для этого разделим контур на малые элементы Δl. Выделим два элемента Δl_1 и Δl_2, заключенные между двумя параллельными линиями магнитной индукции, отстоящими друг от друга на расстоянии Δh. На эти элементы со стороны поля действуют силы ΔF_1 и ΔF_2, направленные соответственно перпендикулярно плоскости контура «от нас» и «к нам». Модули

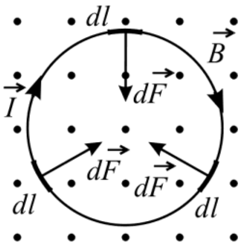


Рис. 21. Контур с током в перпендикулярном магнитном поле. Равновесие контура неустойчивое.

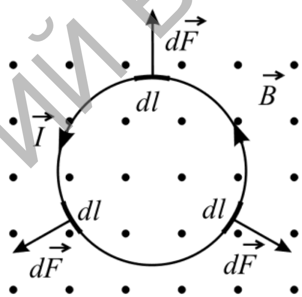


Рис. 22. Контур с током в перпендикулярном магнитном поле. Равновесие контура устойчивое.

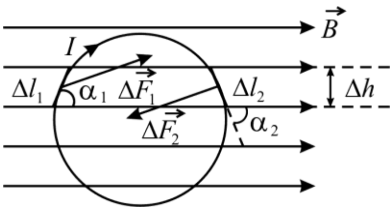


Рис. 23. Плоскость контура с током параллельна линиям индукции магнитного поля.

этих сил равны: $\Delta F_1 = IB\Delta l_1 \sin\alpha_1$ и $\Delta F_2 = IB\Delta l_2 \sin\alpha_2$. Если учесть, что $\Delta l_1 \sin\alpha_1 = \Delta h$, $\Delta l_2 \sin\alpha_2 = \Delta h$, то очевидно, что эти силы равны по модулю и направлены в противоположные стороны. Они образуют пару сил, момент которой $\Delta M = \Delta F x = IB\Delta h x = IB\Delta S$, где x – среднее расстояние между элементами Δl_1 и Δl_2; $\Delta S = \Delta h x$ – площадь, ограниченная линиями магнитной индукции и элементами контура Δl_1 и Δl_2. Очевидно, что весь контур состоит из суммы всех пар элементов. Поэтому суммарный момент, действующий на контур, равен

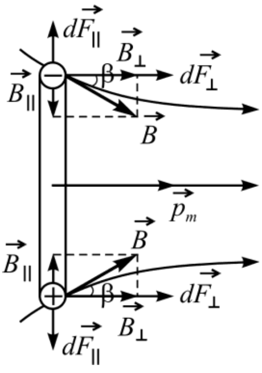


Рис. 24. Контур с током в неоднородном магнитном поле.

$$M = \sum \Delta M = IB\sum \Delta S = IBS.$$

Если контур расположен в магнитном поле так, что угол между его магнитным моментом $\vec{p}_m$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ поля равен β, то под действием проекции вектора $\vec{B}$ на нормаль к контуру, равную $B_{\perp} = B\cos\beta$, контур будет растягиваться (сжиматься), а под действием проекции $\vec{B}$ на плоскость контура $B\sin\beta$ – поворачиваться.

Поэтому в общем случае формула расчета вращательного момента имеет вид:

$$M = IBS\sin\beta. \qquad (2.3)$$

Как уже отмечалось, величину $p_m = IS$ называют магнитным моментом контура с током. Это величина векторная, и она совпадает по направлению с единичным вектором нормали $\vec{n}$: $\vec{p}_m = IS\vec{n}$. Тогда формулу (2.3) можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right]. \qquad (2.4)$$

Если контур с током поместить в неоднородное магнитное поле, то кроме ориентирующего действия вращательного момента контур будет смещаться в направлении возрастания магнитного поля (рис. 24).

Смещение возникает из-за действия сил $d\vec{F}_{\perp}$ на каждый элемент тока со стороны составляющей поля $\vec{B}_{\parallel}$. Расчет показывает, что модуль силы, которая действует на весь контур, равен:

$$f = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos\beta, \tag{2.5}$$

где β – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$; $\partial B/\partial x$ – градиент индукции магнитного поля.

2.3. Сила Лоренца

Как уже отмечалось, на проводник с током, который находится в магнитном поле, действует сила Ампера $F_{\text{А}} = IBl\sin\alpha$. Поскольку ток представляет упорядоченное движение свободных электрических зарядов, то это означает, что магнитное поле действует на каждый из этих зарядов. Сила, действующая на заряд, который движется в магнитном поле, называется *силой Лоренца*. Х. Лоренц (1853–1928) – нидерландский физик, создатель классической электронной теории.

Если учесть, что сила тока в проводнике

$$I = qn\upsilon S,$$

где q – заряд носителей тока; n – концентрация носителей тока; υ – скорость их упорядоченного движения; S – площадь поперечного сечения проводника, то согласно (2.1)

$$F_{\text{А}} = qn\upsilon SlB\sin\alpha.$$

Силу Лоренца можно выразить как

$$F_{\text{Ё}} = \frac{F_{\text{À}}}{N},$$

где N – общее количество носителей тока в проводнике. С учетом того, что $Sl = V$ (V – объем проводника),

$$F_{\text{Ё}} = q\upsilon B\sin\alpha, \tag{2.6}$$

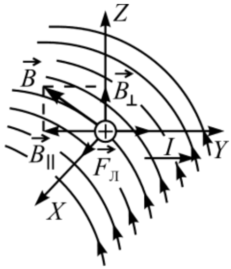


Рис. 25. Положительный заряд движется в магнитном поле.

где α – угол между направлением вектора индукции магнитного поля и направлением вектора скорости движения положительного заряда. Направление силы Лоренца, как и силы Ампера, также определяется по правилу левой руки (рис. 25).

Определение удельного заряда электрона

Под действием силы Лоренца частицы, которые обладают электрическим зарядом, движутся в магнитном поле по криволинейным траекториям. Причем если скорость частицы $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, то траектория ее движения в магнитном поле представляет окружность (рис. 26).

Определив радиус этой окружности, скорость частицы и величину индукции магнитного поля, можно рассчитать удельный заряд этой частицы. Этот метод используется для определения удельного заряда электрона.

Так, ввиду малости величины силы тяжести, действующей на электрон, движущийся в перпендикулярном магнитном поле, можно записать в соответствии со вторым законом Ньютона:

$$F_{\text{Л}} = ma, \text{ или } eB\upsilon = m\frac{\upsilon^2}{R},$$

откуда радиус окружности равен

$$R = \frac{m\upsilon}{eB},$$

а удельный заряд электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{\upsilon}{RB}. \qquad (2.7)$$

Для определения скорости необходимо знать ускоряющую разность потенциалов электрического поля. Известно, что на заряженную частицу со стороны электрического поля действует сила $\vec{F}_{\text{э}} = q\vec{E}$, где q – заряд частицы; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля. Если скорость частицы $\upsilon \ll c$ и электрическое поле является однородным, то она будет двигаться в поле с постоянным ускорением.

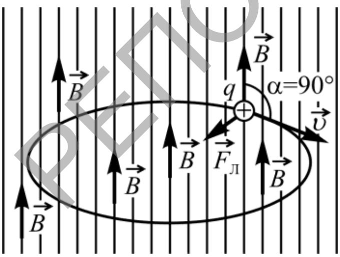


Рис. 26. Движение положительного заряда в перпендикулярном магнитном поле.

Если скорость частицы в момент включения электрического поля равна нулю, то изменение ее кинетической энергии происходит за счет работы сил поля, т. е.

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = qU\ ,$$

где U – напряжение между точками входа и выхода частицы из электрического поля. Поэтому скорость частицы при выхode из электрического поля

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2qU}{m}}\ . \qquad (2.8)$$

С учетом (2.8) выражение (2.7) примет вид:

$$\frac{\mathring{a}}{m} = \frac{2U}{R^2 B}\ . \qquad (2.9)$$

Опыты, проведенные таким образом, показали, что

$$\frac{e}{m} \approx 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \text{Кл/кг.}$$

Если заряженная частица влетает в магнитное поле так, что направление ее скорости $\vec{\upsilon}$ образует с вектором индукции магнитного поля $\vec{B}$ угол α (причем $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq \pi$), то траектория движения частицы представляет винтовую линию (рис. 27). На частицу, которая движется вдоль линий индукции магнитного поля со скоростью υ_1, сила Лоренца не действует. Перпендикулярная составляющая скорости $\vec{\upsilon}_2$ обеспечивает движение частицы по окружности радиусом *R*. Таким образом, под действием двух составляющих скорости $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ частица движется по винтовой линии.

Как уже отмечалось ранее, электрическое и магнитное поля являются частями единого электромагнитного поля. Поэтому в произвольной системе отсчета полная сила, с которой электромагнитное поле действует на заряженную частицу, является векторной суммой электрической $F_{\acute{y}}$ и магнитной $F_{\grave{i}}$ составляющих, т. е. $\vec{F} = \vec{F}_{\acute{y}} + \vec{F}_{\grave{i}}$.

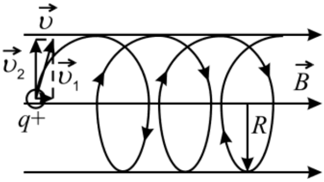


Рис. 27. Движение положительного заряда в произвольно ориентированном магнитном поле.

2.4. Эффект Холла

Если пластинку, вдоль которой течет постоянный ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлению тока и поля, возникает разность потенциалов. Это явление впервые исследовал американский физик Е. Холл (1811–1890) в 1879 г., и оно впоследствии было названо *эффектом Холла* (рис. 28).

Экспериментально определено, что разность потенциалов Холла определяется по формуле

$$\Delta\varphi = RbjB, \tag{2.10}$$

где b – ширина пластинки; j – плотность тока; B – магнитная индукция поля; R – коэффициент пропорциональности, который называется *постоянной Холла*.

Эффект Холла можно объяснить согласно электронной теории. Если магнитное поле отсутствует, ток в пластинке обусловлен электрическим полем $\vec{E}_0$ (рис. 29).

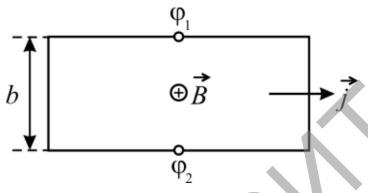


Рис. 28. Иллюстрация возникновения разности потенциалов Холла.

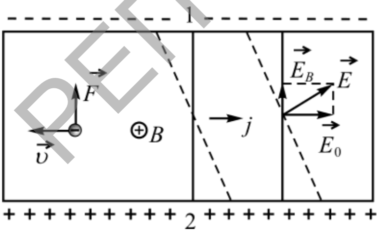


Рис. 29. К объяснению эффекта Холла.

Потенциал во всех точках поверхности одинаков, в том числе и в точках *1* и *2*. Электроны как носители отрицательного заряда движутся со скоростью $\vec{\upsilon}$ против вектора плотности тока $\vec{j}$. При включении магнитного поля на каждый электрон действует сила Лоренца, направленная вдоль стороны b и численно равная $F_{\text{Ё}} = e\upsilon B$. Поэтому электроны приобретают составляющую скорости, которая направлена к верхней грани пластинки. Значит, на этой грани накапливается отрицательный заряд, на нижней грани – положительный. Таким образом, возникает поперечное электрическое поле $\vec{E}_B$. Если сила $\vec{F}_B = e\vec{E}_B$ уравновесит силу Лоренца $\vec{F}_{\text{Ё}} = e\vec{\upsilon}\vec{B}$, то установится стационарное равновесие: $eE_B = e\upsilon B$. Откуда $E_B = \upsilon B$. Результирующее поле $\vec{E}$ равно векторной сумме полей $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_B$. Так как эквипотенциальные линии перпендикулярны вектору напряженности поля $\vec{E}$, то точки *1* и *2*, которые ранее лежали на одной эквипотенциальной поверхности, уже имеют разный потенциал.

Значит, разность потенциалов между этими точками равна:

$$\Delta\varphi = bE_B = b\upsilon B = b\frac{j}{ne}B. \tag{2.11}$$

Сравнивая выражения (2.10) и (2.11), определим постоянную Холла:

$$R = \frac{1}{ne}.$$

Из формулы (2.11) следует, что величина постоянной Холла, как и разности потенциалов Холла, зависит от концентрации носителей заряда в проводящей пластинке. Так как концентрация носителей тока в полупроводниках значительно меньше, чем в металлах, то и эффект Холла в полупроводниках наблюдать легче.

Эффект Холла применяется в датчиках Холла, которые используют для измерения напряженности постоянных и переменных магнитных полей, силы и мощности электрического тока, превращения постоянного ток в переменный, модулирования и детектирования сигналов, анализа спектра частот, чтения магнитных записей и во многих элементах автоматики и вычислительной техники.

Принцип работы магнитогидродинамических генераторов

Магнитогидродинамический (МГД) генератор – энергетическая установка, в которой тепловая энергия рабочего тела (плазмы) превращается в электрическую. Принцип работы МГД-генератора основан на взаимодействии магнитного поля с заряженными частицами, которые движутся в нем (рис. 30).

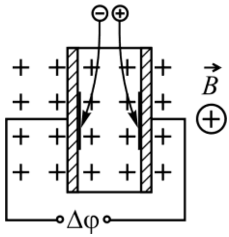


Рис. 30. Схема МГД генератора.

Если создать поток плазмы в магнитном поле, линии индукции $\vec{B}$ которого перпендикулярны скорости зарядов $\vec{\upsilon}$, то под действием силы Лоренца произойдет их разделение, т. е. положительные заряды магнитным полем будут отклоняться в одну сторону, а отрицательные – в другую. В результате один электрод заряжается положительно, а второй – отрицательно. Между ними возникает разность потенциалов. Если электроды соединить проводником, то в нем возникнет электрический ток.

Использование МГД-генераторов является перспективным направлением развития тепловой энергетики, так как он позволяет получать КПД 60 %, в то время как КПД тепловых станций достигает 40 %. Органическое топливо, которое используется в МГД-генераторах, вместе с нагретым воздухом поступает в камеру сгорания с температурой 3000 °С. Там они превращаются в плазму. С целью увеличения электропроводности плазмы в нее могут добавлять специальные присадки – соли калия или цезия, уменьшающие выброс серы в атмосферу, тем самым решая часть экологических проблем.

3. Электромагнитная индукция

3.1. Опыты Фарадея. Явление электромагнитной индукции

Электромагнитная индукция имеет исключительно важное научное и практическое значение. Открытием этого явления человечество обязано английскому физику М. Фарадею (1791–1867), который был уверен в том, что если электрический ток создает в пространстве магнитное поле, то должно существовать и обратное явление, т. е. магнитное поле должно создавать ток. В 1831 г. М. Фарадей провел серию исследований, в результате которых были выявлены следующие факты:

1. При движении постоянного магнита относительно катушки, подключенной к гальванометру, в ней возникает ток (стрелка

гальванометра отклоняется), направление которого изменяется при изменении направления движения магнита (рис. 31). Такое же явление наблюдалось, если магнит был неподвижен, а двигалась катушка;

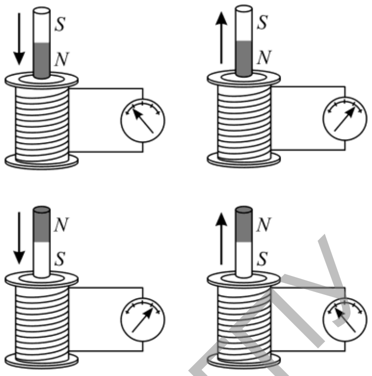


Рис. 31. Возникновение индукционного тока при движении магнита относительно неподвижной катушки.

2. В катушке, подключенной к гальванометру, возникает электрический ток, если относительно нее двигалась другая катушка, подключенная к источнику постоянного тока (рис. 32);

3. Если две катушки располагались на общем каркасе и одна из них подключалась к гальванометру, а другая – к источнику постоянного тока, то в первой катушке возникает ток при изменении тока в другой (рис. 33). Направление тока в цепи гальванометра на рис. 31 соответствует возрастанию тока в другой катушке, т. е. в случае, если ползунок реостата перемещают вверх или замыкают ключ *K*.

Во всех рассмотренных случаях ток в цепи гальванометра возникал только при изменении магнитного потока, который пронизывал витки катушки, подключенной к гальванометру. При этом направление тока, вызванного возрастанием магнитного потока, было противоположно направлению тока, вызванного его уменьшением.

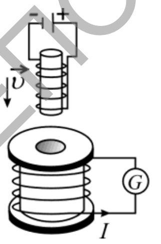


Рис. 32. Возникновение индукционного тока при движении катушки с током относительно неподвижной катушки.

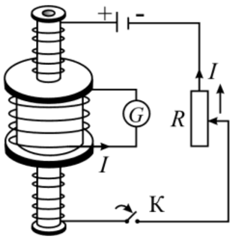


Рис. 33. Возникновение индукционного тока в катушке при изменении тока в другой катушке.

Явление возникновения электрического тока в замкнутом контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур, получило название явления *электромагнитной индукции*.

3.2. Правило Ленца

На основе экспериментального исследования явления электромагнитной индукции Э. Ленц (1804–1865) в 1833 г. сформулировал правило для определения направления индукционного тока. В соответствии с этим правилом индукционный ток всегда направлен так, что созданное им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, который создал этот индукционный ток (т. е. при возрастании магнитного потока направление магнитного поля индукционного тока противоположно направлению внешнего поля, при уменьшении – магнитное поле индукционного тока совпадает по направлению с внешним).

В более сжатой форме правило Ленца можно сформулировать следующим образом: индукционный ток всегда направлен так, что его действие противоположно действию причины, которая вызвала этот ток. Для того чтобы определить направление индукционного тока по правилу Ленца, необходимо:

1) определить направление линий индукции внешнего магнитного поля $\vec{B}$;

2) выяснить, увеличивается или уменьшается магнитный поток через поверхность, ограниченную проводящим контуром;

3) определить направление линий индукции магнитного поля индукционного тока $\vec{A}'$ (если $\Delta\Phi < 0$, то $\vec{B}$ и $\vec{A}'$ направлены в одну сторону; если $\Delta\Phi > 0$, то $\vec{B}$ и $\vec{A}'$ направлены в противоположные стороны);

4) с учетом направления $\vec{A}'$ по правилу правого винта определить направление индукционного тока (рис. 34).

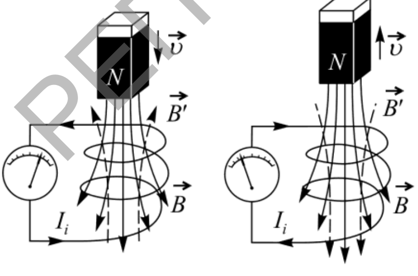


Рис. 34. Иллюстрация правила Ленца.

Правило Ленца является результатом закона сохранения энергии применительно к явлению электромагнитной индукции. Если бы индукционный ток имел направление, которое не соответствует этому правилу, то ток мог бы поддерживать себя сам без затрат энергии.

3.3. Закон электромагнитной индукции

В результате многочисленных опытов М. Фарадей установил, что сила индукционного тока в замкнутом контуре прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром. Однако для существования тока в замкнутой цепи на свободные заряды должны действовать сторонние силы, т. е. должен быть источник электродвижущей силы (ЭДС). В исследованиях Фарадея источником этих сторонних сил является переменное магнитное поле, создающее в цепи ЭДС, которая называется *ЭДС индукции* ($\mathcal{E}_{\text{èíä}}$). Если цепь замкнута, ЭДС индукции создает в этой цепи индукционный ток. Согласно определению ЭДС индукции, возбуждаемая в проводящем контуре изменяющимся магнитным потоком, количественно равна работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль этого контура.

Рассмотрим механизм возникновения ЭДС индукции на следующем примере. Контур с током (рис. 35), расположенный горизонтально, помещен в однородное магнитное поле, вектор индукции $\vec{B}$ которого направлен вертикально вниз.

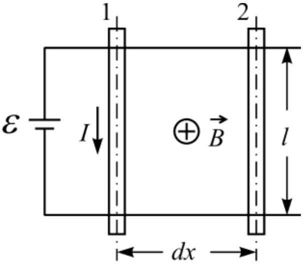


Рис. 35. К выводу закона электромагнитной индукции.

Сторона l контура может скользить по двум другим параллельным проводникам. Сила трения проводника при контакте незначительна. На подвижную часть контура будет действовать сила Ампера $F_{\text{A}} = IBl$. Под действием этой силы за малый промежуток времени dt проводник переместится вправо на расстояние dx. Сила Ампера выполнит работу

$$dA = F_A\,dx = IBl\,dx = IBdS = Id\Phi\,,$$

где dS и $d\Phi$ – изменения площади контура и магнитного потока, пронизывающего этот контур. За тот же промежуток времени dt согласно закону Джоуля–Ленца в контуре выделится количество теплоты

$$dQ = I^2 R dt\,,$$

где R – сопротивление контура. В соответствии с законом сохранения энергии можно записать:

$$I\mathcal{E}dt = I^2 Rdt + Id\Phi\,,$$

где $I\mathcal{E}dt$ – работа, затраченная источником тока за промежуток времени dt, откуда

$$I = \frac{\mathcal{E} - \dfrac{d\Phi}{dt}}{R} = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{èíä}}}{R}\,. \tag{3.1}$$

Формула (3.1) является законом Ома для контура, в котором кроме ЭДС источника тока действует еще и ЭДС индукции, равная

$$\mathcal{E}_{\text{èíä}} = -\frac{d\Phi}{dt}\,. \tag{3.2}$$

Формула (3.2) является универсальной и не зависит от способа изменения магнитного потока, пронизывающего контур. Она выражает *основной закон электромагнитной индукции*.

Знак «минус» в формулах для ЭДС индукции учитывает правило Ленца, в соответствии с которым при увеличении магнитного потока $\left(\dfrac{d\Phi}{dt} > 0\right)$ ЭДС индукции отрицательна ($\mathcal{E}_{\text{èíä}} < 0$), и наоборот, при уменьшении магнитного потока $\left(\dfrac{d\Phi}{dt} < 0\right)$ ЭДС индукции положительна ($\mathcal{E}_{\text{èíä}} > 0$).

Экспериментально было установлено, что ЭДС индукции, которая возникает в неподвижном контуре при изменении магнитного поля, не зависит от характеристик контура (материала, рода носителей тока, сопротивления и температуры контура).

3.4. Вихревое электрическое поле

Известно, что электрический ток в проводнике возникает только под действием электрического поля. Это относится и к индукционному току, возникающему в замкнутом контуре, который пронизывается переменным магнитным потоком. Так как стационарное (электростатическое) поле в проводнике отсутствует, то следует предположить, что направленное движение свободных электронов в неподвижном проводнике контура происходит под действием электрического поля, которое создается переменным магнитным полем. Электрическое поле, возникающее при изменении магнитного поля, называют *индукционным*. Это поле не связано с электрическими зарядами, т. е. оно не электростатическое, а стороннее. Линии напряженности индукционного электрического поля замкнуты, поэтому его называют *вихревым электрическим полем*. Вихревой, т. е. непотенциальный характер индукционного электрического поля является причиной того, что при перемещении заряда по замкнутой цепи выполняется работа, не равная нулю. Следовательно, циркуляция вектора напряженности этого поля по замкнутому контуру равна:

$$\oint_l E_l dl = \mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (3.3)$$

Таким образом, ЭДС индукции, которая возникает в неподвижном замкнутом проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, равна работе вихревого электрического поля по перемещению по всему этому контуру единичного положительного заряда. Это позволило английскому физику Дж. Максвеллу (1831–1879) сделать вывод о том, что роль контура сводится только к индикации вихревого электрического поля, которое создается переменным магнитным полем.

Таким образом, физический смысл явления электромагнитной индукции заключается в возникновении вихревого электрического поля в любой точке пространства, где существует переменное магнитное поле независимо от того, есть там проводящий контур

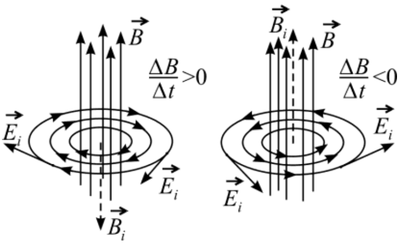


Рис. 36. Направление вихревого электрического поля.

или нет. Направление линий напряженности вихревого электрического поля определяется по правилу Ленца (рис. 36).

Если поместить в это поле замкнутый проводящий контур, то по нему в направлении линий напряженности электрического поля будет проходить индукционный ток. Этот ток создает индукционное магнитное поле, вектор индукции которого показан на рисунке штрихами.

3.5. Токи Фуко. Скин-эффект

Если индукционные токи возбуждаются в массивных сплошных проводниках, то они могут достигать больших значений и вызывать сильный нагрев проводника. Впервые явление нагрева массивных проводников в переменном магнитном поле наблюдал французский физик Ж. Фуко (1819–1868) в 1855 г. Индукционные токи, возникающие в массивных сплошных проводниках, находящихся в переменном магнитном поле, называют *вихревыми токами* или *токами Фуко*. Линии такого тока, как и силовые линии вихревого электрического поля, этот ток индуцирующего, замкнуты. Согласно правилу Ленца токи Фуко направлены так, чтобы своим действием противодействовать причине, которая их вызвала. Поэтому проводники, движущиеся в сильном магнитном поле, тормозятся в результате взаимодействия вихревых токов и магнитного поля. Это используется в демпферных приспособлениях для успокоения гальванометров, сейсмографов и рамок иных измерительных приборов.

Вихревые токи вызывают сильный нагрев проводника, что позволяет использовать их для плавления металлов в вакууме, получая особо чистые материалы. Индукционные печи, которые используются при этом, представляют собой катушки, по которым проходит большой высокочастотный ток. При помещении внутрь катушки проводящего тела в нем возникают вихревые токи, которые могут сильно нагреть его. Таким способом осуществляется прогрев металлических частей вакуумных установок.

Однако во многих случаях токи Фуко вредны. Они вызывают сильный нагрев сердечников трансформаторов, и поэтому их изготавливают из тонких пластин, разделенных слоем диэлектрика.

Токами Фуко обусловлен и так называемый *скин-эффект (поверхностный эффект)*. Если в проводах текут переменные токи, то токи Фуко ослабляют ток внутри провода и усиливают около поверхности. Ток как бы вытесняется на поверхность проводника. Поэтому в высокочастотных проводах «бесполезную» внутреннюю часть удаляют. Скин-эффект используется для поверхностной закалки стали.

3.6. Самоиндукция. Индуктивность

Явление самоиндукции было открыто американским физиком Дж. Генри (1797–1878) в 1832 г. Оно является частным случаем явления электромагнитной индукции. Согласно закону электромагнитной индукции при любом изменении магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, в нем возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{\text{èíä}} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

которая создает в контуре индукционный ток

$$I_{\text{èíä}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{èíä}}}{R}, \qquad (3.4)$$

где R – сопротивление контура.

Если в контуре существует постоянный ток, то он создает в пространстве вокруг себя постоянное магнитное поле, т. е. магнитный поток, который пронизывает контур, будет также постоянным. Поэтому в этом случае ЭДС индукции в контуре не возникнет.

Поскольку магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$, то $\Phi \sim B$. В свою очередь $B \sim I$, где I – ток, который создает магнитное поле. Значит, $\Phi \sim I$. Коэффициент пропорциональности между магнитным потоком Φ и током I, создающим этот поток, зависит от геометрических размеров и формы контура, а также от количества витков в нем и от магнитных свойств сердечника, находящегося в контуре. Этот коэффициент называется *индуктивностью* контура L, т. е.

$$\Phi = LI \ . \tag{3.5}$$

Единицей индуктивности в СИ является 1 *генри* (1 Гн). 1 Гн – индуктивность контура, в котором ток 1 А создает магнитный поток 1 Вб.

Из формулы магнитного потока, созданного током, проходящим по замкнутому контуру и пронизывающим его, видно, что изменить этот поток можно, если изменить силу тока или индуктивность (или то и другое одновременно). В соответствии с законом электромагнитной индукции изменяющийся магнитный поток создает в контуре ЭДС, которая в этом случае называется *электродвижущей силой самоиндукции*. С учетом выражения (3.2)

$$\mathcal{E}_{\text{с}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\ \ LI}{dt},$$

а если $L = \text{const}$, то

$$\mathcal{E}_{\text{с}} = -L\frac{dI}{dt} \ . \tag{3.6}$$

Поскольку контур замкнут, ЭДС самоиндукции создает в контуре ток самоиндукции. Согласно правилу Ленца ток самоиндукции всегда направлен так, что он противодействует изменению основного тока, т. е. если основной ток возрастает, ток самоиндукции направлен против основного тока, если уменьшается – направления основного тока и тока самоиндукции совпадают.

3.7. Взаимная индукция

Взаимной индукцией называется явление возникновения ЭДС индукции в одном контуре при изменении тока в другом, близко расположенном контуре (рис. 37).

Это происходит потому, что магнитный поток Φ_1, создаваемый током I_1 в первом контуре, частично пронизывает другой контур, возбуждая в нем ЭДС индукции. Если Φ_{12} – часть потока Φ_1, которая пронизывает другой контур, то $\Phi_{12} \sim \Phi_1$, а $\Phi_1 \sim I_1$, значит,

$\Phi_{12} \sim I_1$. Тогда, если ввести коэффициент пропорциональности M_{12}, получаем, что $\Phi_{12} = M_{12} I_1$. При изменении тока I_1 изменяется поток Φ_1 и в другом контуре возбуждается ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12}\frac{dI_1}{dt}.$$

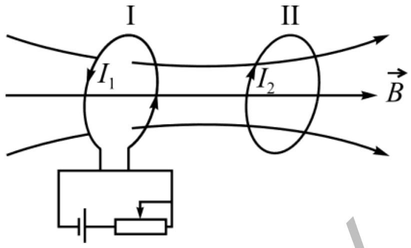


Рис. 37. Иллюстрация взаимной индукции контуров.

Аналогичным образом можно показать, что ЭДС индукции, которая возникает в первом контуре при изменении тока в другом,

$$\mathcal{E}_{12} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_2}{dt}.$$

Чтобы показать, что коэффициенты M_{12} и M_{21} равны, рассчитаем работу, которую необходимо затратить на преодоление ЭДС взаимоиндукции, т. е. работу, необходимую для того, чтобы каждый из этих контуров удалить на бесконечность. Работа, затраченная на удаление первого контура, равна:

$$A_1 = I_1 \Delta\Phi_1 = I_1 \Phi_1 = I_1 M_{12} I_2,$$

а на удаление второго –

$$A_2 = I_2 \Delta\Phi_2 = I_2 \Phi_2 = I_2 M_{21} I_1.$$

Так как $A_1 = A_2$, то $M_{12} = M_{21} = M$.

M называют *коэффициентом взаимной индукции* контуров. Он зависит от геометрической формы и размеров контуров, их взаимного расположения и магнитной проницаемости среды. Таким образом, явление взаимоиндукции препятствует образованию системы контуров с токами так же, как и ее разделению на элементы. Работа, затраченная на преодоление ЭДС взаимоиндукции двух контуров, равна

$$A = MI_1 I_2. \tag{3.7}$$

3.8. Работа силы Ампера

Если проводник с током движется в магнитном поле, то сила Ампера при этом будет выполнять работу. Для расчета этой работы рассмотрим контур тока, который состоит из источника ЭДС, двух параллельных проводников и подвижного участка длиной l, который находится в однородном магнитном поле с индукцией B.

Будем считать, что ток в контуре постоянный и равен I, а вектор магнитной индукции B перпендикулярен плоскости контура и направлен вниз (рис. 38).

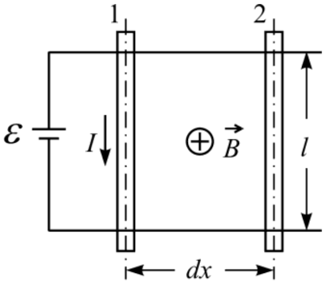


Рис. 38. К расчету работы силы Ампера.

На участок проводника l действует сила Ампера $F = IBl$, под действием которой он движется вправо. При перемещении из состояния *1* в состояние *2* проводник пройдет некоторое расстояние dx, при этом сила Ампера выполняет работу

$$dA = F\,dx = IBl\,dx = IB\,dS\ .$$

Если учесть, что $B\,dS = d\Phi$, тогда

$$dA = I\,d\Phi\,.$$

Если перемещение проводника конечное, то выполняемая работа

$$A = I\int_1^2 d\Phi = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right) = I\,\Delta\Phi\,, \qquad (3.8)$$

где Φ_1 – магнитный поток через контур в состоянии *1*, а Φ_2 – в состоянии *2*.

Из формулы (3.8) следует, что работа, которую выполняет сила Ампера над контуром, равна произведению силы тока и изменения магнитного потока, который пронизывает этот контур.

3.9. Энергия магнитного поля

Если к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r подключить проводящий контур, сопротивление которого R, а индуктивность L, то ЭДС самоиндукции, возникающая в момент замыкания цепи и равная согласно (3.6)

$$\mathcal{E}_{\text{с}} = -L\frac{dI}{dt},$$

противодействует ЭДС источника тока.

По закону Ома значение силы тока в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_{\text{с}}}{R + r}, \text{ или } I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} - L\frac{1}{R + r}\frac{dI}{dt}.$$

Если умножить обе части этого выражения на I, получим:

$$\mathcal{E}Idt = I^2 (R + r) dt + LIdI,$$

где $\mathcal{E}Idt = A$ – работа, которую выполняет источник тока за время dt; $I^2 (R + r) dt = dQ$ – изменение внутренней энергии контура и источника тока (т. е. количество теплоты, выделяемое в цепи); $LIdI = dW_{\text{м}}$ – изменение энергии магнитного поля контура с током.

Если сила тока в контуре увеличится от 0 до I, то энергия магнитного поля контура станет равной

$$W_{\text{м}} = \int_0^I LI\,dI = \frac{LI_2^2}{2}.$$

Таким образом, энергия магнитного поля контура с током

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}. \qquad (3.9)$$

С учетом выражения (3.5) формула энергии магнитного поля контура с током может быть записана в виде:

$$W_{\text{м}} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}. \qquad (3.10)$$

Определим энергию двух контуров, индуктивности которых L_1 и L_2 с токами I_1 и I_2. Очевидно, что помимо энергии магнитного поля каждого контура, определяемой по формуле (3.9), имеет место энергия магнитного поля, равная работе, затраченной на преодоление ЭДС взаимоиндукции при образовании системы контуров с токами. Тогда с учетом формулы (3.7) полная энергия системы двух контуров с токами равна:

$$W_{\text{м}} = \frac{LI_1^2}{2} + \frac{LI_2^2}{2} + MI_1I_2. \qquad (3.11)$$

Энергия магнитного поля (как и энергия электрического поля) запасена в пространстве, где существует поле, и ее значение можно выразить через характеристики этого поля. Так, например, энергия магнитного поля соленоида с током локализована внутри соленоида и равномерно распределена по его объему, так как поле однородно. Индукция магнитного поля соленоида согласно (1.7) равна:

$$B = \mu_0 \mu n I \,, \tag{3.12}$$

где μ – магнитная проницаемость материала сердечника; $n = N/l$ – число витков на единицу длины. Полный магнитный поток (потокосцепление), который пронизывает все N витков соленоида, равен:

$$\Phi = BNS = \mu_0 \mu \frac{N}{l} INS = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} IS \,. \tag{3.13}$$

Подставив (3.13) в формулу (3.5), получим значение индуктивности соленоида

$$L = \mu_0 \mu n^2 V \,, \tag{3.14}$$

где $V = Sl$ объем пространства внутри соленоида. Выразив из (3.12) I и подставив его в выражение (3.5) с учетом (3.14) и (3.10), получим выражение для энергии магнитного поля внутри соленоида:

$$W_{\text{м}} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V \,. \tag{3.15}$$

Отношение энергии магнитного поля к объему пространства, в котором оно существует, называют объемной *плотностью энергии* магнитного поля

$$\omega_{\text{м}} = \frac{W_{\text{м}}}{V} \,.$$

А с учетом (3.15)

$$\omega_{\text{м}} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \,. \tag{3.16}$$

Поскольку электрическое и магнитное поля являются частями единого электромагнитного поля, то плотность энергии электромагнитного поля

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \mathring{A}^2}{2} + \frac{\hat{A}^2}{2\mu\mu_0},$$

где $\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 \mathring{A}^2}{2}$ – плотность энергии электрического поля.

4. Магнитные свойства вещества

4.1. Магнитное поле в магнетиках

Магнетики – это вещества, способные оказывать влияние на магнитное поле. Опыты свидетельствуют о том, что индукция магнитного поля в веществе отличается от индукции того же магнитного поля в вакууме. Значит, все вещества, помещенные в магнитное поле, приобретают магнитные свойства, т. е. являются магнетиками.

Как уже отмечалось (см. 1.2), магнитное поле создается движущимися электрическими зарядами, в том числе и зарядами, входящими в состав атома. Поэтому каждый атом вещества создает собственное магнитное поле. При описании магнитного поля атома будем исходить из модели атома, предложенной датским физиком Н. Бором (1885–1962) и английским физиком Э. Резерфордом (1871–1937) в 1913 г.

В соответствии с этой моделью атом состоит из положительно заряженного ядра и электронной оболочки. Каждый электрон, движущийся в атоме вокруг ядра по замкнутой орбите, создает элементарный электрический ток, проходящий в направлении, противоположном направлению движения электрона (рис. 39). Сила

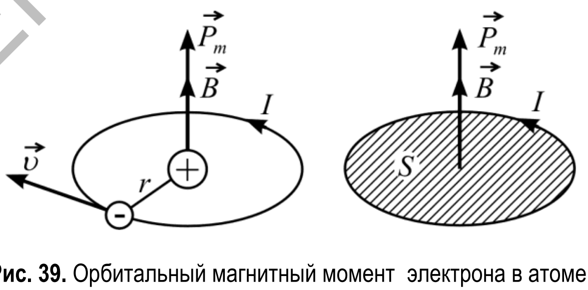


Рис. 39. Орбитальный магнитный момент электрона в атоме.

тока в этом случае

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} = \frac{e}{T},$$

где n – количество оборотов, которые сделал электрон вокруг ядра за время t; $T = 2\pi r/\upsilon$ – период обращения электрона вокруг ядра; r – радиус орбиты; υ – линейная скорость электрона.

Значит,

$$I = \frac{e\upsilon}{2\pi r}. \tag{4.1}$$

Для характеристики магнитного действия элементарного электронного тока вводится физическая величина, называемая *орбитальным магнитным моментом электрона* (по аналогии с магнитным моментом рамки с током),

$$p_m = IS, \tag{4.2}$$

где $S = \pi r^2$ – площадь орбиты.

После подстановки (4.1) в (4.2) получим:

$$p_m = \frac{e\upsilon r}{2}. \tag{4.3}$$

Направление орбитального магнитного момента определяется по правилу правого винта.

Кроме орбитального момента электрон обладает также собственным магнитным моментом, который называют спиновым магнитным моментом, численно равным:

$$p_S = \frac{eh}{2\pi m},$$

где h – постоянная Планка; m – масса электрона.

Полный магнитный момент атома представляет собой векторную сумму орбитальных и спиновых моментов всех его электронов (рис. 40):

$$\vec{p}_{m_a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_{m_i} + \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_{S_i}.$$

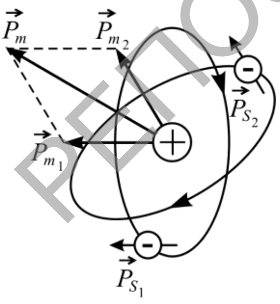


Рис. 40. Полный магнитный момент атома.

Ядро атома также обладает магнитным моментом, однако его влияние на магнитные свойства вещества незначительно и его можно не учитывать.

Внешнее магнитное поле воздействует на ориентацию частиц вещества, обладающих магнитными моментами. В результате вещество намагничивается. Степень намагничивания вещества характеризуется *намагниченностью* I_m. Эта величина векторная и определяется как суммарный магнитный момент всех частиц, содержащихся в единице объема магнетика:

$$\vec{I}_m = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{p}_{m_{a_i}}}{V}. \tag{4.4}$$

Единицей намагниченности является ампер на метр (А/м).

Если магнетик поместить во внешнее магнитное поле индукцией $\vec{B}_0$, то поле в нем изменится, так как намагниченное вещество создает собственное магнитное поле индукцией $\vec{B}'$, которое накладывается на внешнее поле.

Таким образом, магнитное поле в веществе представляет собой суперпозицию внешнего магнитного поля и магнитного поля, созданного атомами этого вещества, т. е.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \tag{4.5}$$

Поле $\vec{B}'$ может быть направлено как вдоль внешнего поля $\vec{B}_0$, так и против него. Поэтому поле в веществе, находящееся в магнитном поле, может или усиливаться или ослабляться.

Для количественной характеристики магнитного поля в веществе вводится физическая величина μ, которая называется *относительной магнитной проницаемостью* вещества. Она показывает, во сколько раз индукция магнитного поля B в веществе отличается от индукции того же магнитного поля B_0 в вакууме:

$$\mu = \frac{B}{B_0}. \tag{4.6}$$

Вещества, для которых $\mu < 1$, называют *диамагнетиками*, а для которых $\mu > 1$ – *парамагнетиками*.

Как показывает эксперимент, величина намагниченности вещества прямо пропорциональна напряженности внешнего поля *H*:

$$I_m = \chi H\ . \tag{4.7}$$

Коэффициент пропорциональности χ называют *магнитной восприимчивостью вещества*.

Для установления связи между *B, H,* μ и χ представим, что имеется длинный сердечник цилиндрической формы из магнетика (рис. 41), помещенный во внешнее магнитное поле $B_0 = \mu_0 H$. В любом сечении этого магнетика имеются микроскопические атомарные токи, магнитные моменты которых будут ориентироваться по полю. Микроскопические токи внутри компенсируются, а по поверхности сердечника течет нескомпенсированный ток. Обозначим силу этого тока, приходящуюся на единицу длины *l*, через I_0. Ток I_0 создает внутри магнетика собственное магнитное поле, индукция которого $\vec{B}'$.

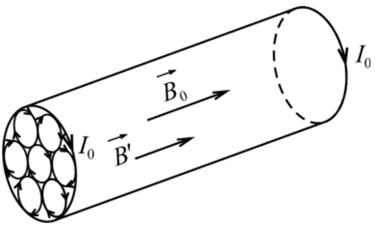


Рис. 41. Магнетик во внешнем магнитном поле.

Суммарное поле внутри магнетика будет равно $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$, а в скалярной форме:

$$B = B_0 + B'\ . \tag{4.8}$$

Рассчитаем B' по аналогии с расчетом поля внутри длинного соленоида. Так как согласно выражению (1.8) для поля соленоида $B = \mu_0 nI$, то

$$B' = \mu_0 I_0\ . \tag{4.9}$$

Установим связь между током I_0 и намагниченностью I_m. Для этого выделим в нашем цилиндре объем $\Delta V = S'\Delta l$, где S' – площадь сечения цилиндра, а Δl – элемент его длины, и определим магнитный момент этого объема:

$$\Delta p_m = S' I_0\, \Delta l = I_0 \Delta V\ .$$

Намагниченность в таком случае равна:

$$I_m = \frac{\Delta p_m}{\Delta V} = I_0 .$$

С учетом этого выражение (4.9) примет вид:

$$B' = \mu_0 I_m ,$$

а с учетом формулы (4.7) –

$$B' = \mu_0 \chi H .$$

Тогда выражение (4.8) примет вид:

$$B = \mu_0 H + \mu_0 \chi H = \mu_0 (1 + \chi) H , \qquad (4.10)$$

где $1 + \chi = \mu$ – магнитная проницаемость данного магнетика. Если $\chi < 0$, $\mu < 1$, то данное вещество является диамагнетиком, а если $\chi > 0$, $\mu > 1$, то парамагнетиком.

4.2. Гиромагнитные явления

Как показывают исследования, различные вещества ведут себя неодинаково при помещении их во внешнее магнитное поле. Однако все вещества состоят из молекул и атомов, в которых электроны движутся вокруг ядер по замкнутым траекториям. Чтобы выяснить причины различия магнитных свойств веществ, рассмотрим влияние внешнего магнитного поля на круговое движение электронов в отдельном атоме. Представим самый простой атом – атом водорода (рис. 42), в котором электрон массой m и зарядом e движется с постоянной скоростью υ вокруг неподвижного положительно заряженного ядра. Как отмечалось выше, электрон, движущийся по орбите, можно рассматривать как круговой ток, магнитный момент которого $\vec{p}_m$ противоположен механическому моменту $\vec{L}$ ($\vec{p}_m \uparrow\downarrow \vec{L}$).

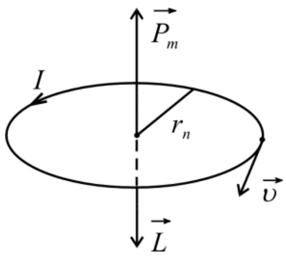


Рис. 42. Направление механического и магнитного моментов в одноэлектронном атоме.

Механический момент L, как известно, численно равен:

$$L = m\upsilon r , \qquad (4.11)$$

а магнитный момент согласно (4.3)

$$p_m = \frac{e\upsilon r}{2}.$$

Отношение

$$\gamma = \frac{p_m}{L} \qquad (4.12)$$

называется *гиромагнитным*.

Подставив выражения (4.3) и (4.11) в (4.12), получим:

$$\gamma = \frac{e\upsilon r}{2m\upsilon r} = \frac{e}{2m}. \qquad (4.13)$$

Откуда следует, что магнитный момент p_m связан с механическим моментом L соотношением

$$p_m = L\frac{e}{2m}. \qquad (4.14)$$

Согласно представлениям квантовой теории механический момент L квантован (т. е. может принимать только дискретные значения, пропорциональные h):

$$L = n\hbar,$$

где $n = 1, 2, \ldots, \infty$; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Следовательно, магнитный момент также квантован и равен:

$$p_m = \frac{e}{2m}n\hbar. \qquad (4.15)$$

Его наименьшее значение при $n = 1$ называют *магнетоном Бора*

$$p_{m\text{Б}} = \frac{e}{2m}\hbar = 9{,}27 \cdot 10^{-24} \text{ А·м}^2.$$

Так как при намагничивании вещества магнитные моменты всех его электронов ощущают ориентирующее действие внешнего магнитного поля, то такое же действие в противоположном направлении оказывается и на связанные с ними механические моменты. Это приводит к возникновению дополнительного момента импульса электронов. Так как момент импульса замкнутой системы постоянен, то при намагничивании тела начинают вращаться, а при вращении – намагничиваться. Это явление получило название *магнитомеханического эффекта*. Намагничивание железного стержня при его вращении впервые наблюдал американский физик С. Барнет (1873–1956) в 1905 г. Он обнаружил, что намагничивание стержня происходит вдоль оси вращения, а момент импульса и возникающий магнитный момент стержня направлены противоположно.

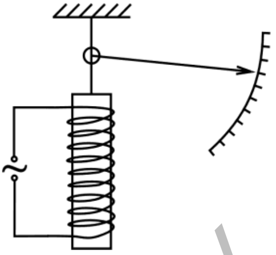


Рис. 43. Схема опыта А. Эйнштейна и В. де Гааза.

Взаимосвязь магнитного и механического моментов железного стержня экспериментально изучали А. Эйнштейн (1879–1955) и В. де Гааз (1878–1960). В 1915 г. они исследовали намагничивание железного стержня, подвешенного на упругой нити и помещенного в магнитное поле катушки с током (рис. 43).

При этом наблюдалось закручивание нити. Эффект усиливался при питании катушки переменным током резонансной частоты. Расчет гиромагнитного отношения в процессе экспериментов показал, что $\gamma = e/m$, а не ожидаемое значение $e/\ 2m$. Позднее выяснилось, что электрон, кроме орбитального магнитного момента p_m и механического момента L, обладает собственным механическим моментом L_s (спином) и связанным с ним спиновым магнитным моментом p_s .

В настоящее время спин и спиновый магнитный момент являются неотъемлемыми квантовыми свойствами как электрона, так и других элементарных частиц. Спин не связан с вращением электрона вокруг некоторой «внутренней» оси; такой подход является модельным.

4.3. Диамагнетизм. Парамагнетизм

В зависимости от численного значения μ все вещества можно поделить на три группы: *диамагнетики*, *парамагнетики* и *ферромагнетики*. Как отмечалось, вещества, для которых $\mu < 1$,

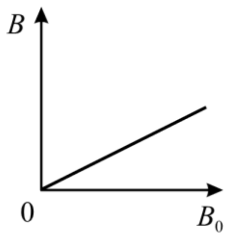


Рис. 44. Зависимость индукции магнитного поля в диамагнетике от индукции внешнего поля.

называются диамагнетиками. Это висмут, медь, ртуть, серебро, золото, хлор, инертные газы и др.

Стержень из твердого диамагнетика или ампула с жидким (газообразным) диамагнетиком, помещенные в однородное магнитное поле, устанавливаются перпендикулярно линиям индукции поля. В неоднородном магнитном поле на диамагнетик действует сила, которая стремится вытолкнуть его за пределы поля.

Относительная магнитная проницаемость диамагнетика является величиной постоянной и не зависит ни от индукции внешнего магнитного поля B_0, ни от условий внешней среды (например, температуры, давления и др.). Поэтому зависимость индукции магнитного поля в диамагнетике от внешнего магнитного поля является линейной (рис. 44).

Диамагнетизм свойственен всем без исключения веществам, но проявляется он только в тех веществах, суммарный магнитный момент атомов которых равен нулю. Если такое вещество внести во внешнее магнитное поле, то на собственное движение электронов в атомах накладывается дополнительное движение, вызванное полем. В результате этого в каждом из атомов диамагнетика индуцируется дополнительный ток, магнитное поле которого в соответствии с правилом Ленца направлено против внешнего поля. Поэтому индукция равнодействующего магнитного поля в диамагнетике B равна разности индукции внешнего поля B_0 и внутреннего поля B':

$$B = B_0 - B'.$$

При выключении внешнего магнитного поля индукционные «атомные токи» исчезают, т. е. диамагнетик размагничивается.

Вещества, относительная магнитная проницаемость которых $\mu > 1$, называются парамагнетиками. К ним, в частности, относятся натрий, калий, магний, кальций, марганец, платина, растворы некоторых солей и др.

Образец парамагнетика в однородном внешнем магнитном поле устанавливается вдоль линий индукции этого поля. В неоднородном магнитном поле на парамагнетик действует сила, которая стремится втянуть его в область более сильного поля. Относительная магнитная проницаемость парамагнетиков, как и диамагнетиков, не зависит от внешнего магнитного поля. Поэтому зависимость индукции магнитного поля парамагнетика от внешнего магнитного поля является линейной (рис. 45).

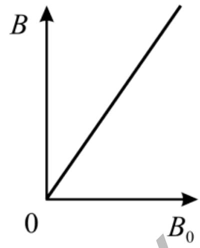


Рис. 45. Зависимость индукции магнитного поля в парамагнетике от индукции внешнего поля.

Парамагнетиками являются вещества, орбитальные магнитные моменты атомов которых отличаются от нуля, а спиновые магнитные моменты атомов равны нулю. Под действием внешнего магнитного поля орбитальные магнитные моменты атомов парамагнетика ориентируются в направлении этого поля. Поэтому внутреннее магнитное поле парамагнетика, обусловленное «атомными токами», направлено в ту же сторону, что и внешнее намагничивающее поле. По этой причине индукция магнитного поля в парамагнетике $B = B_0 + B'$. Поскольку тепловое движение атомов мешает ориентации их магнитных моментов в направлении внешнего поля, то относительная магнитная проницаемость парамагнетиков уменьшается с увеличением температуры. Французский физик П. Кюри (1859–1906) установил, что зависимость относительной магнитной проницаемости парамагнетиков от температуры T подчиняются закону

$$\mu = 1 + \frac{\tilde{N}}{T},$$

где C – постоянная Кюри.

4.4. Ферромагнетизм

Ферромагнетики – это целый класс веществ на основе железа, для которых $\mu \gg 1$. Существуют специально синтезированные сплавы, для которых μ составляет десятки тысяч единиц, и их называют *ферриты*. Свойства ферромагнетиков определяются наличием

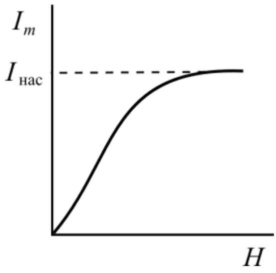


Рис. 46. Зависимость намагниченности ферромагнетика от напряженности магнитного поля.

в них при отсутствии внешнего поля областей самопроизвольной намагниченности – *доменов*.

Если в пара- и диамагнетиках намагниченность изменяется с напряженностью поля линейно, то в ферромагнетиках эта зависимость более сложная (рис. 46).

Уже при напряженности поля порядка 100 А/м намагничивание достигает насыщения. Для ферромагнетиков характерно явление гистерезиса. Если ненамагниченный ферромагнетик поместить во внешнее магнитное поле, которое последовательно будем увеличивать от нуля до $H_м$, то зависимость $B = f(H)$ выразится кривой *OA* (рис. 47), которая называется первоначальной или основной кривой намагничивания.

Если намагничивание довести до насыщения (точка *A*, рис. 47), а после уменьшить напряженность внешнего магнитного поля, то изменение магнитной индукции *B* будет происходить по кривой *AD*, которая не совпадает с *AO*. При $H = 0$ магнитная индукция имеет значение *OD*, которое называется остаточной индукцией $B_{ост}$. Для того чтобы индукция *B* стала равна нулю, необходимо приложить поле противоположного направления напряженностью $-H_к$. Это значение напряженности называется *коэрцитивным* полем.

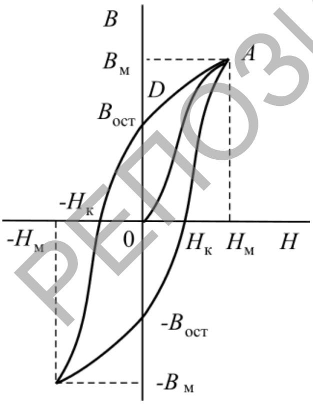


Рис. 47. Петля магнитного гистерезиса.

При дальнейшем увеличении напряженности поля до $-H_м$ ферромагнетик намагнитится в противоположном направлении до насыщения ($-B_м$). Если напряженность поля снова уменьшить до нуля, будем наблюдать остаточную индукцию ($-B_{ост}$). При дальнейшем увеличении *H* индукция снова достигнет значения $B_м$.

Замкнутая кривая $B = f(H)$ называется *петлей гистерезиса*. Если ферромагнетик поместить в переменное магнитное поле, то изменение магнитной индукции будет происходить в соответствии с петлей гистерезиса. Размеры петли гистерезиса зависят от того, в каких пределах изменяется *H*. Если значения *H* такие, что возникает насыщение, площадь петли гистерезиса будет максимальной. При меньших значениях амплитуды колебаний *H* насыщения не происходит. Петля гистерезиса, которая при этом возникнет, называется частным циклом. Вершины частных циклов располагаются на основной кривой намагничивания (кривая *AO*, рис. 47). Магнитная проницаемость выражается формулой $\mu = \hat{A}/\mu_0 H$.

Однако по причине того, что между *B* и *H* связь не однозначная, понятие магнитной проницаемости применяют только для основной кривой намагничивания.

Поскольку основная кривая намагничивания *OA* (рис. 47) не является прямой линией, то из последней формулы видно, что магнитная проницаемость зависит от напряженности поля *H* $\mu = f(H)$.

5. Переменный ток

5.1. Квазистационарный ток. Получение переменной ЭДС

На практике обычно имеют дело с непостоянным током, т. е. с током, который изменяется с течением времени. Все электромагнитные возбуждения передаются по цепи с большой скоростью, равной скорости света в вакууме *c*. Если длина цепи *l*, то время, которое необходимо для того, чтобы возбуждение дошло до самой отдаленной точки цепи, равно $\tau = l/c$. Если за это время сила тока меняется незначительно, то мгновенные значения силы тока во всех сечениях практически одинаковые. Такие токи называют *квазистационарными*. Мгновенные значения квазистационарных токов подчиняются закону Ома и правилам Кирхгофа.

Для периодически изменяющихся токов с периодом T условие квазистационарности будет $\tau = l/c \ll T$. Примером такого тока является переменный ток. *Переменным* называется ток, сила, направление и напряжение которого периодически изменяются на противоположные. Фактически переменный ток представляет собой вынужденные электромагнитные колебания в электрической цепи под воздействием периодической внешней ЭДС. *Периодом* переменного тока называется наименьший промежуток времени, на протяжении которого напряжение и сила тока выполняют одно полное колебание. *Частотой* переменного тока называется количество периодов переменного тока за секунду.

Если ЭДС меняется с течением времени по гармоническому закону, переменный ток называют *синусоидальным*. Получение синусоидального переменного тока основано на законе электромагнитной индукции. Мгновенное значение ЭДС индукции, возникающей в рамке площадью S, которая равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией B вокруг оси, расположенной в плоскости рамки и перпендикулярной вектору индукции магнитного поля, с угловой скоростью ω, равно $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -d\Phi/dt$. Поскольку $\Phi = BS\cos\alpha$, где $\alpha = \omega t$ – угол между направлением поля и нормалью к рамке (рис. 48), то $\mathcal{E}_{\text{инд}} =$ $= -(BS\cos\omega t)' = BS\omega\sin\omega t$.

Максимальное значение ЭДС индукции $\mathcal{E}_0 = BS\omega$. Значит, $\mathcal{E}_{\text{инд}} = \mathcal{E}_0 \sin\omega t$. Таким образом, ЭДС индукции изменяется с течением времени по гармоническому закону. Рамка, которая вращается в магнитном поле, представляет собой простейший генератор переменного тока. Промышленный генератор состоит из трех основных частей: индуктора, якоря и коллектора. *Индуктором* является постоянный магнит или электромагнит, который создает магнитное поле. *Якорь* – это обмотка, в которой индуктируется ЭДС. *Коллектор* представляет собой устройство, с помощью которого ЭДС снимается с якоря и подается

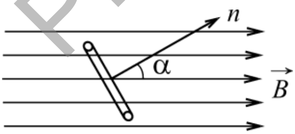


Рис. 48. Вращение рамки в магнитном поле.

потребителю. В простейшем случае коллектор (см. рис. 49) – это два кольца и щетки (Щ), с помощью которых осуществляется постоянное соединение нагрузки с вращающейся обмоткой – якорем.

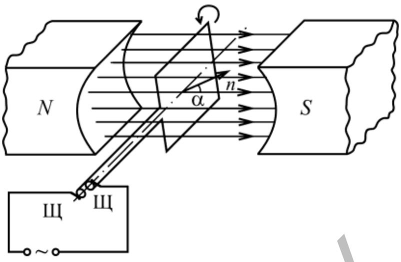


Рис. 49. Схема генератора переменного тока.

Неподвижная часть генератора называется *статором*, а подвижная – *ротором*. В маломощных генераторах статором является индуктор, а ротором – якорь; в мощных – наоборот.

Если к генератору подключить внешнюю электрическую цепь, сопротивление которой значительно больше, чем сопротивление обмотки якоря, то напряжение на зажимах этой цепи будет практически равным ЭДС индукции, которая возникает в якоре. Поэтому

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = U,$$

причем $U = U_0 \sin \omega t$, т. е. напряжение в цепи также изменяется по гармоническому закону. Изменение напряжения с частотой ω приведет к тому, что напряженность поля в цепи, а значит, и сила тока в ней будут изменяться с той же частотой, т. е.

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где φ_0 – сдвиг фаз между током и напряжением в цепи (он зависит от того, какие элементы входят в состав цепи); I_0 – максимальное значение силы тока в цепи.

5.2. Мощность переменного тока

Пусть ток в цепи изменяется по закону $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$. Мгновенное значение мощности, которая потребляется цепью,

$$P = IU = I^2 R = I_0^2 R \sin^2(\omega t + \varphi_0),$$

где $P_0 = I_0^2 R$ – максимальное значение мощности (рис. 50).

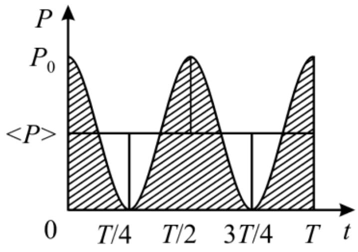


Рис. 50. Изменение мощности в цепи переменного тока за период.

Эту формулу можно записать иначе, если учесть тригонометрическую тождественность $\sin^2(\omega t+\varphi_0) = \dfrac{1-\cos 2(\omega t+\varphi_0)}{2}$:

$$P = I_0^2 R\frac{1-\cos 2(\omega t+\varphi_0)}{2} = \frac{I_0^2 R}{2} - \frac{I_0^2 R\cos 2(\omega t+\varphi_0)}{2}.$$

Таким образом, мощность состоит из двух частей: 1) $\dfrac{I_0^2 R}{2}$, которая не зависит от времени; 2) $\dfrac{I_0^2 R\cos 2(\omega t+\varphi_0)}{2}$, которая изменяется по закону косинуса с двойной частотой 2ω.

Среднее значение мощности за время, равное периоду $t = T$,

$$\langle P\rangle = \frac{I_0^2 R}{2} - I_0^2 R\left\langle\frac{\cos 2(\omega T+\varphi_0)}{2}\right\rangle.$$

Поскольку среднее значение косинуса за период равно нулю, то средняя мощность равна:

$$\langle P\rangle = \frac{I_0^2 R}{2}.$$

Сравнивая эту формулу с формулой мощности в цепи постоянного тока $P_{\text{п}} = I_{\text{п}}^2 R$, получим:

$$I_{\text{п}}^2 = \frac{1}{2} I_0^2.$$

Действующим значением переменного тока называется такое значение переменного тока, который, проходя через сопротивление, выделяет такое же количество теплоты, что и проходящий через это же сопротивление постоянный ток. По закону Джоуля–Ленца тепловая мощность в цепи постоянного тока $P = I_{ï}^2 R$, а в цепи переменного тока

$$\left\langle P \right\rangle = I_{ä}^2 R = \frac{1}{2} I_0^2 R .$$

Таким образом, действующее значение силы тока в цепи переменного тока связано с его максимальным значением соотношением

$$I_{ä} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} .$$

Аналогичное соотношение имеет место и для напряжения:

$$U_{ä} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} ,$$

а средняя мощность:

$$\langle P \rangle = \frac{U_{ä}^2}{R} .$$

5.3. Активное сопротивление в цепи переменного тока

Рассмотрим цепь переменного тока (рис. 51), которая содержит только резистор сопротивлением *R*.

Такая цепь называется цепью переменного тока с *активным сопротивлением*. При синусоидальном переменном напряжении на зажимах цепи $U = U_0 \sin \omega t$ ток в ней будет синусоидальным, потому что по закону Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0 \sin \omega t}{R} = I_0 \sin \omega t .$$

Таким образом, в цепи переменного тока с активным сопротивлением колебания силы тока совпадают по фазе с колебаниями напряжения (рис. 52), а амплитуда силы тока определяется по формуле

$$I_0 = \frac{U_0}{R} .$$

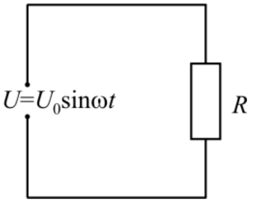


Рис. 51. Резистор в цепи переменного тока.

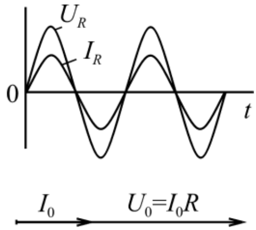


Рис. 52. Ток и напряжение на резисторе совпадают по фазе.

В такой цепи имеет место только превращение работы тока во внутреннюю энергию проводника. Поэтому мгновенное значение мощности, которая потребляется цепью,

$$P = IU = I^2R = I_0^2R\sin^2\omega t,$$

где $P_0 = I_0^2R$ – максимальное значение мощности.

5.4. Индуктивность в цепи переменного тока

В цепи переменного тока, которая содержит катушку индуктивности (рис. 53), под воздействием приложенного напряжения проходит переменный ток $I = I_0\sin\omega t$, создающий переменный магнитный поток $\Phi = LI_0\sin\omega t$. Этот поток в свою очередь создает в цепи ЭДС самоиндукции, мгновенное значение которой

$$\mathcal{E}_с = -L\frac{dI}{dt}.$$

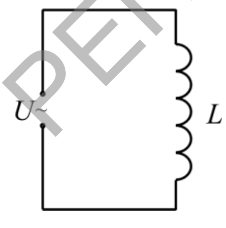


Рис. 53. Индуктивность в цепи переменного тока.

Если активное сопротивление цепи равно нулю, то согласно закону Ома для полной цепи $\mathcal{E}_с + U = 0$, где U – мгновенное значение напряжения источника переменного тока, включенного в цепь. Поэтому $U = -\mathcal{E}_с = LI'(t)$. Если подставить в эту формулу значение силы тока, получим:

$$U = L(I_0\sin\omega t)' = I_0\omega L\cos\omega t,$$

где $I_0 \omega L = U_0$ – амплитудное значение напряжения. Поскольку

$$\cos\omega t = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

то мгновенное значение напряжения

$$U = U_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

По закону Ома для участка цепи $I_0 = U_0 / X_L$, или $I_{ä} = U_{ä} / X_L$. С учетом того, что $U_0 = I_0 \omega L$, получим $X_L = \omega L$. Величина $X_L = \omega L$ называется *индуктивным сопротивлением*.

Таким образом, напряжение на катушке индуктивности, включенной в цепь переменного тока, в каждый момент времени равно ЭДС самоиндукции, взятой с противоположным знаком, причем колебания напряжения опережают по фазе силу тока в катушке на $\pi/2$ (рис. 54).

Поскольку напряжение на катушке $U = LI'\ t$, то сила тока увеличивается быстрее в те моменты времени, когда напряжение максимальное, т. е. $U = U_0$, а уменьшается при $U = -U_0$.

Из-за того что колебания силы тока и колебания напряжения на катушке индуктивности смещены по фазе на $\pi/2$, средняя мощность, которую потребляет катушка, равна нулю. Это обусловлено тем, что при увеличении силы тока энергия от источника «запасается» в катушке ее магнитным полем, а если сила тока и созданное им магнитное поле уменьшается, энергия возвращается к источнику.

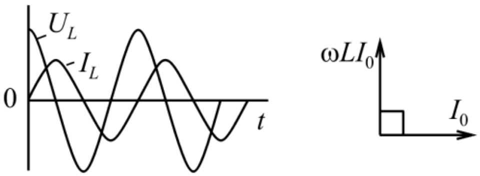


Рис. 54. Ток в катушке индуктивности отстает от напряжения по фазе на $\pi/2$.

5.5. Емкость в цепи переменного тока

Если конденсатор включен в цепь переменного тока с напряжением $U = U_0 \sin \omega t$ (рис. 55), то мгновенное значение заряда на его обкладках $q = CU = CU_0 \sin \omega t$. В результате периодической перезарядки конденсатора в цепи возникает переменный электрический ток, мгновенное значение которого равно первой производной от заряда по времени:

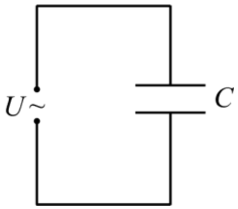


Рис. 55. Конденсатор в цепи переменного тока.

$$I = q'(t) = (CU_0 \sin \omega t)' = CU_0 \omega \cos \omega t,$$

где $CU_0\omega = I_0$ – амплитудное значение силы тока в цепи. С учетом этого

$$I = I_0 \cos \omega t, \text{ или } I = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Из последней формулы видно, что в цепи переменного тока с конденсатором колебания силы тока опережают по фазе колебания напряжения на $\pi/2$ (рис. 56). По закону Ома $I_0 = U_0 / X_C$, или $I_{ä} = U_{ä} / X_C$. Если учесть, что $I_0 = C\omega U_C$, получим:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Величина $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ называется *емкостным сопротивлением*.

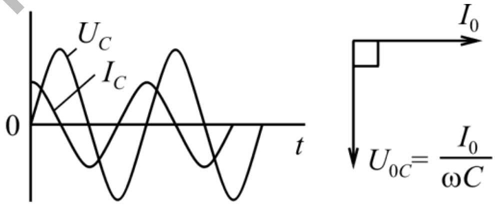


Рис. 56. Ток на конденсаторе опережает напряжение по фазе на $\pi/2$.

Сдвиг фаз между колебаниями силы тока и колебаниями напряжения в цепи переменного тока с конденсатором обусловлены тем, что напряжение на конденсаторе в любой момент определяется зарядом конденсатора, который был сохранен на его обкладках на ранней стадии колебаний. Так, например, в момент времени $t_0 = 0$ (рис. 56), если напряжение начинает расти, заряд на обкладках конденсатора равен нулю.

Поэтому носители тока свободно движутся к обкладкам, и сила тока в цепи большая. Если напряжение приближается к максимальному значению U_0, заряд, уже сохраненный на обкладках конденсатора, препятствует дальнейшему притоку носителей к ним, и сила тока в цепи падает до нуля. Далее, в момент времени $t_1 = T/4$, если напряжение уменьшается, сохраненный на обкладках заряд начинает покидать их, сила тока в цепи снова увеличивается, но уже в противоположном направлении. Она достигает максимального отрицательного значения в момент времени $t_2 = T/2$, если напряжение на обкладках конденсатора становится равным нулю.

Таким образом, конденсатор, включенный в цепь переменного тока, препятствует упорядоченному движению носителей тока, поскольку на его обкладках запасается заряд.

В результате того, что колебания силы тока и колебания напряжения смещены по фазе на $\pi/2$, среднее значение мощности, которую потребляет от источника переменного тока конденсатор, равно нулю. В первую и третью четверти периода конденсатор заряжается, и энергия источника превращается в энергию электростатического поля конденсатора, где и запасается, а во вторую и четвертую четверти периода конденсатор разряжается, и энергия его электростатического поля возвращается к источнику тока. Потерь энергии при этом не происходит. Следует отметить, что такими характеристиками обладают «идеальные» конденсатор и катушка индуктивности. Реальный конденсатор всегда имеет, хотя и очень малые, токи утечки, а катушка обладает активным сопротивлением.

5.6. Закон Ома для цепи переменного тока

Рассмотрим векторную диаграмму цепи переменного тока, которая состоит из резистора сопротивлением R, конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L, соединенных последовательно (рис. 57).

Сила тока на всех участках этой цепи одинакова, поэтому строить векторную диаграмму начнем с вектора $\vec{I}_0$, модуль которого равен амплитудному значению силы тока в цепи. Направление этого вектора может быть любым. Направим его под углом $\alpha = \omega t$ к горизонтали (рис. 58).

Колебания напряжения на активном сопротивлении совпадают по фазе с колебаниями силы тока, поэтому вектор $\vec{U}_{01}$, модуль которого равен $U_{0R} = I_0 R$, совпадает по направлению с вектором $\vec{I}_0$. Сдвиг фаз между колебаниями силы тока и колебаниями напряжения на индуктивном сопротивлении составляет $\pi/2$, причем ток отстает по фазе от напряжения. Поэтому вектор $\vec{U}_{0L}$, модуль которого равен $U_{0L} = I_0 \omega L$, нужно повернуть относительно вектора $\vec{I}_0$ на угол $\pi/2$ против часовой стрелки. И наконец, вектор $\vec{U}_{0C}$, модуль которого равен $\dfrac{I_0}{\omega C}$, отстает по фазе от вектора $\vec{I}_0$ на $\pi/2$, поэтому его нужно повернуть на этот угол по часовой стрелке.

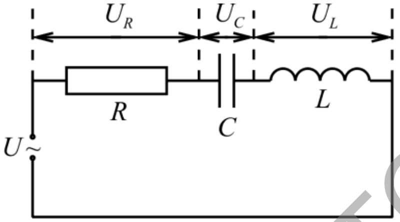


Рис. 57. Последовательная *RLC*-цепь переменного тока.

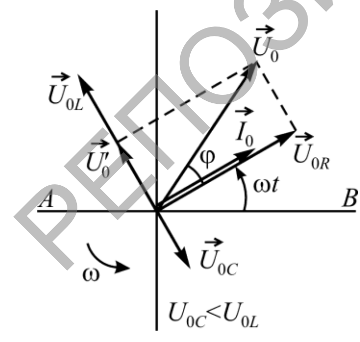


Рис. 58. Векторная диаграмма цепи переменного тока ($U_{0L} < U_{0C}$).

Для того чтобы найти напряжение на зажимах цепи, надо сложить три вектора: $\vec{U}_0 = \vec{U}_{0R} + \vec{U}_{0L} + \vec{U}_{0C}$.

Удобно сначала сложить векторы $\vec{U}_{0L}$ и $\vec{U}_{0C}$. Модуль этой суммы $U_0' = \left|\vec{U}_{0L} + \vec{U}_{0C}\right|$. Пусть $\omega L > \dfrac{1}{\omega C}$, тогда

$$U_0' = I_0\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

После этого складывают векторы $\vec{U}_{0R}$ и $\vec{U}_0'$. Модуль вектора $\vec{U}_0$ определяется по теореме Пифагора:

$$U_0^2 = U_{0R}^2 + \left(U_{0L} - U_{0C}\right)^2,$$

$$\text{или } U_0^2 = I_0^2 R^2 + I_0^2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2,$$

откуда амплитудное значение силы тока в цепи

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_0}{Z},$$

где Z – полное сопротивление (импеданс) цепи; R – его активное сопротивление; $\omega L - \dfrac{1}{\omega C}$ – реактивное сопротивление цепи переменного тока.

Таким образом, амплитудное (действующее) значение силы тока в цепи переменного тока равно отношению амплитудного (действующего) значения напряжения на концах этой цепи к его полному сопротивлению. Последнее утверждение называют *законом Ома для цепи переменного тока*.

Сдвиг фаз между силой тока и напряжением равен углу φ между векторами $\vec{U}_0$ и $\vec{I}_0$. В соответствии с рис. 58 ток отстает от напряжения на угол φ:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}.$$

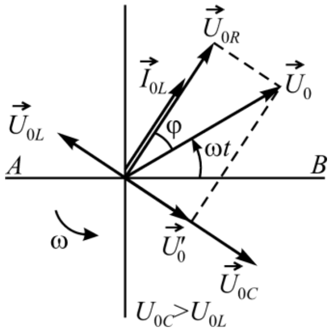


Рис. 59. Векторная диаграмма цепи переменного тока ($U_{0L} < U_{0C}$).

Для того чтобы определить мгновенные значения напряжений на активном, емкостном и индуктивном сопротивлениях, необходимо спроектировать векторы $\vec{U}_{0R}$, $\vec{U}_{0L}$, $\vec{U}_{0C}$ на прямую AB. Из рис. 58 видно, что

$$U_R = I_0 R \sin(\omega t + \varphi),$$

$$U_L = I_0 \omega L \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$U_C = \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Отметим, что если $\frac{1}{\omega C} > \omega L$, тогда

$$U'_0 = I_0\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right),$$

так как

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R},$$

причем ток опережает напряжение по фазе на этот угол (рис. 59).

5.7. Резонанс в последовательной и параллельной цепях

Из закона Ома следует, что сила тока в *последовательной цепи переменного тока* (рис. 57) достигает максимального значения, т. е. происходит явление резонанса, когда реактивное сопротивление цепи $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, т. е. $X_L = X_C$. В этом случае $I_{\max} = U/R$, а частота переменного тока

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Значит, максимальное значение силы тока зависит только от активного сопротивления цепи. При этом напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{I_{\max}}{\omega_0 C} = I_{\max}\sqrt{\frac{L}{C}},$$

напряжение на катушке индуктивности

$$U_L = I_{\max} U_0 L = I_{\max}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Поскольку эти напряжения смещены одно относительно другого на π, то полное напряжение на емкости и индуктивности равно нулю в любой момент времени, а напряжение источника переменного тока при резонансе равно напряжению на активном сопротивлении цепи. Колебания силы тока и напряжения при этом совпадают по фазе, а мощность, которая потребляется цепью от источника тока, максимальная. Рассмотренное явление называется *резонансом напряжений*. Зависимость силы тока от его частоты в последовательной цепи переменного тока показана на рис. 60.

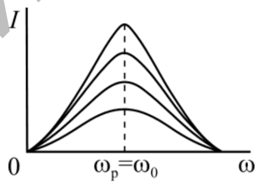


Рис. 60. Зависимость силы тока от частоты в последовательной *RLC*-цепи.

Рассмотрим случай *цепи переменного тока с параллельным соединением* (рис. 61), где конденсатор C соединен параллельно с катушкой индуктивности L и активным сопротивлением R.

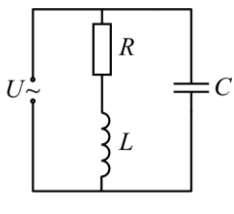


Рис. 61. Цепь переменного тока с параллельным соединением *RL* и *C*.

Обе ветви цепи находятся под одинаковым напряжением. Емкостное сопротивление $X_C = \frac{1}{\omega C}$ соединено с сопротивлением $X = R + \omega L$, поэтому общее сопротивление

$$Z = \frac{X_C X}{X_C + X} = \frac{R + \omega L \quad \frac{1}{\omega C}}{R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

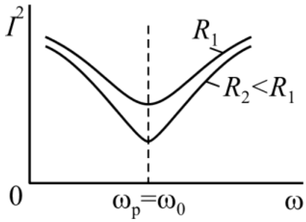


Рис. 62. Частотная характеристика параллельной *RL*- и *C*-цепи.

Рассмотрим только случай, когда R мало настолько, что в широком диапазоне выполняется условие $R \ll X_L$. Тогда общее сопротивление будет равно:

$$Z = \frac{L}{C}\frac{1}{R + \ X_L - X_C} =$$

$$= \frac{L}{C}\frac{1}{R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

При выполнении условия резонанса

$$X_L = X_C\,;\ \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

контур имеет только активное сопротивление

$$Z = \frac{L}{CR},$$

которое является максимальным, а ток при этом минимальный. Фазового сдвига напряжений нет.

Этот случай называют *резонансом токов*, так как силы токов в ветвях незначительно отличаются по модулю. Поэтому происходит только обмен энергией между катушкой и конденсатором, а источник тока только компенсирует потери в активном сопротивлении. Зависимость силы тока от его частоты в параллельной цепи переменного тока показана на рис. 62.

5.8. Проблемы передачи электроэнергии

Поскольку электроэнергия вырабатывается в основном на тепловых электростанциях, которые обычно находятся вблизи источников топливных ресурсов, и на гидроэлектростанциях, а потребители энергии есть везде, возникает необходимость ее передачи на большие расстояния. Потребитель должен получить определенную мощность $P = I_{\text{ä}} U_{\text{ä}} \cos\varphi$. Поэтому возможны два варианта передачи электроэнергии: 1) малый ток–большое напряжение; 2) большой ток–малое напряжение.

Передача электроэнергии в современных условиях осуществляется с помощью линий электропередач (ЛЭП) переменного тока. Главным недостатком линий электропередач переменного тока является наличие индуктивного сопротивления, что приводит к сдвигу фаз между колебаниями силы тока и колебаниями напряжения и, следовательно, к потерям мощности. Для того чтобы уменьшить сдвиг фаз между током и напряжением, в начале линии ставят батарею конденсаторов, емкостное сопротивление которой равно индуктивному сопротивлению линии. Благодаря этому, полное сопротивление линии является чисто активным. Поскольку потери электроэнергии в линии электропередачи обусловлены нагреванием проводов ($Q = I^2Rt$, где R – сопротивление ЛЭП), то передача электроэнергии при больших силах тока нецелесообразна; уменьшение сопротивления проводников также невыгодно, так как связано как с использованием дорогостоящих материалов (Cu, Ag вместо Al), так и с увеличением массы проводов. Поэтому приходится уменьшать силу тока, что требует повышения напряжения на проводах ЛЭП.

На больших электростанциях ставят повышающие трансформаторы, первичная обмотка которых подключается к генератору, а вторичная – к батарее конденсаторов, которая в свою очередь подключается к ЛЭП. Трансформатор повышает напряжение в линии во столько же раз, во сколько уменьшает силу тока. Из-за того что потребители рассчитаны на низкое напряжение и большие токи, в конце ЛЭП ставится понижающий трансформатор, первичная обмотка которого подключена к ЛЭП. Потребители подключаются к концам вторичной обмотки этого трансформатора. Обычно понижение напряжения и соответствующее увеличение силы тока осуществляется в несколько этапов, что дает возможность охватить электрической сетью большие территории. Схема передачи электроэнергии с помощью линии переменного тока показана на рис. 63.

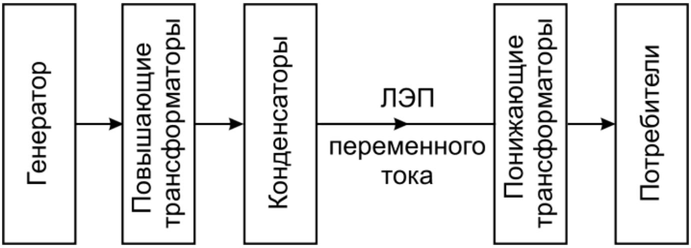


Рис. 63. Схема ЛЭП переменного тока.

Кроме линий электропередач переменного тока, в современных условиях все шире используют линии постоянного тока. При передаче электроэнергии с помощью линий постоянного тока переменное напряжение, которое вырабатывает генератор переменного тока, сначала повышают с помощью повышающего трансформатора, затем выпрямляют (рис. 64). Выход выпрямителя подключен к линии постоянного тока. В конце линии находится инвертор (прибор, который осуществляет превращение постоянного тока в переменный). После инвертора переменный ток высокого напряжения поступает на понижающий трансформатор и от него – к потребителям.

При использовании линий постоянного тока отпадает необходимость в синхронизации и строгом поддержании постоянства частоты всех генераторов электростанций, входящих в состав энергосистемы.

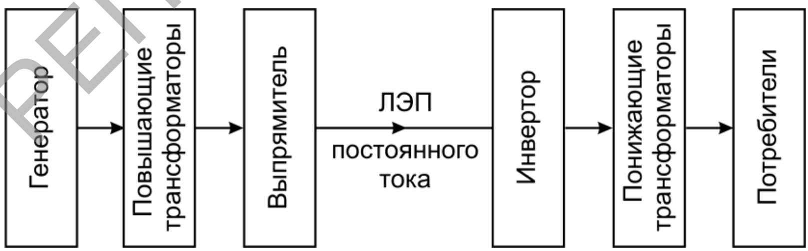


Рис. 64. Схема ЛЭП постоянного тока.

6. Электромагнитные колебания

6.1. Электромагнитный колебательный контур

Электромагнитными колебаниями называют периодические изменения заряда, тока, напряжения и связанных с ними напряженности электрического и индукции магнитного полей в электрических цепях. Если все эти величины изменяются по закону синуса или косинуса, то такие колебания называют *гармоническими*. Электрическая цепь, в которой могут существовать электромагнитные колебания, называется *электромагнитным колебательным контуром*. Простейший электромагнитный колебательный контур представляет собой соединенные последовательно конденсатор емкостью C и катушку индуктивностью L (рис. 65).

Соединительные провода, а также провод катушки обладают определенным сопротивлением R, которое называют активным сопротивлением контура.

В зависимости от типа колебательной системы различают три основных вида колебаний: свободные или собственные колебания, вынужденные колебания, автоколебания.

Свободные, или собственные, колебания – это колебания, происходящие в замкнутой консервативной колебательной системе, которую вывели из состояния устойчивого равновесия и оставили «один на один», т. е. без воздействия извне. Реальные колебательные системы являются неконсервативными, поэтому собственные колебания в таких системах всегда затухают. Такие колебания будут *затухающими*.

Если на неконсервативную колебательную систему воздействует внешний источник энергии, которая периодически передает ей определенные порции энергии, то в системе возникают *вынужденные колебания*.

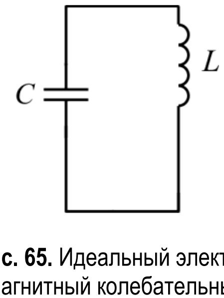


Рис. 65. Идеальный электромагнитный колебательный контур.

Автоколебательной называют неконсервативную физическую систему, в которой при отсутствии внешних периодических воздействий могут возникнуть и существовать незатухающие периодические колебания. Такие колебания называют *автоколебаниями*.

6.2. Незатухающие колебания

Если колебательному контуру сообщить определенный запас энергии и сразу отключить источник, то в нем возникнут электромагнитные колебания. Первоначальный запас энергии можно передать контуру, если зарядить конденсатор или создать ток в катушке. В первом случае энергия вносится в контур в виде энергии электростатического поля заряженного конденсатора, а во втором – в виде энергии магнитного поля катушки с током. Причем в любой момент времени полная энергия электромагнитного поля контура представляет собой сумму энергии электростатического поля конденсатора и энергии магнитного поля катушки, т. е.

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}, \tag{6.1}$$

где I и q – мгновенные значения тока в катушке и заряда на обкладках конденсатора контура.

Пусть активное сопротивление колебательного контура равно нулю (такой контур называют идеальным). Если сначала зарядить конденсатор контура от источника тока до напряжения U_0, т. е. передать ему заряд q_0 (рис. 66, *а*), то он получает энергию

$$W = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C}.$$

Если затем замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, то он начнет разряжаться через нее, причем разрядный ток будет повышаться. Мгновенный разряд конденсатора невозможен, потому что при возрастании тока возрастает созданное им магнитное поле. Это приводит к появлению в контуре ЭДС самоиндукции и индукционного тока, направленного в соответствии с правилом Ленца навстречу разрядному току (рис. 66, *б*). В процессе разрядки конденсатора энергия электрического поля уменьшается, но

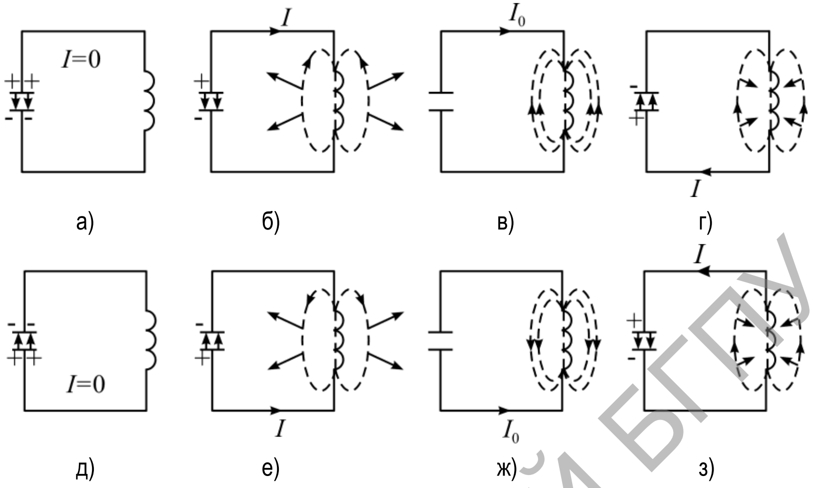


Рис. 66. Схема процессов, происходящих в электромагнитном колебательном контуре за время, равное периоду колебаний.

одновременно возрастает энергия магнитного поля тока, которая определяется формулой

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

С уменьшением заряда на обкладках конденсатора происходит уменьшение разрядного тока, и, как следствие, замедление нарастания магнитного поля катушки.

Разрядный ток достигает максимального значения I_0 тогда, когда заряд на обкладках конденсатора станет равным нулю. Тогда же энергия электрического поля также станет равной нулю, а энергия магнитного поля, в соответствии с законом сохранения энергии, достигнет максимального значения

$$W_{ì} = \frac{LI_0^2}{2}.$$

ЭДС самоиндукции в этот момент времени также обращается в нуль, так как ток I_0 не изменяется (рис. 66, *в*). После этого сила тока и созданное им магнитное поле начинают уменьшаться (рис. 66, *г*), но не мгновенно, так как в катушке снова возникает ЭДС самоиндукции. Эта ЭДС согласно правилу Ленца создает индукционный ток, направление которого совпадает с направлением разрядного тока. Благодаря этому происходит перезарядка конденсатора. Скорость уменьшения силы тока возрастает, возрастает и ЭДС самоиндукции. В тот момент времени, когда разрядный ток становится равным нулю, ЭДС самоиндукции достигает максимального значения. При этом конденсатор будет полностью перезаряжен (рис. 66, *д*) и тока в контуре не будет.

В следующий момент времени конденсатор снова начинает разряжаться, ЭДС самоиндукции противодействует току разрядки, который возрастает все медленнее. При этом индукция магнитного поля вновь возрастает в противоположном направлении (рис. 66, *е*). Разрядный ток достигает максимального значения $-I_0$ в момент времени, когда заряд конденсатора и ЭДС самоиндукции становятся равными нулю (рис. 66, *ж*). (Знак «минус» показывает, что направление тока изменилось на противоположное.) После этого сила тока опять уменьшается, возникает ЭДС самоиндукции, которая препятствует уменьшению силы тока. Катушка снова является источником тока, который перезаряжает конденсатор (рис. 66, *з*). Причем вторая перезарядка возвращает контур в исходное положение (см. рис. 66, *а*). Это значит, что заряд на верхней обкладке конденсатора пройдет полный цикл изменений: от $+q_0$ до 0, затем до $-q_0$, потом снова до 0 и, наконец, до первоначального значения $+q_0$. Сила тока в контуре также пройдет полный цикл изменений: от 0 до $+I_0$, затем снова до 0, потом до максимального значения в противоположном направлении $-I_0$ и, наконец, снова до 0. Затем эти циклы будут периодически повторяться.

Минимальный промежуток времени, на протяжении которого заряд на обкладках конденсатора или ток в контуре проходит полный цикл изменений, называется *периодом* колебаний. Период собственных колебаний в контуре зависит только от размеров контура и не зависит от внешних факторов.

Поскольку полная энергия идеального контура

$$W = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

не зависит от времени, то ее производная по времени равна нулю, т. е. $W'(t) = 0$.

$$\left(\frac{q^2}{2C}\right)' + \left(\frac{LI^2}{2}\right)' = 0,$$

поэтому скорость увеличения (уменьшения) энергии магнитного поля катушки при разряде (заряде) конденсатора равна скорости уменьшения (увеличения) энергии электрического поля конденсатора. Значит,

$$\frac{1}{C} q'(t)\, q(t) = LI'(t)\, I(t).$$

Если учесть, что мгновенное значение силы тока в катушке $I(t) = q'(t)$, а $I'(t) = q''(t)$, то окончательно получим:

$$q'' + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Полученное уравнение эквивалентно уравнению гармонических колебаний $x'' - \omega_0 x = 0$, что позволяет сделать вывод о возникновении в контуре гармонических колебаний. Решение этого уравнения имеет вид:

$$q = q_0 \cos \omega_0 t,$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – циклическая частота колебаний; q_0 – максимальное значение заряда на обкладках конденсатора в начальный момент времени. Поскольку циклическая частота и период гармонических колебаний связаны соотношением $T = 2\pi/\omega_0$, то получим *формулу Томсона* для периода колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (6.2)$$

Мгновенное значение силы тока в катушке равно:

$$I = q'(t) = -q_0\omega_0 \sin \omega t = q_0\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right),$$

где $q_0\omega_0 = CU_0\dfrac{1}{\sqrt{LC}} = U_0\sqrt{\dfrac{C}{L}} = I_0$ – максимальное значение силы тока.

С учетом этого выражение для силы тока примет вид:

$$I = I_0\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Выражение для мгновенного значения ЭДС самоиндукции запишется тогда как

$$\mathcal{E}_с(t) = -LI'(t) = Lq''(t) = -Lq_0\omega_0^2\sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right),$$

где $\mathcal{E}_0 = Lq_0\omega_0^2 = U_0$ – максимальное значение ЭДС самоиндукции. Поэтому

$$\mathcal{E}_с(t) = U_0\cos(\omega_0 t + \pi).$$

Если подставить мгновенные значения заряда и силы тока в формулу (6.1) для полной энергии контура, получим:

$$W = \frac{q_0^2}{2C}\cos^2\omega_0 t + \frac{I_0^2 L}{2}\sin^2\omega_0 t.$$

С учетом того, что $I_0 = q_0\omega_0 = \dfrac{q_0}{\sqrt{LC}}$, выражение для энергии может быть окончательно записано следующим образом:

$$W = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Схематически зависимость заряда, силы тока и ЭДС самоиндукции от времени на протяжении одного периода показана на рис. 67.

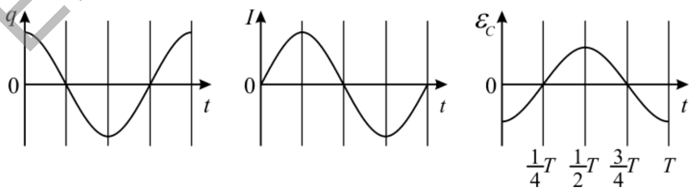


Рис. 67. Изменение заряда, силы тока и ЭДС индукции в электромагнитном колебательном контуре за время, равное периоду колебаний.

6.3. Затухающие колебания

Обычно в электромагнитном колебательном контуре всегда есть превращения части энергии в тепло из-за наличия активного сопротивления цепи. Поэтому если не принимать специальных мер, то неизбежно амплитуда колебаний будет уменьшаться и с течением времени колебания прекратятся. Такие колебания называются затухающими, а контур – *реальным*.

Мгновенное значение тока для затухающих колебаний можно рассчитать по формуле $I = I_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, но амплитуду I_0 надо считать убывающей.

Рассмотрим реальный контур, который содержит омическое сопротивление R (рис. 68).

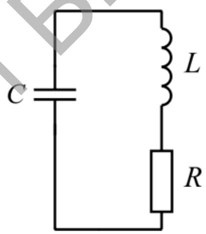


Рис. 68. Реальный электромагнитный колебательный контур.

В таком контуре амплитуда колебаний с течением времени будет уменьшаться, так как часть электрической энергии превратится в тепловую. Колебания в этом контуре будут затухающими. Для описания процесса в этом случае запишем II правило Кирхгофа:

$$-L\frac{dI}{dt} = IR + \frac{q}{c}\text{, или } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\cdot\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0.$$

Введем обозначения:

$$\frac{R}{L} = 2\beta; \qquad (6.3)$$

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2. \qquad (6.4)$$

С учетом этого последнее уравнение примет вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0.$$

Его решением является следующая зависимость заряда от времени:

$$q = q_0 e^{-\beta t}\cos\omega t,$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left[\frac{R}{2L}\right]^2} \quad - \qquad (6.5)$$

есть частота колебаний в контуре; ω_0 – собственная частота колебаний контура. Решение представляет собой гармоническое колебание с амплитудой $q_0 e^{-\beta t}$, которая убывает со временем по экспоненте (рис. 69). Причем чем больше омическое сопротивление контура, тем быстрее затухают колебания. Скорость затухания колебаний определяет коэффициент затухания β и связанный с ним логарифмический декремент затухания $\delta = \beta T$. Последний определяется как

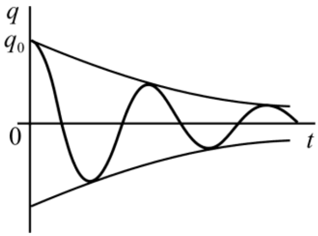


Рис. 69. Изменение амплитудного значения заряда с течением времени в реальном электромагнитном колебательном контуре.

$$\delta = \ln \frac{q_n}{q_{n-1}}$$

и равен натуральному логарифму отношения двух амплитуд, разделенных между собой промежутком времени, равным периоду.

Период колебаний будет определяться по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \qquad (6.6)$$

Из (6.5) и (6.6) следует, что если $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$, то циклическая частота будет равна нулю, а период становится бесконечно большим. Это означает, что если активное сопротивление контура

$$R \geq \sqrt{\frac{4L}{C}},$$

то колебания в нем не возникают. Сопротивление контура, при котором колебательный процесс в нем переходит в непериодический, называют *критическим*:

$$R_{\hat{e}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}\ .$$

Величину $\sqrt{\frac{L}{C}}$ называют *волновым сопротивлением* контура, а отношение волнового сопротивления контура к его активному сопротивлению – *добротностью* контура Q, т. е.

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\ . \qquad (6.7)$$

Чем выше добротность контура, тем медленнее в нем затухают электромагнитные колебания.

6.4. Вынужденные колебания в контуре. Резонанс

Рассмотрим вынужденные колебания в контуре. Пусть реальный контур (рис. 70) содержит внешнюю ЭДС, которая изменяется со временем по закону $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin\omega t$.

Согласно II правилу Кирхгофа можно записать:

$$\mathcal{E}_0 \sin\omega t - L\frac{d^2 q}{d t^2} = \frac{d q}{d t}R + \frac{q}{C}\,,$$

или

$$\frac{\mathcal{E}_0}{L}\sin\omega t = \frac{d^2 q}{d t^2} + \frac{R}{L}\frac{d q}{d t} + \frac{1}{LC}q\,.$$

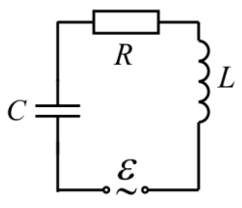


Рис. 70. Реальный электромагнитный колебательный контур, содержащий внешнюю ЭДС.

Если использовать ранее введенные обозначения (6.3) и (6.4), то получим:

$$\frac{\mathcal{E}_0}{L}\sin\omega t = \frac{d^2 q}{d t^2} + 2\beta\frac{d q}{d t} + \omega_0^2 q\,.$$

Последнее уравнение является линейным неоднородным дифференциальным уравнением. Его решение состоит из общего решения однородного уравнения и собственного решения неоднородного. Первое рассмотрено в предыдущем параграфе и поскольку затухающие колебания быстро прекращаются, то в дальнейшем их можно не учитывать. Поэтому можно удовлетвориться решением неоднородного уравнения, которое для силы тока имеет вид:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi).$$

Рассчитать амплитудное значение тока можно из закона Ома:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Из формулы следует, что ток будет максимальным при условии резонанса $\omega = \omega_{\text{ð}}$ (см. рис. 60), т. е. при условии

$$\omega_{\text{ð}} L = \frac{1}{\omega_{\text{ð}} C},$$

где $\omega_{\text{ð}} = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ – резонансная частота.

С учетом этого выражение (6.7) для добротности контура можно представить как:

$$Q = \frac{\omega_{\text{р}}}{\Delta\omega},$$

где $\Delta\omega$ – интервал частот на уровне изменения амплитуды в $\sqrt{2}$ раз. Q численно равно количеству колебаний, которые произойдут в контуре, если его отключить от источника ЭДС.

6.5. Электронные автоколебания. Автогенераторы

Автоколебания представляют собой незатухающие колебания (необязательно гармонические) в реальной колебательной системе, которые поддерживаются за счет источника энергии, причем поступлением энергии в систему управляет сама колебательная система. Автоколебания могут возникать в различных системах: механических, электромеханических, электрических и др. При этом их возникновение и существование обусловлено процессами, которые происходят в самой колебательной системе. Внешние воздействия на систему для поддержания в ней автоколебаний не нужны. В этом заключается принципиальное отличие автоколебаний от вынужденных колебаний, для поддержания которых на систему должны действовать периодические внешние силы.

Возникновение автоколебаний является самопроизвольным процессом. Оно обусловлено случайными малыми воздействиями на систему, которые выводят ее из состояния равновесия. Малые колебания, которые возникают под влиянием таких воздействий, самопроизвольно нарастают, в результате чего в системе устанавливаются устойчивые колебания, характеристики которых полностью определяются параметрами колебательной системы и не зависят от состояния системы в момент возбуждения автоколебаний. Поэтому частота автоколебаний всегда равна частоте свободных колебаний рассматриваемой колебательной системы, а амплитуда автоколебаний имеет значение, которое соответствует компенсации затрат энергии в колебательной системе за счет энергии, которая поступает в систему от источника.

В состав любой автоколебательной системы входят: неконсервативная колебательная система, т. е. система, в которой есть затраты энергии; источник энергии, за счет которого компенсируются затраты энергии в колебательной системе; регулятор (клапан), который обеспечивает поступление энергии от источника в систему и звено обратной связи, с помощью которого колебательная система управляет работой клапана.

Обратную связь называют положительной, если в результате воздействия источника энергии на колебательную систему энергия системы возрастает, т. е. источник энергии выполняет положительную работу. В случае отрицательной обратной связи источник забирает энергию от колебательной системы. Поэтому автоколебания могут существовать только при положительной

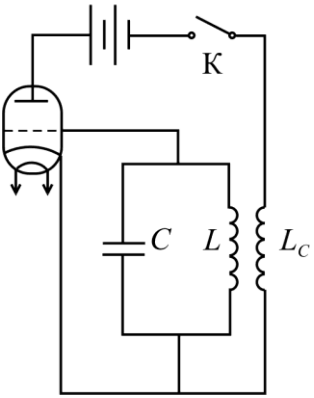


Рис. 71. Генератор электромагнитных автоколебаний.

обратной связи между источником энергии и колебательной системой.

Одной из наиболее распространенных автоколебательных систем является *автогенератор* электромагнитных колебаний. Его основными элементами являются: колебательный контур (колебательная система); источник постоянного тока (источник энергии); транзистор или вакуумный триод (клапан); катушка обратной связи. Схема простейшего автогенератора приведена на рис. 71.

Колебательный контур автогенератора, который состоит из конденсатора емкостью C и катушки индуктивности L, включен в цепь управляющей сетки электронной лампы. В цепь анода включена питающая батарея и катушка связи L_C, которая расположена в непосредственной близости от катушки контура L, так что между ними существует индуктивная связь.

Если в контуре возбудить колебания (замкнуть ключ), то на обкладках конденсатора появится переменное напряжение. Такое же напряжение возникнет между управляющей сеткой и катодом лампы, поскольку они подключены к обкладкам конденсатора. В цепи анода появится переменный ток с частотой, равной частоте колебаний контура. Проходя через катушку L_C, этот ток будет создавать в катушке L ЭДС взаимной индукции. Эта ЭДС в зависимости от взаимной ориентации витков двух катушек может либо поддерживать колебания в контуре, либо останавливать. Очевидно, что всегда можно катушки ориентировать так, чтобы обратная связь была положительной и колебательный контур получал энергию от источника тока. В таком случае в контуре установятся незатухающие колебания.

7. Электромагнитное поле. Электромагнитные волны

7.1. Ток смещения

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в замкнутом контуре при пересечении его изменяющимся магнитным полем возникает индукционный ток или направленное движение зарядов, которое, как известно, может происходить под действием электрического поля. Однако электростатическое поле в таком проводнике отсутствует. Поэтому движение зарядов происходит под действием поля ЭДС индукции, причина возникновения которой – изменяющееся магнитное поле. Согласно формуле (3.3)

$$\varepsilon_{\text{èí ä}} = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_l E_l \, dl \, , \tag{7.1}$$

где E – напряженность поля, которое не имеет явных источников, а возникает при изменении магнитного потока, пронизывающего проводник. Такое поле не является потенциальным, и, как отмечалось в 3.4, его называют вихревым. Силовые линии такого поля замкнуты.

Пользуясь формулой для определения магнитного потока $\Phi = \oint_S B_n \, dS$, вместо выражения (7.1) можно записать:

$$\oint_l E_l \, dl = -\oint_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS \, . \tag{7.2}$$

Формула (7.2) свидетельствует о том, что изменяющееся во времени магнитное поле порождает в пространстве электрическое поле независимо от наличия там контура или проводника. Такое заключение сделал впервые Дж. Максвелл в 1860 г. Так как производная $\frac{\partial B}{\partial t}$ – величина переменная, то переменным является и электрическое поле, которое порождается магнитным полем.

Согласно рассуждениям Дж. Максвелла должно также существовать и обратное явление: вихревое электрическое поле должно

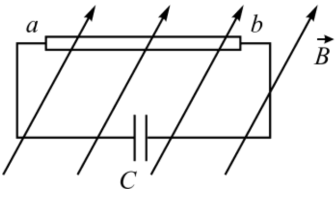


Рис. 72. К объяснению тока смещения.

порождать в пространстве изменяющееся магнитное поле. Однако поскольку магнитное поле создается электрическим током, то изменяющееся вихревое электрическое поле можно представить как некоторый ток, который существует в диэлектрике или вакууме. Дж. Максвелл назвал его *током смещения*.

Представим проводник *ab*, который пронизывается переменным магнитным полем $B \;\; t$ (рис. 72).

Под действием вихревого электрического поля, которое возникает в проводнике, его свободные заряды в любой момент времени будут смещаться в направлении одного из его концов – или $a \to b$, или $b \to a$ – в такт изменения поля. При этом на концах проводника будет возникать переменная разность потенциалов $\Delta\varphi$. В самом проводнике при этом будет протекать ток проводимости ($I_{\text{ï ð}}$). Этот ток, как показывает опыт, создает переменное магнитное поле. Таким образом, переменное магнитное поле при наличии в нем проводника порождает переменное электрическое поле и наоборот. Переменные электрическое и магнитное поля не могут существовать друг без друга. Поэтому такое поле называют *электромагнитным*.

Подключим к концам этого проводника конденсатор, емкость которого *C* значительно больше емкости проводника $C_{\text{ï ð}}$. На обкладках конденсатора возникает переменный заряд *q*, поверхностная плотность которого

$$\sigma = \frac{q}{S},$$

где *S* – площадь обкладок. В конденсаторе возникает переменное электрическое поле, индукция *D* которого равна:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \sigma = \frac{q}{S},$$

откуда $q = DS$. Величина тока смещения в конденсаторе

$$I_{\text{ñì}} = \frac{dq}{dt} = \frac{dD}{dt} S,$$

а его плотность

$$j_{\text{ñì}} = \frac{dD}{dt}. \qquad (7.3)$$

Ток смещения существует там, где есть изменение индукции электрического поля.

Очевидно, что такую же величину и направление, как и ток смещения, будет иметь и ток проводимости. Плотность полного тока в такой цепи, как и в любой другой, равна сумме плотности тока проводимости и тока смещения: $j = j_{\text{ïð}} + j_{\text{ñì}}$.

Если ток проводимости создает вокруг себя магнитное поле, то такое же поле должен создать в пространстве и ток смещения. Эту гипотезу впервые высказал Дж. Максвелл, а экспериментально подтвердил в 1903 г. А.А. Эйхенвальд (1863–1944), который продолжал исследования Г. Роуланда (1849–1901) по изучению магнитного поля конвекционных токов.

Цель исследования: создать модель токов смещения и доказать, что ток смещения создает вокруг себя магнитное поле.

Диэлектрический диск *1* вращался с постоянной угловой скоростью в электрическом поле, созданном полудисками *2* и *3* (рис. 73).

Направление поля в нижней и верхней частях схемы противоположны. Известно, что диэлектрик во внешнем поле поляризуется. При прохождении точек диска через область зазора происходит смена знака поляризационного заряда. Это аналогично тому, что в области заряда будет течь ток смещения. Исследования показали наличие при этом магнитного поля. Этим было доказано, что изменяющееся электрическое поле

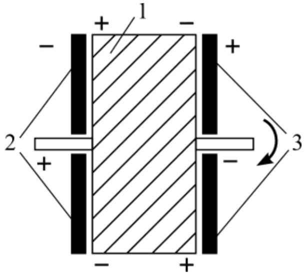


Рис. 73. Схема опыта Г. Роуланда и А. Эйхенвальда.

в диэлектрике или вакууме создает изменяющееся магнитное поле. Объективно существует электромагнитное поле.

Ток смещения создается в любой среде, поэтому полный ток в среде будет равен:

$$I = I_{\text{ï ð}} + I_{\text{ñì}} \;. \tag{7.4}$$

В проводнике $I_{\text{ñì}} \ll I_{\text{ï ð}}$, в диэлектрике – наоборот. В вакууме существует только ток смещения.

7.2. Уравнения Максвелла

Уравнения Максвелла являются математическим обобщением экспериментальных и теоретических данных об электромагнитном поле в произвольной среде.

Первое уравнение обобщает закон полного тока (см. выражение (1.11)) с учетом тока смещения:

$$\oint_l H_l\, dl = \sum_{i=1}^{n} I_i \,,$$

а с учетом выражений (7.3) и (7.4)

$$\oint_l H_l\, dl = I_{\text{ï ð}} + I_{\text{ñì}} = \oint_S j_{\text{ï ð}\ n}\, dS + \oint_S \left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)_n dS \,,$$

или

$$\oint_l H_l\, dl = \oint_S \left(j_{\text{ï ð}} + \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS \,. \tag{7.5}$$

Это выражение и есть первое уравнение Максвелла.

Второе уравнение выражает закон электромагнитной индукции:

$$\oint_l E_l\, dl = -\oint_S \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)_n dS \,. \tag{7.6}$$

Третье уравнение обобщает теорему Гаусса на изменяющееся электрическое поле:

$$\oint_S D_n dS = q \,,$$

или

$$\oint_S D_n dS = \oint_V \rho\, dV \,, \qquad (7.7)$$

где ρ – объемная плотность свободных зарядов внутри замкнутой поверхности *S*, которая охватывает объем *V*.

Четвертое уравнение – это обобщение теоремы Гаусса на изменяющееся магнитное поле. Поскольку в природе не существует «магнитных зарядов», то поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S B_n dS = 0 \,. \qquad (7.8)$$

Выражения (7.5), (7.6), (7.7) и (7.8) составляют систему уравнений Максвелла в интегральной форме. Они свидетельствуют о том, что источниками электрического поля могут быть электрические заряды и изменяющиеся во времени магнитные поля. Магнитные поля создаются движущимися электрическими зарядами или изменяющимися во времени электрическими полями. Эти уравнения несимметричны относительно электрического и магнитного полей потому, что в природе существуют только электрические заряды, а магнитных зарядов нет.

Чтобы записать уравнения Максвелла в дифференциальной форме, необходимо использовать теоремы Стокса и Остроградского–Гаусса, в которых использованы понятия *ротора* и *дивергенции* вектора $\vec{a}$ силового поля:

$$(\operatorname{rot} a)_n = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_l a_l dl}{\Delta S} \,, \quad \operatorname{div} a = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_S a_n dS}{\Delta V} \,,$$

где $(\operatorname{rot} a)_n$ – проекция вектора $\operatorname{rot}\vec{a}$ на положительную нормаль к контуру.

Теорема Стокса связывает линейный интеграл с поверхностным. Согласно этой теореме циркуляция вектора $\vec{a}$ по некоторому замкнутому контуру равна интегралу по поверхности, которая опирается на этот контур, от нормальной составляющей ротора вектора $\vec{a}$:

$$\oint_l a_l dl = \oint_S (\operatorname{rot} a)_n \, dS \,. \qquad (7.9)$$

Теорема Остроградского–Гаусса связывает поверхностный интеграл с объемным и утверждает, что интеграл от нормальной составляющей вектора $\vec{a}$ по замкнутой поверхности S равен интегралу по объему V, охваченному этой поверхностью, от дивергенции вектора $\vec{a}$:

$$\oint_S a_n dS = \int_V \operatorname{div} a\, dV\ . \tag{7.10}$$

Используем эту теорему для уравнений Максвелла в интегральной форме. Согласно теореме Стокса (7.9) вместо выражения (7.5) можно записать:

$$\oint_S \operatorname{rot} H \ _n\, dS = \oint_S \left(j_{\text{ïð}} + \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS\ . \tag{7.11}$$

Интегралы правой и левой частей выражения (7.11) берутся по одной и той же произвольной поверхности, поэтому

$$\operatorname{rot} H = \vec{j}_{\text{ïð}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \tag{7.12}$$

Таким же образом вместо формулы (7.6) можно записать:

$$\oint_S \operatorname{rot} E\ _n\, dS = -\oint_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS\ ,$$

откуда

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\ . \tag{7.13}$$

Используя теорему Остроградского–Гаусса (7.10) для выражений (7.7) и (7.8), получим:

$$\operatorname{div} D = \rho\ , \tag{7.14}$$

$$\operatorname{div} \hat{A} = 0\ . \tag{7.15}$$

Уравнения (7.12)–(7.15) составляют систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме, однако они не образуют полной системы уравнений электромагнитного поля. Они не содержат постоянных, характеризующих свойства среды, в которой возбуждено электромагнитное поле. Поэтому их дополняют соотношениями, в которые эти постоянные входят. Эти соотношения называются *материальными уравнениями*. Для изотропных неферромагнитных и несегнетоэлектрических сред они имеют вид:

$$j = \sigma E\ ;\ D = \varepsilon_0 \varepsilon E\ ;\ B = \mu_0 \mu H\ . \qquad (7.16)$$

Уравнения Максвелла и материальные уравнения образуют полную систему уравнений электромагнитного поля.

7.3. Электромагнитные волны

Согласно теории Максвелла электромагнитное поле, которое возникает в контуре или вокруг проводников с переменными токами, распространяется в пространстве в виде электромагнитных волн. Они представляют собой процесс распространения в пространстве с течением времени взаимосвязанных между собой векторов напряженности электрического и магнитного полей.

Очевидно, что характеристики волн, т. е. период, время, частота и длина волны, зависят от параметров контура: его индуктивности L и емкости C. Для того чтобы волны распространялись в пространстве, колебательные контуры делают открытыми.

Существование электромагнитных волн следует непосредственно из уравнений Максвелла. Выведем уравнение плоской электромагнитной волны. Для этого используем уравнения Максвелла (7.5) и (7.6) с учетом выражений (7.16):

$$\oint_l H_l dl = \frac{\partial}{\partial t} \oint_S D_n dS = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \oint_S dS\ , \qquad (7.17)$$

$$\oint_l E_l dl = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_S B_n dS = \mu_0 \mu \frac{\partial H}{\partial t} \oint_S dS\ . \qquad (7.18)$$

Представим, что волна распространяется вдоль оси OX, причем вектор напряженности электрического поля волны $\vec{E}$ колеблется вдоль оси OZ, а вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}$ – вдоль оси OY (рис. 74). Так как уравнения (7.17) и (7.18) справедливы для контуров любых размеров, формы и ориентации в поле, то для их использования выберем соответственно два элементарных контура: *oabco* и *ofedo*. Векторы $\vec{H}$ и $\vec{E}$ являются функциями координат, поэтому их значения в разных местах отмеченных контуров будут

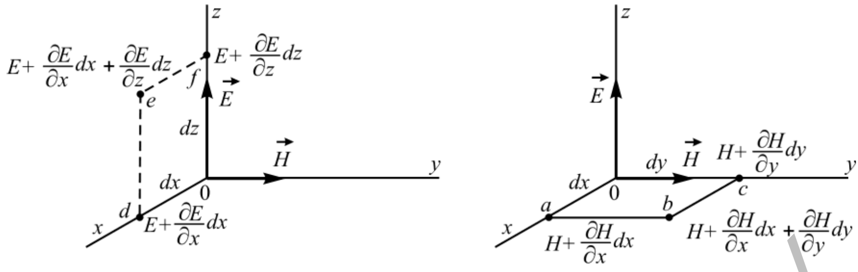


Рис. 74. К выводу уравнения электромагнитной волны.

различными. Если в начале системы значения этих векторов равны соответственно *H* и *E*, то через время *dt*, когда волна переместится на расстояние *dx*, их значения в точке *a* станут равными:

$$H+\frac{\partial H}{\partial x}dx+\frac{\partial H}{\partial y}dy \text{ и } E+\frac{\partial E}{\partial x}dx.$$

(На рис. 74 приведены значения *H* и *E* на концах элементарных участков выделенных контуров.)

Найдем циркуляцию вектора $\vec{H}$ по контуру *oabco* и циркуляцию вектора $\vec{A}$ по контуру *ofedo*. Значения произведений $H_l dl$ на участках контуров *oa* и *bc*, а произведений $E_l dl$ на участках *od* и *ef* равны нулю. На участках *ab* и *oc*, а также *de* и *of* возьмем произведение длины каждого участка на средние значения величин *H* и *E* в пределах этих участков. Получим:

$$\oint_{oabco} H_l dl=\frac{1}{2}dy\left[\left(H+\frac{\partial H}{\partial x}dx+H+\frac{\partial H}{\partial x}dx+\frac{\partial H}{\partial y}dy\right)-\right.$$
$$\left.-\left(H+\frac{\partial H}{\partial y}dy+H\right)\right]=\frac{\partial H}{\partial x}dxdy, \qquad (7.19)$$

$$\oint_{ofedo} E_l dl=\frac{1}{2}dz\left[\left(E+E+\frac{\partial E}{\partial z}dz\right)-\right.$$
$$\left.-\left(E+\frac{\partial E}{\partial x}dx+\frac{\partial E}{\partial z}dz+E+\frac{\partial E}{\partial x}dx\right)\right]=-\frac{\partial E}{\partial x}dxdz. \qquad (7.20)$$

Подставим полученные значения в выражения (7.17) и (7.18), примем во внимание, что $dx\,dy = dS$, и получим:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}, \tag{7.21}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \mu_0 \mu \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{7.22}$$

Продифференцируем (7.21) и (7.22) по времени, после чего получим:

$$\frac{\partial H}{\partial x \partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial E}{\partial x \partial t} = \mu_0 \mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}.$$

Продифференцируем (7.21) и (7.22) по координате x, после чего получим:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E}{\partial x \partial t}, \quad \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \mu \frac{\partial H}{\partial x \partial t}.$$

Из этих уравнений следует:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \tag{7.23}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \tag{7.24}$$

Обозначим через $\upsilon = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}$ и получим выражения в виде двух волновых уравнений:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \tag{7.25}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \tag{7.26}$$

где υ – скорость волны.

Решением каждого из этих уравнений, как известно, является уравнение бегущей волны:

$$H = H_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{\upsilon} \right), \tag{7.27}$$

$$E = E_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right). \qquad (7.28)$$

Для вакуума $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$, поэтому $\upsilon = c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot 10^8$ м/с.

Продифференцируем (7.27) и (7.28) по времени, после чего получим:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = H_0\omega\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \qquad (7.29)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = E_0\omega\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right). \qquad (7.30)$$

Подставив (7.29) и (7.30) соответственно в (7.24) и (7.23), получим выражения:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \varepsilon_0\varepsilon E_0\omega\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \qquad (7.31)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \mu_0\mu H_0\omega\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right). \qquad (7.32)$$

Проинтегрируем выражения (7.21) и (7.22) по x и получим соотношения между E и H:

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}\,E, \quad E = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}}\,H,$$

откуда

$$\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \mu_0\mu H^2. \qquad (7.33)$$

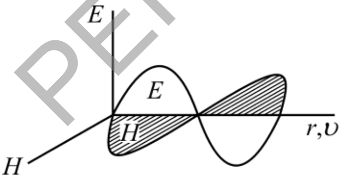


Рис. 75. Колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в электромагнитной волне.

Величину $Z = \sqrt{\dfrac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}}$ называют *волновым сопротивлением*. Тогда $E = ZH$, откуда следует, что векторы $\vec{H}$ и $\vec{E}$ в волне колеблются в одинаковой фазе. Так как эти векторы перпендикулярны направлению распространения волны, то электромагнитную волну называют поперечной (рис. 75).

7.4. Излучение электромагнитных волн. Исследования Герца

Электромагнитные волны впервые экспериментально получил Г. Герц (1887–1975) в 1888 г. Для этого он использовал открытый колебательный контур, который позднее назвали вибратором Герца. При колебаниях в закрытом колебательном контуре электрическое поле конденсатора и магнитное поле катушки изменяется произвольно, поэтому взаимосвязь между ними слабая (напряженность электрического поля пропорциональна скорости изменения индукции магнитного поля и наоборот); кроме того, они разграничены в пространстве (электрическое поле в основном сконцентрировано между обкладками конденсатора, а магнитное поле в середине катушки индуктивности). Поэтому в этом случае приблизительно можно считать, что электрическое и магнитное поля существуют по отдельности и независимо друг от друга. В пространстве вокруг закрытого колебательного контура его электрическое и магнитное поля практически отсутствуют.

Если обкладки конденсатора раздвигать (рис. 76), отдаляя их друг от друга, электрическое поле конденсатора будет охватывать все большую и большую область пространства. Если, кроме того, растянуть витки катушки так, чтобы она вытянулась в прямолинейный провод, то магнитное поле катушки также будет занимать все большую и большую область пространства, причем электрическое и магнитное поля будут совмещаться в одной и той же области (рис. 76).

Связь полей между собой обеспечивается тем, что они порождаются одним и тем же процессом – процессом колебаний в контуре. Действительно, изменение электрического поля со

Рис. 76. Получение открытого электромагнитного колебательного контура.

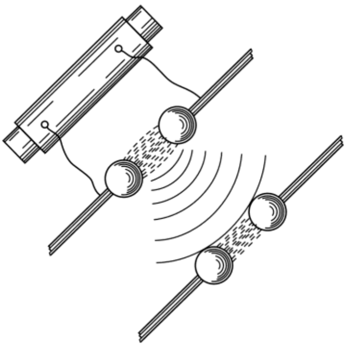


Рис. 77. Вибратор Герца.

временем вызывает перемещение зарядов, т. е. возбуждает в проводе ток, который создает в пространстве вокруг себя магнитное поле. Значит, изменение электрического поля с течением времени ведет к изменению магнитного поля в пространстве. И наоборот, изменение магнитного поля вызывает ЭДС на разных участках провода и, значит, изменение в пространстве электрического поля. Переменное электромагнитное поле, которое образуется вокруг открытого контура, распространяется в пространстве в виде электромагнитной волны.

Вибратор Герца состоит из двух проводников одинаковой длины, разделенных небольшим воздушным зазором, который называют искровым промежутком. На рис. 77 показан вибратор Герца, включенный последовательно в цепь вторичной обмотки индукционной катушки, которая представляет собой повышающий высоковольтный импульсный трансформатор с низкочастотным механическим прерывателем на входе. Катушка состоит из двух обмоток, навитых на общий железный сердечник. Первичная обмотка подключается к источнику постоянного тока через механический прерыватель. При замыканиях и размыканиях цепи первичной обмотки во вторичной обмотке возникает ЭДС индукции, которая достигает 20–25 кВ.

Половинки вибратора подключены к концам вторичной обмотки индукционной катушки и заряжаются от нее до высокой разности потенциалов. Если эта разность потенциалов достигает значения, достаточного для пробоя воздушного зазора, между ними проскакивает искра. Искра выполняет роль проводящего мостика, который соединяет половинки вибратора, заряженные до высокой разности потенциалов, в один проводник. При этом в вибраторе возникают электромагнитные колебания высокой частоты. Для того чтобы переменный ток высокой частоты, который возникает в вибраторе, при колебаниях не шел во вторичную обмотку индукционной катушки, между половинками вибратора и концами вторичной обмотки включаются дроссели (катушки с большой индуктивностью).

За время существования искры происходит несколько десятков колебаний, пока из-за потерь энергии на активном сопротивлении вибратора и за счет излучения электромагнитных волн разность потенциалов между половинками вибратора не уменьшается до значения, при котором искровой разряд прекращается.

После этого наступает сравнительно большой промежуток времени, когда вибратор не излучает, а его половинки снова заряжаются до напряжения, при котором происходит пробой. Время зарядки обычно в десятки раз больше времени разрядки. Если разность потенциалов достигает значения, при котором происходит пробой воздушного промежутка, проскакивает вторая искра, и процесс повторяется. Поэтому электромагнитные волны, излучаемые вибратором, представляют собой серию затухающих импульсов малой длительности и малой интенсивности.

Прием электромагнитных волн в исследованиях Герца осуществлялся при помощи такого же приемного вибратора, позднее названного резонатором Герца. Электромагнитная волна, дошедшая до резонатора, возбуждала в нем электромагнитные колебания, о наличии которых можно было судить по маленькой искре, проскакивающей в искровом промежутке резонатора (или по свечению разрядной трубки, электроды которой были соединены с искровым промежутком).

Основным недостатком приемной аппаратуры Герца была низкая чувствительность ее приемной части (искра или свечение разрядной трубки были очень слабыми и могли наблюдаться только в темноте на расстоянии в несколько метров от вибратора).

7.5. Энергия волны. Радиосвязь

Электромагнитные волны в направлении своего распространения переносят энергию. Эта энергия состоит из двух частей – электрической и магнитной составляющих поля:

$$W = W_{\text{ýë}} + W_{\text{ì àãí}} .$$

Объемная плотность энергии

$$\omega = \frac{W}{V} = \omega_{\text{ýë}} + \omega_{\text{ì àãí}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{1}{2}\ \varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2 \quad ,$$

или с учетом выражения (7.33)

$$\omega = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E \sqrt{\mu_0 \mu}\, H = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}\, E\, H = \frac{EH}{\upsilon} .$$

Рассчитаем плотность потока S энергии электромагнитного поля (т. е. количество энергии, проходящей через единичную площадку в единицу времени):

$$S = \frac{W}{\Delta S \Delta t} = \frac{\omega V}{\Delta S \Delta t} = \frac{\omega \Delta S \upsilon \Delta t}{\Delta S \Delta t} = \omega \upsilon = \frac{EH}{\upsilon} \upsilon = EH , \qquad (7.34)$$

а в векторном виде:

$$\vec{S} = \omega \vec{\upsilon} \text{ , или } \vec{S} = \left[\vec{E} \times \vec{H} \right].$$

$\vec{S}$ называют вектором Умова–Пойнтинга. Этот вектор, совпадающий по направлению со скоростью волны, ввел в 1884 г. Дж. Пойнтинг (1852–1914), который использовал результаты теоретических исследований М.А. Умова (1846–1915) по переносу энергии волной.

При использовании электромагнитных волн для передачи информации необходима достаточно большая мощность излучения и чувствительный приемник, который смог бы регистрировать электромагнитные колебания, излучаемые передатчиком, на больших расстояниях от последнего.

Русский физик А.С. Попов (1859–1906) установил, что интенсивность излучения можно значительно увеличить, если к одной половинке вибратора Герца подключить антенну, а вторую заземлить. Антенна, которая является открытым колебательным контуром, излучает в пространство электромагнитные волны достаточно большой интенсивности. Волны, достигшие антенны приемника, возбуждают в ней переменные электрические токи высокой частоты. В качестве чувствительного элемента для регистрации этих токов А.С. Попов использовал когерер, представляющий собой стеклянную трубку с двумя электродами, между которыми находится металлический порошок. Частицы металлического порошка в трубке когерера упакованы неплотно, поэтому его сопротивление в обычных условиях большое и составляет примерно 100 кОм. Если через когерер пропустить переменный ток высокой частоты, происходит спекание частиц порошка в точках их соприкосновения. При этом сопротивление когерера уменьшается в несколько сотен раз. Сильная зависимость сопротивления металлического порошка от электромагнитного излучения обусловливает более высокую чувствительность когерера в сравнении с чувствительностью резонатора Герца. Поэтому когерер, включенный в цепь постоянного тока, может управлять работой этой цепи, например, включать и выключать электрический звонок или печатный станок телеграфного аппарата при наличии специального прибора, способного после регистрации электромагнитной волны возвращать когерер в исходное положение (встряхивать порошок).

А.С. Попов сконструировал прибор, который автоматически, при помощи электромагнитного реле, восстанавливал высокое сопротивление когерера. Реле позволило Попову не регистрировать непосредственно волны, принимаемые антенной, а использовать их малую энергию, для того чтобы управлять источником энергии, который питает аппарат, регистрирующий волны.

Для осуществления радиосвязи используют электромагнитные волны с частотой от 30 кГц до 30 ГГц. Это обусловлено следующими причинами. Теоретический расчет показывает, что интенсивность излучения электромагнитных волн антенной передатчика пропорциональна четвертой степени частоты колебаний. Поэтому использование низкочастотных электромагнитных колебаний для радиосвязи нецелесообразно из-за необходимости передатчиков большой мощности. Для получения электромагнитных волн большой интенсивности антенна, которая их излучает, должна быть настроена в резонанс с задающим генератором. Если такой антенной является прямолинейный провод, то его длина l связана при резонансе с длиной излучаемой электромагнитной волны соотношением $\lambda = 2l$. Поэтому применение низких частот требует очень больших антенн, что также нецелесообразно. Кроме того, чем выше диапазон частот, тем больше независимых радиостанций можно в нем разместить.

Электромагнитные волны, используемые для радиосвязи, называют радиоволнами. С учетом качественных особенностей распространения, способов генерирования, излучения и приема радиоволны можно разделить на четыре диапазона.

Длинные волны (диапазон ДВ) – радиоволны длиной от 10 км до 1 км, что соответствует частотам от 30 кГц до 300 кГц. Этот диапазон занимает полосу частот шириной 270 кГц. Поскольку для передачи одной радиовещательной программы требуется частотный канал шириной не менее 9 кГц (при этом могут создаваться наиболее высокие или низкие частоты, но общий характер звучания передается достаточно отчетливо), то в диапазоне ДВ находится только 30 радиовещательных каналов.

Средние волны (диапазон СВ) – радиоволны длиной от 1000 м до 100 м, что соответствует частотам от 300 кГц до 3 МГц. Полоса частот, которая соответствует этому диапазону, составляет 2,7 МГц и имеет 300 каналов.

Короткие волны (диапазон КВ) – от 100 м до 10 м, частоты – от 3 МГц до 30 МГц соответственно. Этот диапазон шире диапазона длинных и средних волн в 9 раз. Коротковолновые антенны имеют достаточно острую направленность, поэтому на одной и той же частоте могут одновременно работать без взаимных помех несколько станций, которые вещают в разных направлениях.

Ультракороткие волны (диапазон УКВ) – радиоволны длиной от 10 м до 1 см, что соответствует частотам от 30 МГц до 30000 МГц. Диапазон УКВ делится на три диапазона: метровые волны ($1 \div 10$ м), дециметровые волны ($10 \div 100$ см) и сантиметровые волны ($1 \div 10$ см). Главное отличие этого диапазона – его ширина, почти 30000 МГц, поэтому в этом диапазоне без трудностей можно передавать информацию, которая имеет широкий спектр (набор) частот, например, радиосигналы телевидения, осуществлять радиолокацию, космическую радиосвязь и др. Заметим, что прием в этом диапазоне является устойчивым при наличии прямой видимости между антеннами передатчика и приемника.

Для передачи по радио звуковой информации монохроматические радиоволны не используются. Поэтому для радиосвязи необходимо изменять во времени один из параметров радиоволн, излучаемых передатчиком, в соответствии с изменениями во времени звуковых колебаний, несущих передаваемую информацию; т. е. необходимо осуществить *модуляцию*. Модуляцией электромагнитной волны называется изменение ее параметров (амплитуды, частоты, начальной фазы) с частотами, значительно меньшими, чем частота самой электромагнитной волны. Частота исходной (немодулированной) волны называется несущей частотой, а частота изменения параметров волны при модуляции – частотой модуляции.

7.6. Двухпроводные линии

Электрическая энергия переменного тока от генераторов (электростанций) должна передаваться в точки ее использования, расположенные на больших расстояниях. Поэтому, чтобы не происходило рассеивание энергии в пространстве, она должна канализироваться, т. е. передаваться по проводникам, являющимися каналами.

Рассмотрим проводник, по которому передается электрический ток (рис. 78).

Пусть удельное сопротивление проводника ρ, плотность тока в нем $j = I/S$, где S – площадь сечения проводника; $\rho = 1/\sigma$, где σ – удельная электропроводность.

Напряженность электрического поля $\vec{E}$ на поверхности проводника состоит из двух частей: нормальной и тангенциальной: $\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_\tau$.

Ток, который течет по проводнику, создает вблизи его поверхности магнитное поле, напряженность которого согласно (3) равна:

$$H = \frac{I}{2\pi r},$$

где r – радиус проводника.

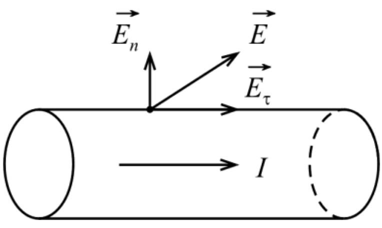


Рис. 78. Напряженность электрического поля на поверхности проводника с током.

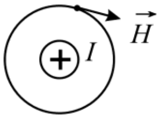


Рис. 79. Напряженность магнитного поля на поверхности проводника с током.

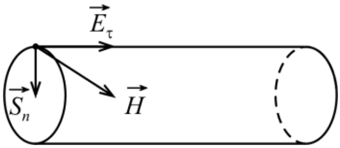


Рис. 80. **Н**ормальная составляющая вектора Умова–Пойтинга.

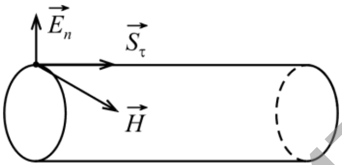


Рис. 81. Тангенциальная составляющая вектора Умова–Пойтинга.

Вектор $\vec{H}$ направлен по касательной к окружности сечения проводника (рис. 79).

Вектор Умова–Пойнтинга, численно равный $S = EH$, также состоит из двух частей: нормальной составляющей $S_n = E_\tau H$ (рис. 80), которая направлена внутрь проводника вдоль радиуса, и тангенциальной составляющей $S_\tau = E_n H$, которая направлена вдоль проводника (рис. 81).

Таким образом, при протекании тока по проводнику тангенциальная составляющая напряженности E_τ электрического поля обеспечивает проникновение части потока энергии S_n внутрь проводника. Нормальная составляющая E_n обеспечивает передачу части потока S_τ вдоль линии. Энергия электрического тока канализируется, она проникает внутрь проводника и движется вдоль него.

Рассчитаем величину S_n. Для этого используем закон Ома в дифференциальной форме $j = \sigma E_\tau = E_\tau/\rho$, откуда $E_\tau = j\rho$. Тогда

$$S_n = E_\tau H = j\rho \frac{I}{2\pi r} = j\rho j \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{1}{2} j^2 \rho r ,$$

где r – радиус проводника.

Так как величина S_n по определению равна:

$$S_n = \frac{W}{S_{\text{ïîâ}} \Delta t} ,$$

то за время Δt через боковую поверхность $S_{\text{ïîâ}}$ внутрь проводника длиной l будет проникать энергия $W = S_n S_{\text{ïîâ}} \Delta t$, которая внутри проводника будет выделяться в виде «джоулевой» теплоты:

$$Q = W = \frac{1}{2} j^2 \rho r \cdot 2\pi r l \Delta t = \frac{I^2}{\pi r^2 \pi r^2} \pi r^2 l \rho \Delta t = I^2 R \Delta t\,,$$

что соответствует закону Джоуля–Ленца в интегральной форме.

Таким образом, при передаче электрической энергии на большие расстояния целесообразно использовать проводники с как можно меньшим удельным сопротивлением ρ.

Если $\rho \to 0$, то передача электрической энергии происходит почти без потерь. Это состояние проводника называют сверхпроводимостью.

Рассмотрим длинную двухпроводную линию, которая через трансформатор подключена к генератору переменной ЭДС (рис. 82).

При изменении ЭДС с заданной частотой с такой же частотой происходит направленное движение свободных зарядов во вторичной обмотке *AB* трансформатора. В момент времени, соответствующий половине периода колебаний напряжения, это движение имеет направление от *A* до *B*, в следующий – наоборот, что вынуждает таким же образом двигаться свободные заряды в самой линии. Это вызывает периодическое накопление зарядов в точках *C* и *D*. Если частота ЭДС большая, то при конечной скорости распространения поля в проводнике вдоль линии происходит периодическое изменение направления движения зарядов, что вызывает их временное распределение на отдельных частях линии. Таким образом, двухпроводная линия представляет собой линейную емкость и линейную индуктивность. Отдельные малые части линии можно представить себе как колебательные контуры.

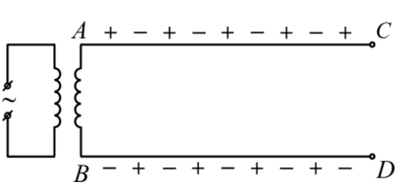


Рис. 82. Двухпроводная линия, подключенная ко вторичной обмотке трансформатора.

Пусть единица длины линии представляет собой линейную емкость $\tilde{N}_0$ и линейную индуктивность L_0. Выделим два сечения линии (рис. 83).

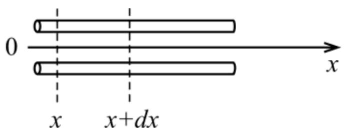


Рис. 83. Два сечения двухпроводной линии с различными значениями напряжения и тока.

Пусть в сечении x величина напряжения U, а в сечении $x+dx$ – $U+\dfrac{\partial U}{\partial x}dx$, а сила тока соответственно I и $I+\dfrac{\partial I}{\partial x}dx$.

Согласно второму правилу Кирхгофа изменение напряжения на dx происходит вследствие ЭДС самоиндукции:

$$\frac{\partial U}{\partial x}dx=-L_0 dx\frac{\partial I}{\partial t}, \tag{7.35}$$

а изменение тока – благодаря накоплению заряда на линейной емкости:

$$\frac{\partial I}{\partial x}dx=-C_0 dx\frac{\partial U}{\partial t}. \tag{7.36}$$

Если над выражениями (7.35) и (7.36) выполнить те же математические операции, что и над выражениями (7.21) и (7.22), то получим:

$$\frac{\partial U}{\partial x}=-L_0\frac{\partial I}{\partial t}, \tag{7.37}$$

$$\frac{\partial I}{\partial x}=-C_0\frac{\partial U}{\partial t}. \tag{7.38}$$

Уравнения (7.37) и (7.38) называют телеграфными уравнениями. Продифференцировав (7.37) и (7.38) сначала по t, а потом по x, получим:

$$\frac{\partial U}{\partial x\partial t}=-L_0\frac{\partial^2 I}{\partial t^2},\ \frac{\partial I}{\partial x\partial t}=-C_0\frac{\partial^2 U}{\partial t^2},\ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=-L_0\frac{\partial I}{\partial x\partial t},\ \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}=-C_0\frac{\partial U}{\partial x\partial t}.$$

Из этих выражений следует:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=L_0\tilde{N}_0\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \tag{7.39}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2}=L_0 C_0\frac{\partial^2 I}{\partial t^2}. \tag{7.40}$$

Обозначив через $\upsilon = \dfrac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ скорость волны, получим волновые уравнения:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \tag{7.41}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}. \tag{7.42}$$

Решением этих уравнений являются уравнения бегущей волны:

$$U = U_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{\upsilon} \right), \; I = I_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{\upsilon} \right).$$

Если продифференцировать эти выражения по t и подставить их в телеграфные уравнения, а потом продифференцировать их по x, то получим связь между напряжением U и силой тока I в линии:

$$\frac{U}{I} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}},$$

или

$$Z = \frac{U}{I},$$

где $Z = \sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}}$ – *волновое сопротивление линии.*

При передаче электроэнергии с высоким КПД необходимо согласовывать сопротивление нагрузки и волновое сопротивление линии. Наибольшая полезная мощность будет тогда, когда эти сопротивления совпадают.

При замкнутой линии на нагрузку происходит отражение электромагнитных волн от концов линии. При определенных условиях, которые определяются частотой волны и длиной линии, в линии могут образовываться стоячие волны. При этом передачи энергии происходить не будет, потому что вектор Умова–Пойнтинга будет равен нулю.

II. ОПТИКА

8. Электромагнитная природа света

8.1. Введение

Оптика (от греч. optike (видимый) – наука о зрительных восприятиях) – раздел физики, изучающий природу света, процессы его распространения и взаимодействия с веществом.

Свет играет чрезвычайно важную роль в нашей жизни. Подавляющее количество информации об окружающем мире человек получает с помощью света. Однако в оптике как разделе физики рассматривают не только видимый свет, но и примыкающие к нему широкие диапазоны спектра электромагнитного излучения – инфракрасный (ИК) и ультрафиолетовый (УФ). По своим физическим свойствам свет принципиально неотличим от электромагнитного излучения других диапазонов – различные участки спектра отличаются друг от друга только длиной волны λ и частотой ν.

Свет в широком смысле слова включает в себя следующие диапазоны:

1) ультрафиолетовый ($\lambda = 10 \div 400$ нм; $\nu = 3 \cdot 10^{16} \div 7{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц);

2) видимый ($\lambda = 400 \div 760$ нм; $\nu = 7{,}5 \cdot 10^{14} \div 1{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц);

3) инфракрасный ($\lambda = 760\,\text{íì} \div 2\,\text{ìì}$; $\nu = 4 \cdot 10^{14} \div 1{,}5 \cdot 10^{11}$ Гц).

В узком смысле слова свет – электромагнитные волны, воспринимаемые человеческим глазом ($400 \div 760$ нм) (рис. 84).

Опытным путем установлено, что свет имеет двойственную природу – волновую и корпускулярную. Согласно квантовой (корпускулярной) теории света, свет – поток частиц (фотонов), которые испускаются светящимся телом и летят со скоростью $\sim 3 \cdot 10^8$ м/с. Они имеют энергию $E = h\nu$, где $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ν – частота электромагнитной волны (в Гц).

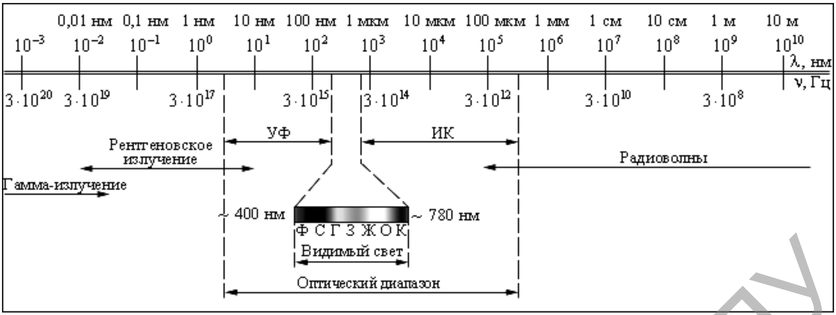


Рис. 84. Шкала электромагнитных волн.

С уменьшением длины волны все более отчетливо проявляются квантовые свойства света, а волновые проявляются слабо. И наоборот, у длинноволнового излучения квантовые свойства проявляются в малой степени, а основную роль играют волновые свойства.

8.2. Скорость света и методы ее измерения

Определение скорости света составляет важнейшую проблему оптики и физики в целом. Согласно специальной теории относительности скорость света в вакууме имеет универсальный характер, так как она определяет предельную скорость распространения любых взаимодействий и сигналов, любых силовых полей независимо от их физической природы. Эта скорость одинакова во всех системах отсчета и обусловлена структурой пространства и времени.

Точное измерение скорости света является очень важной задачей как в теоретическом плане, так и при решении практических задач (радиолокация, оптическая локация, системы слежения за искусственными спутниками Земли).

Используя уравнения Максвелла, можно получить выражение, связывающее скорость распространения волн в среде υ, диэлектрическую и магнитную проницаемости (ε и μ) и скорость света в вакууме c:

$$\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}, \ \upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

В вакууме $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, тогда $\upsilon = c$ – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме.

Зависимость длины волны λ от периода и частоты волны выражается следующим образом:

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu}.$$

Скорость света в середе зависит от оптических свойств среды, в частности, от показателя преломления *n*, различного для различных сред.

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} \Rightarrow n = \frac{c}{\upsilon}.$$

Для немагнитных сред $\mu = 1 \Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon}$.

Первая попытка определения скорости света была предпринята в 1607 г. Г. Галилеем (1564–1642).

Два наблюдателя должны были измерить промежуток времени, за который свет проходил расстояние между ними туда и обратно. Эта попытка была неудачной. Галилей пришел к выводу, что скорость света очень велика.

Позже были разработаны методы измерения скорости света, которые делятся на астрономические и лабораторные.

К астрономическим методам относятся:

а) метод Ремера (датский астроном О. Ремер);

б) метод Бредли (английский астроном Дж. Бредли).

Метод Ремера (1644–1710) определения скорости света по измерению промежутков времени между двумя последовательными затмениями спутника Юпитера.

Схема рассуждений Ремера следующая: период обращения ближайшего к Юпитеру спутника равен приблизительно 42,5 часа. Поэтому спутник должен был заслоняться Юпитером (или выходить из полосы затмения) каждые 42,5 часа. Но в течение полугода, когда Земля удаляется от Юпитера, затмения наблюдались каждый раз со все большим запаздыванием по сравнению с предсказанными сроками. Ремер пришел к выводу, что свет распространяется не мгновенно, а имеет конечную скорость; поэтому ему требуется все

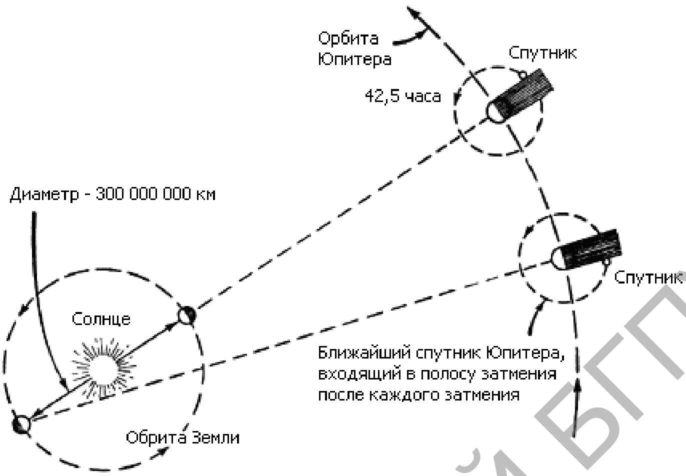


Рис. 85. Метод Ремера определения скорости света.

больше времени для достижения Земли по мере того, как она, двигаясь по орбите вокруг Солнца, удаляется от Юпитера.

В момент, когда Земля *З* и Юпитер *Ю* находятся на наименьшем расстоянии (противостояние), наблюдается первое затмение спутника Юпитера Ио (рис. 86). Через 6 месяцев, когда Земля переходит в положение *Ç* и находится по отношению к Юпитеру *Þ′* на наибольшем расстоянии (соединение – 0,545 года после противостояния), наблюдается очередное затмение спутника.

Промежуток времени между этими затмениями оказался больше того, что получен с помощью вычислений на величину (1001,6 ± 2) с ~ 22 мин. Это запаздывание обусловлено тем, что свет должен пройти диаметр земной орбиты *D*.

$$\upsilon_{\text{ñâ}} = \frac{D}{t_{\text{çàï àçäû âàí èÿ}}} \approx \frac{2 \cdot 149450000\,\text{êì}}{1001,6} \approx 298000\,\frac{\text{êì}}{\text{ñ}}.$$

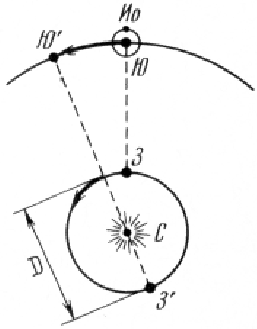


Рис. 86. Схема метода Ремера.

Сам Ремер получил недостаточно точный результат:

$$c \approx 215000 \text{ км/с}.$$

Метод Бредли (1698–1764). В 1728 г. определил скорость света при наблюдении за аберрацией света звезд.

Явление отклонения направления распространения света по отношению к земным предметам (в системе координат, движущейся с Землей по орбите) вследствие орбитального движения Земли вокруг Солнца называется аберрацией света.

Пусть свет удаленной звезды S падает параллельным пучком на объектив телескопа L и дает изображение звезды в фокусе F, которое рассматривается в окуляр O (рис. 87).

При движении Земли вокруг Солнца со скоростью υ, пока свет внутри телескопа будет идти от объектива L до фокуса F, сам телескоп сместится в направлении движения Земли и изображение окажется в точке F'. Чтобы изображение звезды получилось на оси, нужно наклонить ось телескопа в направлении движения на угол α, равный:

$$\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \frac{FF'}{f},$$

где f – фокусное расстояние объектива телескопа. Когда Земля переходит на противоположную ветвь орбиты, направление вектора скорости υ меняется на противоположное, а угол α становится равным $-\alpha$, следовательно, изображение звезды смещается на угол $2\alpha \approx 40{,}9''$.

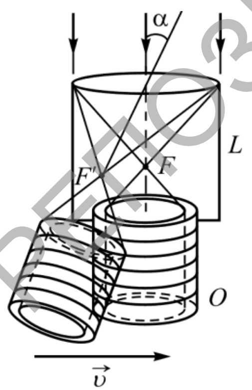


Рис. 87. Схема метода Бредли определения скорости света.

Время движения света от L к F равно:

$$t = \frac{f}{c},$$

где c – скорость света. За это время изображение смещается на величину FF':

$$t = \frac{FF'}{\upsilon}.$$

Приравниваем правые части двух последних уравнений:

$$\frac{f}{c} = \frac{FF'}{\upsilon}.$$

Из последнего уравнения определим α:

$$\alpha = \frac{FF'}{f} = \frac{\upsilon}{c}.$$

α – называется аберрационной постоянной. Измеряя величину α и зная υ, Бредли нашел, что c = 303000 км/с. Более точные измерения этим методом дают c = 299640 км/с.

К лабораторным методам в земных условиях относятся:

а) метод Физо (французский физик А. Физо);

б) метод Фуко (французский физик Ж. Фуко);

в) метод Майкельсона (американский физик А. Майкельсон).

Метод Физо (1812–1896). В 1849 г. проведено первое измерение скорости света в пределах Земли.

Пучок света от источника, отраженный полупрозрачным зеркалом *B* (рис. 88), проходит между зубьями вращающегося зубчатого диска *C* до отражающего зеркала *A* ($AC = l$ = 8,66 км) и, отразившись от зеркала, возвращался к диску *C*.

Если за это время просвет между зубьями заменится ближайшим зубом, то отраженный свет будет задержан и не попадет к наблюдателю. Следовательно, при определенной частоте вращения зубчатого диска будет наблюдаться первое затмение.

При первом затмении свет, прошедший в просвет между зубцами, при своем возвращении встретит на своем пути ближайший зубец. Если ширина зубьев и просветов одинакова, то за время

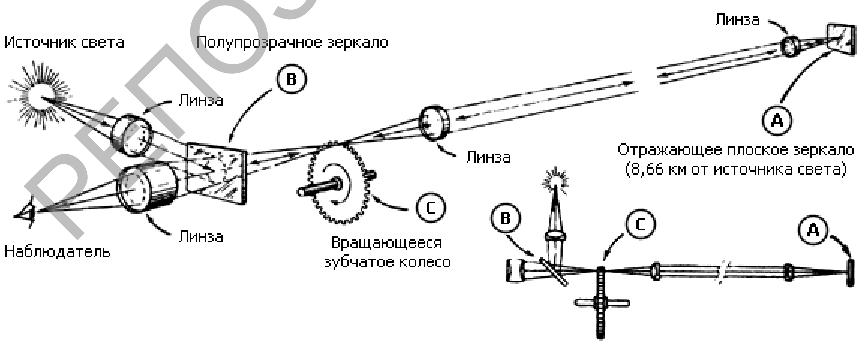


Рис. 88. Метод Физо измерения скорости света в пределах Земли.

$$t = \frac{2l}{c}$$

колесо повернется на угол

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{2n} = \frac{\pi}{n},$$

где n – число зубьев, т. е. на угол, отделяющий центр просвета от центра соседнего зубца.

Если частота вращения ν, то с другой стороны этот угол равен:

$$\Delta\varphi = \omega t = 2\pi\nu\frac{2l}{c},$$

тогда

$$\frac{\pi}{n} = 2\pi\nu\frac{2l}{c}.$$

Из последнего выражения

$$c = 4ln\nu.$$

Физо получил значение скорости света $\sim$ 313000 км/с.

Метод Фуко (1819–1868). В 1862 г. Фуко реализовал высказанную французским ученым Д. Арго (1786–1853) идею использовать вместо зубчатого диска быстро вращающееся зеркало *C* ($\nu_{\text{âð}} = 512$ об/с). Свет от источника падает на зеркало *C*. Отраженный луч попадает на вогнутое зеркало *A* и отражается от него (рис. 89).

За время, пока свет проходит расстояние $l = AC$ ($\sim$ 20 м) в прямом и обратном направлениях, зеркало *C* успевает повернуться на некоторый угол α, в результате чего изображение источника смещается на расстояние *S*. По величине смещения *S* определяют угол α, а зная частоту вращения зеркала *C*, можно определить время Δt, за которое зеркало повернулось на угол α. За это же время свет проходит дважды расстояние 2*l*.

Тогда

$$c = \frac{2l}{\Delta t}.$$

Фуко получил следующий результат: *c* = 298000 км/с.

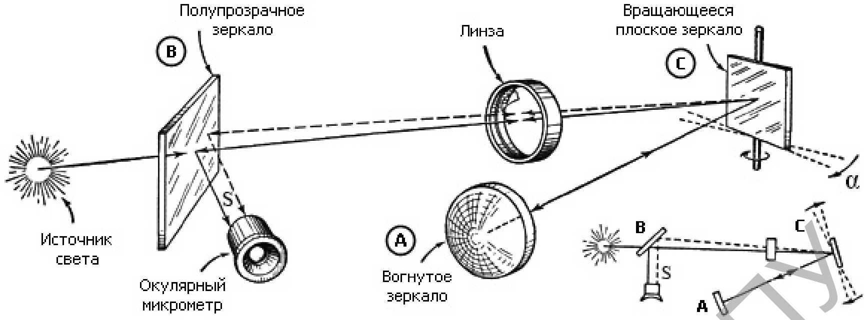


Рис. 89. Схема метода Фуко измерения скорости света.

Метод Майкельсона (1852–1931). Реализован в 1926 г. Установка располагалась на двух горных вершинах, находящихся на расстоянии 35,4 км друг от друга. Зеркало изготовлено в виде стальной восьмигранной призмы, вращающейся с частотой $\nu = 528$ об/с. Майкельсон получил значение скорости света: c = (299796 $\pm$ 4) км/с.

В 1972 г. значение скорости света было определено на основе независимых измерений длины волны λ и частоты ν света. В настоящее время скорость света в вакууме принимается равной (299792456,2 $\pm$ 1,1) м/с.

Скорость света в специальной теории относительности

В 1905 г. А. Эйнштейн создал специальную теорию относительности (СТО), которая представляет собой физическую теорию пространства и времени для случая пренебрежимо слабых гравитационных полей.

В основе этой теории лежат два постулата:

1. *Принцип относительности:* все законы природы инвариантны (т. е. неизменны) по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой. Это означает, что во всех инерциальных системах физические законы, а не только «механические» (принцип относительности Галилея), выглядят

одинаково. Таким образом, принцип относительности классической механики обобщается на все процессы природы, в том числе и на электромагнитные. Этот обобщенный принцип называют принципом относительности Эйнштейна.

Более того, Эйнштейн показал, что преобразования Галилея должны быть заменены более общими преобразованиями Лоренца. Таким образом, принцип относительности формулируется так: уравнения, выражающие законы природы, инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца.

2. *Принцип постоянства скорости света:* скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета. Скорость света в СТО занимает особое положение. Это предельная скорость передачи взаимодействий и сигналов из одной точки пространства в другую.

9. Интерференция света

9.1. Когерентные световые волны

Как правило, в среде распространяется множество световых волн, которые выходят из разных источников света. При этом волны могут накладываться друг на друга. Результат наложения зависит от соотношения фаз световых волн.

Световые волны, для которых разность фаз остается постоянной, называются когерентными, а соответствующие источники – также когерентными:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}.$$

Когерентностью называют согласованное протекание во времени и пространстве нескольких волновых процессов, которая проявляется при их сложении.

Если когерентность наблюдается для одних и тех же колебаний в разные моменты времени, то говорят о временной когерентности, а если когерентность волн наблюдается в некотором объеме пространства, то говорят о пространственной когерентности.

Когерентность характеризуют временем когерентности $t_{\hat{e}}$. Это время, за которое случайное изменение фазы достигает значения $\sim \pi$. Отрезок (расстояние)

$$l_{\hat{e}} = ct_{\hat{e}},$$

на который перемещается волна за время $t_{\hat{e}}$, называется длиной когерентности или длиной цуга когерентности. Таким образом, *длина когерентности* – это расстояние, на котором случайное изменение фазы достигает значения $\sim \pi$.

Рассмотрим колебания, создаваемые точечным источником (линейные размеры которого значительно меньше λ излучаемого им света) в различных точках пространства. Если эти колебания окажутся когерентными, то их можно направить в одну точку, в которой будет наблюдаться интерференция.

Разместим точечный источник в точке O (центр концентрических окружностей) и обозначим расстояния до точек P_i и P_j через r_i и r_j, где индексы i, j = 1, 2, … (рис. 90).

1. Возможно несколько случаев: две точки P_1 и P_2 располагаются на равном расстоянии ($r_1 = r_2$) от точечного источника. Эти точки будут находиться в пределах одного цуга когерентности, т. е. колебания в них всегда когерентны.

2. Точки P_2 и P_3, для которых $r_3 - r_2 > ct_{\hat{e}}$. Такие точки в любой момент времени будут принадлежать разным цугам волн, т. е. колебания в них некогерентные.

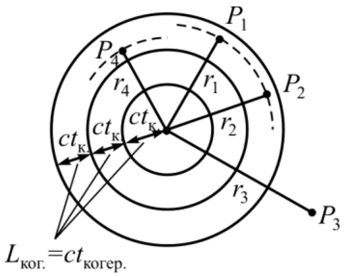


Рис. 90. К определению когерентных колебаний.

3. Точки P_4 и P_1 расположены таким образом, что $0 < |r_4 - r_1| < ct_{\hat{e}\hat{i}\tilde{a}}$. Такие колебания называются частично когерентными, они также дают возможность наблюдать стационарную интерференционную картину.

Следовательно, при точечном источнике света, когда разность хода лежит в пределах длины когерентности, можно наблюдать интерференцию при выполнении условия $|r_2 - r_1| < ct_{\hat{e}}$.

Для получения двух систем когерентных волн используются различные устройства, основанные на законах отражения и преломления. При этом вместо одного действительного источника можно получить два действительных, действительный и мнимый или два мнимых источника. Использование мнимых изображений служит лишь удобным способом определения области перекрытия лучей, где можно наблюдать интерференцию.

Интерференция света наблюдалась еще И. Ньютоном в 17 веке. Объяснение интерференции света как типично волнового явления было дано в начале 19 века французским физиком О.Ж. Френелем и английским физиком Т. Юнгом. Интерференция света характеризуется образованием стационарной (постоянной во времени) интерференционной картины – регулярного чередования областей повышенной и пониженной интенсивности света.

Интерференция (лат. inter – взаимно, между собой и ferio – удаляю, поражаю) – сложение в пространстве 2-х (или нескольких) когерентных волн, при котором в разных точках пространства наблюдается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны. Или же интерференция света – пространственное перераспределение энергии светового излучения при наложении 2-х или нескольких когерентных световых волн.

Интерференцию световых волн, сходящихся в некоторой точке пространства, можно непосредственно наблюдать, если только эти волны являются когерентными, т. е. имеют постоянную во времени разность фаз: $\Delta\varphi = \mathrm{const}$. Для наблюдения четкой картины интерференции предпочтительнее, чтобы накладывающиеся пучки были монохроматическими, т. е. одной частоты $\nu_1 = \nu_2 = \nu$; в противном случае интерференционная картина будет «размыта» и число интерференционных полос уменьшится.

Источники, излучающие когерентные волны (лазерные источники), называются когерентными.

9.2. Методы получения когерентных волн

Метод Юнга (1773–1829). Т. Юнг в 1802 г. первым наблюдал явление интерференции света и дал ему правильное объяснение. Схема установки для наблюдения интерференции света приведена на рис. 91. Источником света служит освещенная щель S, от которой световая волна падает на две узкие щели S_1 и S_2, освещаемые различными участками одной и той же волны.

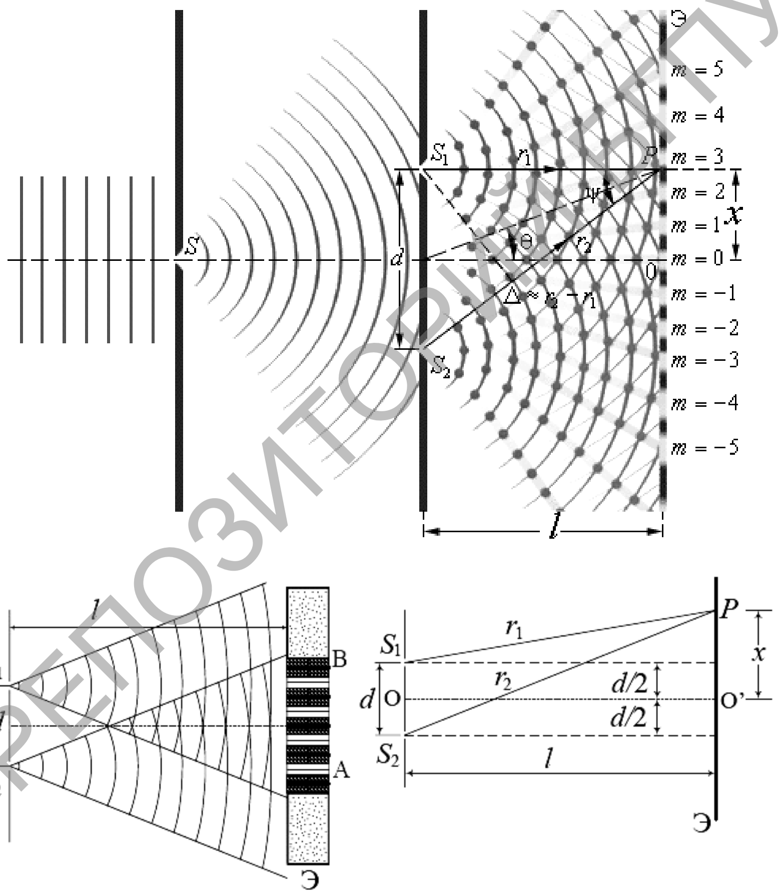


Рис. 91. Схема установки для наблюдения интерференции света.

Вторичные волны, испускаемые малыми отверстиями S_1 и S_2, перекрываются и интерферируют. На экране в области перекрытия световых пучков *AB* (называемой полем интерференции) наблюдается интерференционная картина в виде полос, параллельных щелям. Для возникновения интерференции ширина щелей должна быть очень маленькой, так как только при этом на щелях S_1 и S_2 обеспечивается одинаковость фаз колебаний вторичных волн, источником которых является щель *S*. Расстояние от *S* до $S_1S_2 \sim 2$ м, ширина щели $S \sim 0,3$ мм, $|S_1;S_2| \sim 1$ мм.

Рассмотрим две волны, распространяющиеся от источников S_1 и S_2. Будем рассматривать колебания вектора напряженности электрического поля световой волны, так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды вектора напряженности электрического поля световой волны ($I \sim E^2$).

Вектор напряженности электрического поля этих волн в некоторой точке *P* экрана, удаленной от щелей S_1 и S_2 на расстояния r_1 и r_2, соответственно изменяется по гармоническому закону:

$$\left.\begin{aligned} E_1 = E_{01}\cos\omega\left(t-\frac{r_1}{\upsilon_1}\right) = E_{01}\cos\left(\omega t-\frac{\omega r_1}{\upsilon_1}\right) \\ E_2 = E_{02}\cos\omega\left(t-\frac{r_2}{\upsilon_2}\right) = E_{02}\cos\left(\omega t-\frac{\omega r_2}{\upsilon_2}\right) \end{aligned}\right\}, \qquad (9.1)$$

где E_{01} и E_{02} – амплитуды вектора *E* складывающихся колебаний; ω – циклическая частота.

Предположим, что волны распространяются в разных средах с показателями преломления n_1 и n_2. Тогда скорости распространения волн равны соответственно:

$$\upsilon_1 = \frac{c}{n_1};\ \upsilon_2 = \frac{c}{n_2}, \qquad (9.2)$$

где *c* – скорость света в вакууме (воздухе).

Обозначим начальные фазы колебаний в (9.1):

$$\varphi_1 = -\frac{\omega r_1}{\upsilon_1};\ \varphi_2 = -\frac{\omega r_2}{\upsilon_2}. \tag{9.3}$$

С учетом (9.3) перепишем (9.1) в виде:

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega t + \varphi_1); \tag{9.4}$$

$$E_2 = E_{02}\cos(\omega t + \varphi_2).$$

Сложение колебаний (9.4) даст в точке x результирующее колебание

$$E = E_0\cos(\omega t + \varphi), \tag{9.5}$$

где E_0 – амплитуда результирующего колебания.

Амплитуда результирующего колебания находится путем геометрического сложения (метод векторных диаграмм) амплитуд складывающихся колебаний:

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}. \tag{9.6}$$

Однако разность фаз $(\varphi_1 - \varphi_2)$ с учетом (9.2) и (9.3):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{\omega r_1}{\upsilon_1} + \frac{\omega r_2}{\upsilon_2} = \omega\left(\frac{r_2}{\upsilon_2} - \frac{r_1}{\upsilon_1}\right) =$$

$$= \frac{2\pi}{T}\left(\frac{r_2 n_2}{c} - \frac{r_1 n_1}{c}\right) = \frac{2\pi}{Tc}(r_2 n_2 - r_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 n_2 - r_1 n_1). \tag{9.7}$$

где $\omega = 2\pi/T$ – циклическая частота; T – период колебаний; $Tc = \lambda$ – длина волны.

Произведение геометрического пути волны на показатель преломления среды называется *оптической длиной пути*: $rn = L$, а разность оптических длин путей называется *оптической разностью хода*:

$$\Delta = L_2 - L_1 = r_2 n_2 - r_1 n_1. \tag{9.8}$$

Если волны распространяются в одной среде $n_1 = n_2 = n$, то

$$\Delta = (r_2 - r_1)n.$$

Для вакуума и воздуха $n \approx 1$, тогда оптическая разность хода равна геометрической разности хода, т. е. $\Delta = d_2 - d_1$.

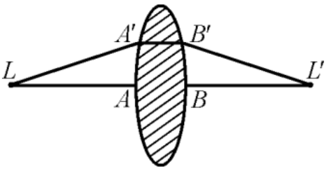


Рис. 92. Таутохронность оптических путей в линзе.

Если $n_2 r_2 = n_1 r_1$, то пути называются *таутохронными*, т. е. совпадают по времени.

Условию таутохронности удовлетворяют все оптические системы, которые служат для получения изображения. Например, линзы (см. рис. 92).

Условие таутохронизма:

$$LA + nAB + BL' = LA' + nA'B' + B'L',$$

где n – показатель преломления материала линзы.

С учетом (9.8) и (9.7) перепишем (9.6):

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta}. \qquad (9.9)$$

Из (9.9) следует, что результирующая амплитуда достигает максимума, если сдвиг фаз равен:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,\ k = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots$$

При этом разность хода

$$\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}. \qquad (9.10)$$

Тогда из (9.9) $E_0 = E_{01} + E_{02}$ и если амплитуды складываемых колебаний равны, то амплитуда результирующего колебания удваивается.

Результирующая амплитуда минимальна, если

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \ 2k+1\ \pi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,\ k = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots$$

Разность хода при этом

$$\Delta = \ 2k+1\ \frac{\lambda}{2}. \qquad (9.11)$$

В этом случае $E_0 = E_{01} - E_{02}$ и если амплитуды складываемых колебаний равны, то амплитуда результирующего колебания будет равна нулю. Уравнения (9.10) и (9.11) – это условие максимума и минимума интерференции соответственно.

В результате на экране будет наблюдаться интерференционная картина, состоящая из чередующихся темных и светлых полос.

Определим ширину интерференционных полос в предположении, что экран параллелен плоскости, проходящей через щели S_1 и S_2.

Положение точки на экране будем характеризовать координатой *x*, отсчитываемой в направлении, перпендикулярном к линии OO'. Начало отсчета выберем в точке O', относительно которой S_1 и S_2 расположены симметрично. Будем считать, что источники совершают колебания в одинаковой фазе и волны распространяются в воздухе ($n = 1$). Очевидно (рис. 91), что

$$r_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2; \; r_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) =$$

$$= l^2 + x^2 + xd + \frac{d^2}{4} - l^2 - x^2 + xd - \frac{d^2}{4} = 2xd.$$

Довольно четкая интерференционная картина наблюдается возле середины экрана. В этом случае $r_2 + r_1 \approx 2l$, тогда

$$r_2 - r_1 = \frac{2xd}{2l} = \frac{xd}{l}.$$

С другой стороны

$$r_2 - r_1 = \Delta,$$

т. е. тогда разность хода двух волн

$$\Delta = \frac{xd}{l}.$$

По условиям максимума интерференции (см. ранее)

$$\Delta_{\max} = \pm 2k\frac{\lambda}{2}; \; k = 0,\ 1,\ 2\ \ldots$$

Следовательно,

$$\pm 2k\frac{\lambda}{2} = \frac{xd}{l} \Rightarrow x_{\max} = \pm\frac{k\lambda l}{d},$$

где $x_{\max}$ – расстояние от середины экрана до *k*-й полосы интерференции.

По условиям минимума интерференции

$$\Delta_{\min} = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2};\ k = 0, 1, 2\ \ldots,$$

тогда

$$\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{xd}{l} \Rightarrow x_{\min} = \frac{\pm(2k+1)\lambda l}{2d},$$

где $x_{\min}$ – расстояние от середины экрана до минимума интерференции.

Расстояние между соседними максимумами или минимумами интенсивностей называется *шириной интерференционной полосы* Δx,

$$\Delta x = x_{\max}^{k+1} - x_{\max}^{k} = \frac{(k+1)\lambda l}{d} - \frac{k\lambda l}{d} = \frac{l}{d}\lambda,$$

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda. \qquad (9.12)$$

Таким образом, интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос.

Из (9.12) следует, что полосы будут тем шире, чем меньше расстояние d между источниками при заданных значениях l и λ.

Например, при $l = 1$ м; $\lambda = 500$ нм $d = 0{,}5$ мм, $\Delta x = 0{,}1$ см. Такие интерференционные полосы хорошо наблюдаются невооруженным глазом.

При переходе от максимума к минимуму освещенность экрана будет изменяться постепенно. Интенсивность центрального максимума самая высокая, а интенсивности следующих максимумов уменьшаются.

Проблема когерентности волн. Теория Юнга позволила объяснить интерференционные явления, возникающие при сложении двух монохроматических волн одной и той же частоты. Однако повседневный опыт учит, что интерференцию света в действительности наблюдать не просто. Если в комнате горят две одинаковые лампочки, то в любой точке складываются интенсивности света и никакой интерференции не наблюдается. Возникает вопрос, в каких случаях нужно складывать напряженности электрических полей (с учетом фазовых соотношений) и в каких случаях нужно складывать интенсивности волн, т. е. квадраты напряженностей полей? Теория интерференции монохроматических волн не может дать ответа на этот вопрос.

Реальные световые волны не являются строго монохроматическими. В силу фундаментальных физических причин излучение всегда имеет статистический характер. Атомы светового источника излучают независимо друг от друга в случайные моменты времени, и излучение каждого атома длится очень короткое время ($\tau < 10^{-8}$ с). Результирующее излучение источника в каждый момент времени состоит из вкладов огромного числа атомов. Через время порядка τ вся совокупность излучающих атомов обновляется. Поэтому суммарное излучение будет иметь другую амплитуду и, что особенно важно, *другую фазу*. Фаза волны, излучаемой реальным источником света, остается приблизительно постоянной только на интервалах времени порядка τ. Отдельные «обрывки» излучения длительности τ называются цугами. Цуги имеют пространственную длину, равную $c\tau$, где c – скорость света. Колебания в разных цугах не согласованы между собой. Таким образом, реальная световая волна представляет собой последовательность волновых цугов с беспорядочно меняющейся фазой. Принято говорить, что колебания в разных цугах некогерентные. Интервал времени τ, в течение которого фаза колебаний остается приблизительно постоянной, называют временем когерентности.

Интерференция может возникнуть только при сложении когерентных колебаний, т. е. колебаний, относящихся к одному и тому же цугу. Хотя фазы каждого из этих колебаний также подвержены случайным изменениям во времени, но эти изменения одинаковы, поэтому разность фаз когерентных колебаний остается постоянной. В этом случае наблюдается устойчивая интерференционная картина и, следовательно, выполняется принцип суперпозиции полей. При сложении некогерентных колебаний разность фаз оказывается случайной функцией времени. Интерференционные полосы испытывают беспорядочные перемещения из стороны в сторону, и за время Δt их регистрации, которая в оптических экспериментах значительно больше времени когерентности ($\Delta t \gg \tau$), происходит полное усреднение интенсивности. Регистрирующее устройство (глаз, фотопластинка, фотоэлемент) зафиксирует в точке наблюдения усредненное значение интенсивности, равное сумме интенсивностей $I_1 + I_2$ обоих колебаний. В этом случае выполняется закон сложения интенсивностей.

Таким образом, интерференция может возникнуть только при сложении когерентных колебаний. Волны, создающие в точке наблюдения когерентные колебания, также называются когерентными. Волны от двух независимых источников некогерентные и не могут дать интерференции. Т. Юнг интуитивно угадал, что для получения интерференции света нужно волну от источника разделить на две когерентные волны и затем наблюдать на экране результат их сложения. Так делается во всех интерференционных схемах. Однако даже в этом случае интерференционная картина исчезает, если разность хода Δ превысит длину когерентности $c\tau$.

Бизеркала Френеля. О. Френель (1788–1827) предложил в качестве двух когерентных источников воспользоваться двумя изображениями одного и того же действительного источника света в двух плоских зеркалах, установленных под углом φ, близким к 180° (рис. 93).

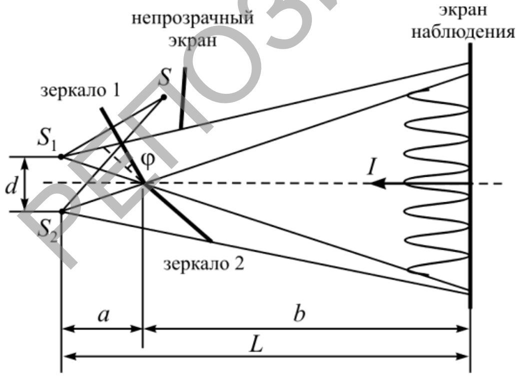


Рис. 93. Бизеркала Френеля.

Угол φ очень мал. Параллельно линии пересечения зеркал помещается источник света S в виде узкой щели. Зеркала отбрасывают на экран две цилиндрические когерентные волны, распространяющиеся так, как если бы они исходили из мнимых источников S_1 и S_2. Непрозрачный экран преграждает свету путь от источника S к экрану. Интерференционные максимумы имеют вид параллельных полос.

Можно показать, что ширина интерференционной полосы рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \frac{a+b}{2a\varphi}\lambda ,$$

где $a + b = L$ – расстояние от источников до экрана; a – расстояние от источников до зеркал; b – расстояние от зеркал до экрана; d – расстояние между источниками $d = 2a\sin\varphi \approx 2a\varphi$. Область перекрытия волн имеет протяженность $2b\,\mathrm{tg}\,\varphi \approx 2b\varphi$. Разделив область перекрытия на ширину полосы Δx, найдем максимальное число интерференционных полос, которые можно наблюдать с помощью зеркал Френеля при данных параметрах схемы:

$$N = \frac{2b\varphi}{\Delta x} = \frac{4ba\varphi^2}{\lambda(a+b)}.$$

Бипризма Френеля состоит из двух призм с очень малым преломляющим углом θ. Призмы изготавливаются из одного куска стекла и сложены основаниями (т. е. имеют одну общую грань). Параллельно этой грани на расстоянии a от нее располагается источник света S (рис. 94).

Данное явление можно рассматривать как наложение волн от двух мнимых когерентных источников света S_1 и S_2. Можно показать, что в случае, когда преломляющий угол θ призмы очень мал и углы падения лучей на грань призмы не очень велики, все лучи отклоняются призмой на

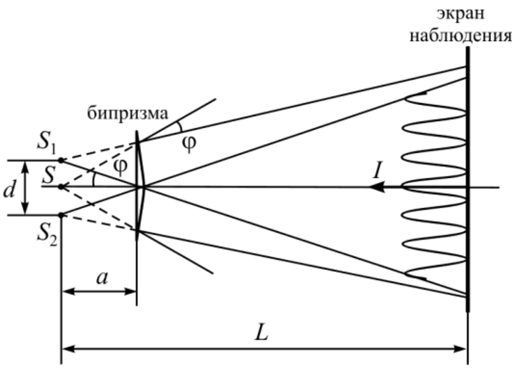


Рис. 94. Бипризма Френеля.

практически одинаковой угол, равный $\varphi = (n-1)\theta$, где n – показатель преломления призмы. Угол падания лучей на бипризму невелик. Поэтому все лучи отклоняются каждой из половин бипризмы на одинаковый угол φ. В результате образуются две когерентные волны (цилиндрические), исходящие из мнимых источников S_1 и S_2, лежащих в одной плоскости с источником S. Интерференционная картина наблюдается в области перекрытия волн.

Расстояние между источниками равно

$$d = 2a\sin\varphi \approx 2a\varphi = 2a(n-1)\theta.$$

Расстояние от источника до экрана $L = a + b$, где b – расстояние от бипризмы до экрана. Тогда ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{L}{d}\lambda = \frac{a+b}{2a(n-1)\theta}\lambda.$$

Область перекрытия имеет протяженность

$$2b\,\mathrm{tg}\,\varphi \approx 2b\varphi = 2b(n-1)\theta.$$

Максимальное число наблюдаемых полос

$$N = \frac{2ab(n-1)^2\theta^2}{\lambda(a+b)}.$$

Билинза Бийе. Тонкая сферическая линза разрезается по диаметру, и ее половинки разводятся на небольшое расстояние. Образовавшийся промежуток между половинками линзы закрывается непрозрачным экраном. Источник света S помещается на оси симметрии системы на двойном фокусном расстоянии от линзы. В результате получают два действительных изображения S_1 и S_2 точечного источника S. Изображения S_1 и S_2 являются источниками сферических когерентных волн. На экране *Э* в области их перекрытия наблюдается интерференционная картина (рис. 95).

Зеркало Ллойда. Пучок света от точечного источника S падает на плоское зеркало под углом, близким к 90°. Роль когерентных источников выполняют источник S и его мнимое изображение S_1 (рис. 96).

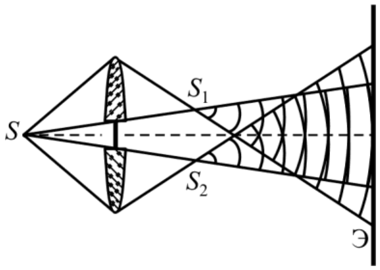


Рис. 95. Билинза Бийе.

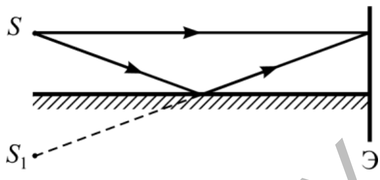


Рис. 96. Зеркало Ллойда.

Характерной особенностью интерференционной картины является то, что в центре ее всегда будет минимум. Центральные лучи, проходящие одинаковые геометрические пути, имеют разность хода $\lambda/2$. При отражении второго луча от зеркала (оптически более плотная среда) происходит изменение фазы на π, т. е. потеря половины волны.

9.3. Многолучевая интерференция

Наиболее широко распространенным случаем интерференции в природе является интерференция лучей, которые отражаются от двух поверхностей прозрачных сред (окраска мыльных пузырей, радужные пленки бензина на воде и т. д.).

Различают следующие виды интерференции световых лучей.

1. Интерференция параллельных пучков, возникающих при отражении светового пучка от двух поверхностей (верхней и нижней) плоскопараллельной пластины. Интерференционную картину в этом случае называют *полосами равного наклона*.

Пусть на плоскопараллельную пластину толщиной b и с показателем преломления n падает рассеянный монохроматический свет с длиной волны λ. Путем несложных расчетов можно определить оптическую разность хода Δ когерентных световых пучков *1* и *2* (рис. 97):

$$\Delta = 2bn\cos i + \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда следует, что при $b = \text{const}$ и $n = \text{const}$ разность хода зависит только от угла падения лучей i. Очевидно, что лучи,

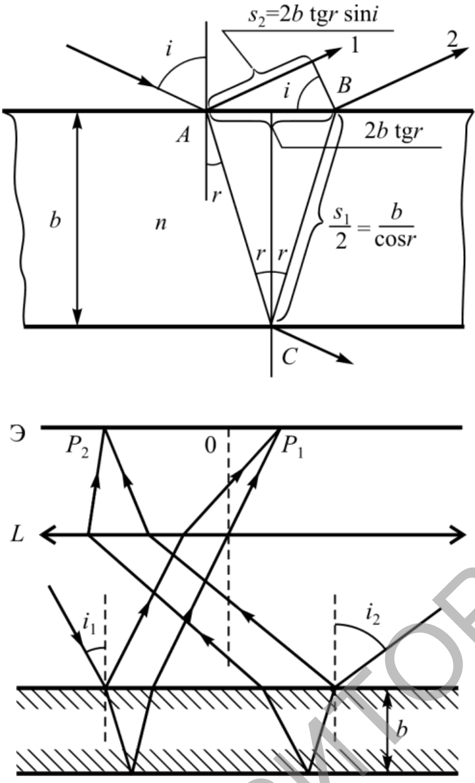


Рис. 97. Интерференция параллельных пучков при отражении от плоскопараллельной пластины. Полосы равного наклона.

падающие под одним углом, будут иметь одну и ту же разность хода. Если параллельно пластине разместить линзу L, в фокальной плоскости которой расположен экран $Э$, то эти лучи соберутся в одной точке экрана (рис. 97). В рассеянном свете имеются лучи самых разных направлений. Лучи, падающие на пластину под углом i_1, соберутся на экране в точке P_1, интенсивность света в которой определяется разностью хода Δ.

Максимум интенсивности будет наблюдаться при выполнении условия

$$2bn\cos r = \ 2k+1 \ \frac{\lambda}{2}.$$

Условие минимума:

$$2bn\cos r = 2k\frac{\lambda}{2},$$

где b – толщина пластинки (пленки); n – показатель преломления пластинки; r – угол преломления; k – порядок максимума (минимума); λ – длина волны.

Лучи, падающие на пластину под углом i_1, но в другой плоскости, будут иметь такую же разность хода и соберутся в другой точке, но на таком же расстоянии от центра экрана. Таким образом, лучи, падающие на пластину во всевозможных плоскостях, но под одним и тем же углом i_1, создают на экране совокупность одинаково освещенных точек, расположенных на окружности с центром в точке O. Аналогично лучи, падающие под другим углом

i_2, создадут на экране совокупность одинаково освещенных точек, но расположенных на окружности другого радиуса (рис. 97). Следовательно, на экране будет наблюдаться система концентрических темных и светлых окружностей, называемых *полосами равного наклона*. Поскольку интерферирующие лучи идут к экрану параллельным пучком, то говорят, что полосы равного наклона локализованы в бесконечности. Для наблюдения их пользуются линзой (роль линзы может играть хрусталик глаза).

2. Интерференция параллельных пучков, возникающих при отражении света от поверхностей клиновидной пленки. Интерференционную картину в этом случае называют *полосами равной толщины* (рис. 98).

Полосы равной толщины возникают при отражении параллельного пучка лучей от поверхности тонкой пленки, толщина которой неодинакова и меняется по какому-либо закону. Оптическая разность хода интерферирующих лучей будет меняться при переходе от одних точек поверхности пленки к другим из-за изменения толщины пленки. В этом случае значения угла падения i и показателя преломления n постоянные. Следовательно, одинаковым значениям толщины клина h соответствуют одинаковые оптические разности хода и одинаковые результаты интерференции (min или max). Интенсивность света будет одинакова в тех точках, где одинакова толщина пленки, поэтому интерференционная картина в этом случае называется полосами равной толщины. Полосы равной толщины локализованы (наблюдаются) на поверхности или вблизи поверхности пленки.

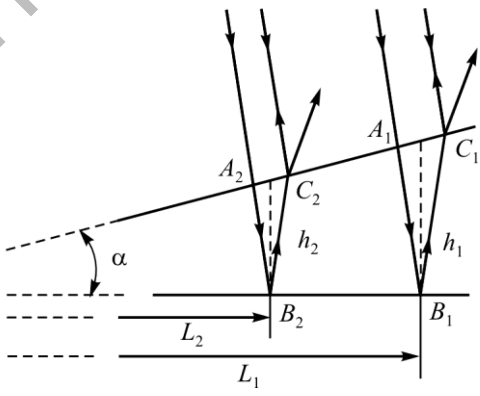


Рис. 98. Интерференция параллельных пучков при отражении от клиновидной пленки. Полосы равной толщины.

Очевидно, что если пленка представляет собой правильный клин, то на экране будет наблюдаться система интерференционных полос, параллельных ребру клина. Рассчитаем расстояние между соседними полосами для этого случая.

Пусть имеется тонкий клин с малым углом α при вершине, изготовленный из стекла с показателем преломления n. Клин освещается плоской монохроматической световой волной с длиной волны λ, падающей нормально поверхности клина (рис. 98).

Допустим, что в точке C_1 выполняется условие максимума интенсивности света, т. е. в точке C_1 разность хода Δ_1 между лучами, отраженными от верхней и нижней поверхностей клина, удовлетворяет условию $\Delta_1 = k\lambda$ (k – целое число). Возьмем на поверхности клина точку C_2, ближайшую к C_1, такую, что для нее тоже выполняется условие максимума интенсивности света. Тогда разность хода в точке C_2 будет $\Delta_2 = (k-1)\lambda$. Так как угол α мал, то можно считать, что $A_1B_1 \approx B_1C_1 \approx h_1 = L_1 \operatorname{tg}\alpha$, где h_1 – толщина клина в точке B_1, а L_1 – расстояние от вершины клина до точки C_1. Тогда

$$\Delta_1 = (A_1B_1 + B_1C_1)n + \frac{\lambda}{2} = 2L_1 n \operatorname{tg}\alpha + \frac{\lambda}{2}.$$

Аналогично для точки C_2:

$$\Delta_2 = (A_2B_2 + B_2C_2)n + \frac{\lambda}{2} = 2L_2 n \operatorname{tg}\alpha + \frac{\lambda}{2}.$$

Откуда

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \lambda = 2(L_1 - L_2)n \operatorname{tg}\alpha.$$

Но $L_1 - L_2 = x$ – расстояние между соседними максимумами интерференционной картины. Тогда из последнего уравнения получаем для малых углов α:

$$x \approx \frac{\lambda}{n\alpha}.$$

Классическим примером полос равной толщины являются кольца Ньютона. Ньютон наблюдал интерференционные полосы в воздушной прослойке между плоской поверхностью стекла и плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны, прижатой к стеклу. При нормальном падении света на линзу интерференционные полосы имеют форму концентрических колец, при наклонном – эллипсов. Они получаются вследствие интерференции лучей, отраженных от верхней и нижней границ воздушной прослойки между линзой и стеклянной пластиной. Рассмотрим случай нормального падения света на поверхность линзы (рис. 99).

Для вычисления радиусов колец рассчитаем оптическую разность хода на произвольном расстоянии от точки соприкосновения линзы с пластиной.

Пусть прослойка между линзой и пластиной заполнена воздухом. Тогда оптическая разность хода интерферирующих лучей будет приблизительно равна удвоенной толщине (обозначим ее через h) воздушной прослойки в рассматриваемой точке. Из геометрических построений (рис. 99) с учетом того, что $h \ll R, r$, легко получить $R^2 = (R-h)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rh + r^2$, откуда

$$h \approx \frac{r^2}{2R}.$$

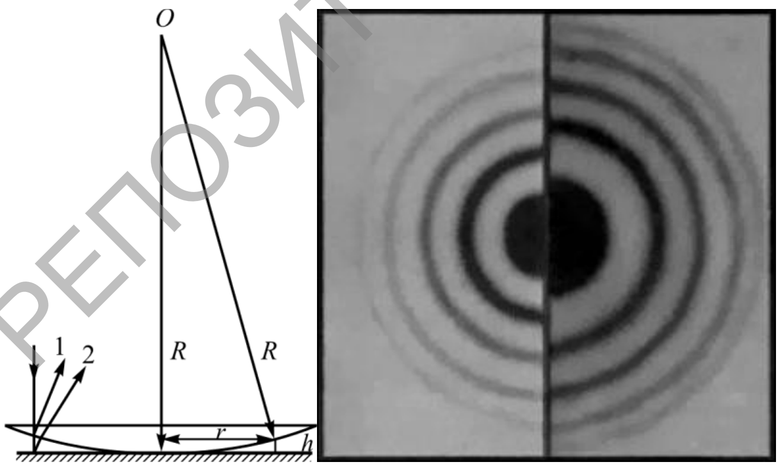


Рис. 99. Кольца Ньютона.

Учитывая изменение фазы световой волны, отраженной от плоской пластины, получим, что разность хода Δ интерферирующих лучей равна:

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} \approx \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} .$$

Если Δ равняется целому числу длин волн, то в рассматриваемой точке наблюдается максимум интенсивности, при полуцелом – минимум. Это условие можно записать как

$$\Delta = m\frac{\lambda}{2} .$$

При четном m наблюдается максимум интенсивности, при нечетном – минимум. Приравнивая правые части двух последних уравнений, для радиуса колец Ньютона получаем следующее соотношение:

$$r_m = \sqrt{R\;\; m-1\;\; \frac{\lambda}{2}} ,\ m = 1, 2, 3 \ldots$$

Четным значениям m соответствуют светлые кольца, нечетным – темные.

Если падающий на оптическую систему свет белый, то разным длинам волн λ соответствуют разные значения r_m, т. е. вместо темных и светлых будет наблюдаться система радужных колец.

Интерференция от тонких пленок может наблюдаться не только в отраженном, но и в проходящем свете.

10. Дифракция света

10.1. Принцип Гюйгенса–Френеля

Явления интерференции света служат убедительным доказательством волновой природы световых процессов. Однако окончательная победа волновых представлений была невозможна без истолкования с волновой точки зрения фундаментального и хорошо подтвержденного опытом *закона прямолинейного распространения света*.

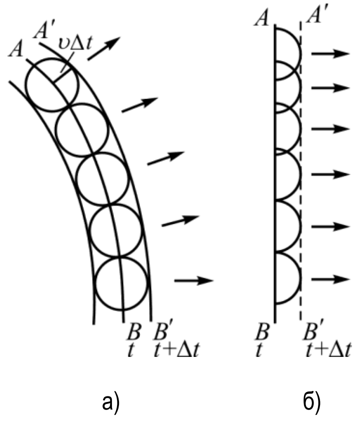
В 1690 г. голландский ученый Х. Гюйгенс (1629–1695) предложил способ построения фронта волны в момент времени $t + \Delta t$ по известному положению фронта в момент времени t.

Принцип Гюйгенса гласит: каждая точка среды, до которой доходит световое возбуждение, становится, в свою очередь, центром вторичных волн; поверхность, огибающая эти вторичные волны, указывает положение фронта волны в следующий момент времени.

Если в момент времени t волновая поверхность имеет положение *АВ*, то для построения новой волновой поверхности (в момент времени $t + \Delta t$) необходимо каждую точку *АВ* принять за центр сферических волн, которые распространяются вперед, построить с каждой точки волновую поверхность радиусом $r = \upsilon\Delta t$ и провести огибающую $A'B'$ всех элементарных поверхностей, которая и является волновой поверхностью в момент времени ($t + \Delta t$) (рис. 100).

Принцип Гюйгенса позволил разъяснить вопросы отражения и преломления света, но задача о прямолинейном распространении света по существу решена не была, так как была поставлена в связь с явлениями отступления от прямолинейности, т. е. с явлениями дифракции. Дело в том, что областью применения принципа Гюйгенса была геометрическая оптика, т. е. случаи, когда длина волны мала по сравнению с размерами волнового фронта. Поэтому решались лишь задачи о направлении распространения светового фронта, и не затрагивался вопрос об интенсивности волн, идущих по разным направлениям. Этот недостаток восполнил О. Френель (1788–1827), который вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей когерентности вторичных волн и их интерференции. В таком обобщенном виде эти положения получили название *принципа Гюйгенса–Френеля*.

Принцип Гюйгенса–Френеля также представлял собой определенную гипотезу, но последующие опыты подтвердили ее справедливость. В ряде практически важных случаев решение дифракционных задач на



а) б)

Рис. 100. Принцип Гюйгенса построения фронта вторичных волн.

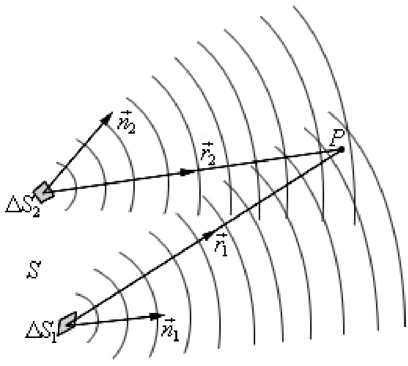


Рис. 101. Принцип Гюйгенса–Френеля.

основе этого принципа дает достаточно хороший результат. Принцип Гюйгенса–Френеля проиллюстрирован на рис. 101.

Пусть поверхность S представляет собой положение волнового фронта в некоторый момент времени. Для того чтобы определить колебания, вызванные волной в некоторой точке P, по Френелю нужно сначала определить колебания, вызываемые в этой точке отдельными вторичными волнами, приходящими в нее от всех элементов поверхности S (ΔS_1, ΔS_2 и т. д.), и затем сложить эти колебания с учетом их амплитуд и фаз (рис. 101). При этом следует учитывать только те элементы волновой поверхности S, которые не загораживаются каким-либо препятствием.

Рассмотрим в качестве примера простую дифракционную задачу о распространении света в свободной от препятствий однородной среде. Исходя из принципа Гюйгенса–Френеля, легко получить закон прямолинейного распространения света.

Пусть S – точечный источник света. P – точка, в которой надо определить амплитуду A световой волны. В некоторый момент времени фронт сферической волны займет положение MN. Согласно принципу Гюйгенса–Френеля действие источника S можно заменить действием совокупности вторичных источников, расположенных на поверхности MN. Амплитуда световой волны в точке P зависит от результата интерференции вторичных волн, излучаемых всеми участками сферической поверхности MN. Френель предложил оригинальный метод разбиения волновой поверхности MN на зоны, позволивший сильно упростить вычисление результирующей амплитуды.

Для выяснения результата интерференции в точке P разобьем поверхность MN на зоны таких размеров, чтобы расстояние от краев

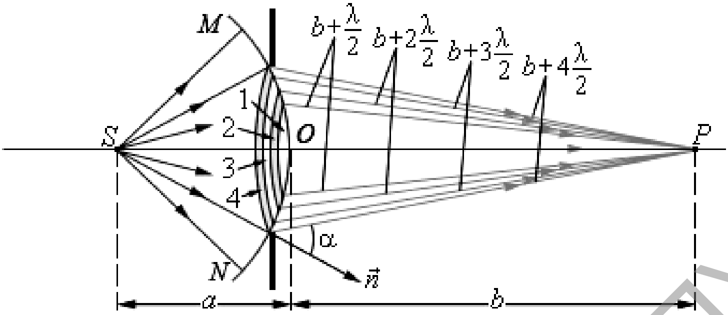


Рис. 102. Построение зон Френеля. *1* – первая зона Френеля; *2* – вторая зона и т. д.

зоны до точки P отличались на $\lambda/2$ (рис. 102). Такие зоны называются *зонами Френеля*.

Разность хода $\lambda/2$ означает, что колебания, приходящие в точку P от соответствующих частей соседних зон, имеют противоположные фазы, т. е. эти колебания должны взаимно ослаблять друг друга. Тогда результирующая амплитуда в точке P равна:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + ... \pm A_m, \tag{10.1}$$

«+» m – нечетное; «–» m – четное.

Амплитуды колебаний, приходящие от отдельных зон, зависят от площади зоны, расстояния b_m и угла наклона α между b_m и нормалью к поверхности зоны (рис. 103).

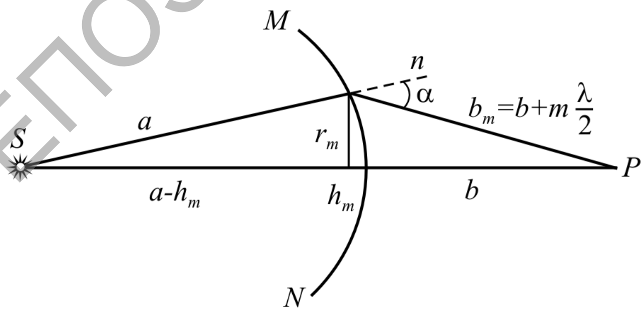


Рис. 103. К расчету амплитуды результирующих колебаний с помощью зон Френеля.

Простые расчеты показывают, что площади всех зон независимо от номера зоны одинаковые:

$$\Delta S = \pi \frac{ab}{a+b}\lambda .$$

Определим радиусы зон Френеля (рис. 103).

Из рисунка видно, что для m-й зоны Френеля

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2 , \qquad (10.2)$$

где h_m – высота сферического сегмента.

Раскроем скобки в (10.2):

$$\begin{aligned} r_m^2 &= a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2 = \\ &= b^2 + bm\lambda + m^2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 - 2bh_m - h_m^2. \end{aligned} \qquad (10.3)$$

Из последнего уравнения

$$2h_m(a+b) = bm\lambda + m^2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 .$$

Если m не очень велико, то

$$m^2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \approx 0 ,$$

так как $\lambda \ll a$ и b.

Тогда

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)} . \qquad (10.4)$$

Из (10.3) определим радиус m-й зоны Френеля:

$$r_m^2 = a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2 . \qquad (10.5)$$

Так как $h_m \ll a$, то можно считать, что $h_m^2 \approx 0$ при не слишком больших m. Тогда из (10.3) с учетом (10.5) получим:

$$r_m = \sqrt{2ah_m} = \sqrt{\frac{2ab}{2(a+b)}m\lambda} = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda} . \qquad (10.6)$$

Для дальнейших вычислений надо принять во внимание, что, несмотря на то что площади зон Френеля одинаковые, с увеличением номера зоны уменьшается амплитуда волны, приходящей от нее в точку *P*, так как увеличивается расстояние от зоны до точки *P* и возрастает угол α между нормалью *n* к поверхности зоны и направлением на точку *P* (рис. 103). Следовательно, в (10.1) $A_1 > A_2 > A_3 \ldots > A_m$.

Равенство (10.1) можно переписать в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \ldots + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m + \frac{A_{m+1}}{2}\right) + \ldots \quad (10.7)$$

При больших *m* амплитуда *A* монотонно уменьшается с увеличением *m* и можно считать, что

$$A_2 = \frac{A_1 + A_3}{2}; \; A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2},$$

где *m* – четное. Тогда все скобки равны нулю. Окончательно из (10.7) получим:

$$A = A_0 = \frac{A_1}{2} \quad m \to \infty \; .$$

Таким образом, суммарная амплитуда колебаний в точке *P* всегда меньше амплитуды колебаний, которые вызвала бы одна первая зона Френеля. В частности, если бы были открыты все зоны Френеля, то до точки наблюдения дошла бы невозмущенная препятствием волна с амплитудой A_0, которая определяется последним выражением.

Если $a = b = 1$ м, $\lambda = 500$ нм, то радиус первой (центральной) зоны Френеля $r \approx 0{,}5$ мм. Следовательно, распространение света от *S* к *P* происходит так, как будто световой поток распространяется внутри узкого ($r \approx 0{,}5$ мм) канала *SP*, т. е. свет распространяется прямолинейно.

Интенсивность света в точке *P* можно увеличить или уменьшить, если закрыть все четные или нечетные зоны Френеля. Если взять непрозрачный экран с отверстием, которое оставляет

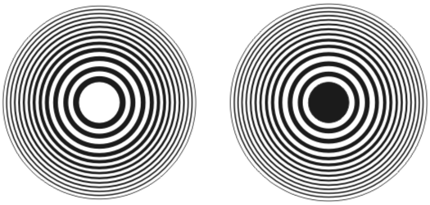


Рис. 104. Зонные пластинки.

открытой только одну зону Френеля, то амплитуда колебаний в точке наблюдения *P* возрастает в 2 раза (а интенсивность в 4 раза) по сравнению с действием невозмущенной волны. Если открыть две зоны, то амплитуда колебаний обращается в нуль. Если изготовить непрозрачный экран, который оставлял бы открытыми только несколько нечетных (или только несколько четных) зон, то амплитуда колебаний резко возрастает. Например, если открыты 1, 3 и 5 зоны, то

$$A = 6A_0,\ I = 36I_0,$$

где A_0 и I_0 – амплитуда волны и интенсивность света в точке наблюдения *P*, если бы были открыты все зоны Френеля и до точки наблюдения дошла бы невозмущенная препятствием волна.

Такие пластинки, обладающие свойством фокусировать свет, называются *зонными пластинками*.

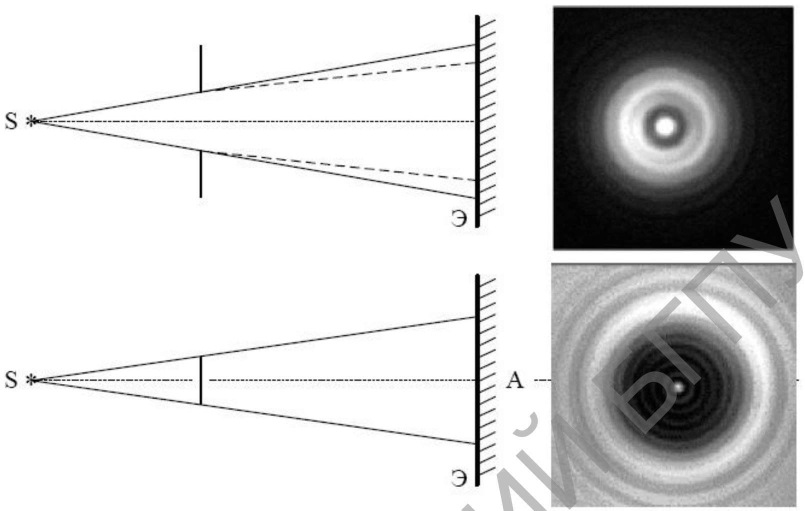
Зонная пластинка (рис. 104) представляет собой экран с прозрачными и непрозрачными кольцами, радиусы которых определяются уравнением (10.6).

10.2. Дифракция световых волн

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями (вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия и т. п.) и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Дифракция, например, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Если на пути света, испускаемого источником *S*, поставить непрозрачный экран с малым отверстием, то световые волны отклоняются от прямолинейного пути распространения. Свет, огибая края отверстия, распространяется в область геометрической тени, и на экране *Э* (рис. 105, *а*) получится более широкое светлое пятно, чем это следует из геометрических построений.

а)



б)

Рис. 105. Дифракция на круглом отверстии (а) и на круглом диске (б).

Точно так же, если на пути света поместить непрозрачный круглый диск малого диаметра (рис. 105, *б*), то за центром диска в точке A на экране получим светлое пятно, интенсивность которого быстро уменьшается по мере увеличения размера диска. Вне геометрической тени получается система концентрических светлых и темных колец.

Возможность наблюдения дифракции зависит от соотношения длины волны и размеров неоднородностей (препятствий).

Различают два вида дифракции:

– дифракция Френеля (сферических волн);

– дифракция Фраунгофера (Й. Фраунгофер (1787–1826) – немецкий физик) (дифракция в параллельных лучах).

Дифракция на круглом отверстии. Поместим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса R так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света S на плоскость экрана с отверстием, попал в центр отверстия. Будем наблюдать за освещением в точке B, которая

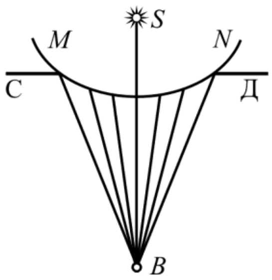


Рис. 106. Дифракция на круглом отверстии.

лежит на линии, соединяющей источник S и центр кругового отверстия (рис. 106).

В зависимости от размеров отверстия на открытой части волновой поверхности MN будет размещаться разное количество зон Френеля. Если в отверстии укладывается четное число m зон Френеля, то в точке B будет наблюдаться минимум. Если число зон нечетное, то будет наблюдаться максимум (одна зона нескомпенсирована).

Дифракционная картина представляет собой чередование светлых и темных концентрических колец.

При освещении немонохроматическим светом максимумы окрашены в разный цвет в зависимости от длин волн, падающих на отверстие.

Дифракция на диске. При дифракции света на круглом диске *СД* закрытыми оказываются зоны Френеля первых номеров от 1 до m (рис. 107). Тогда амплитуда колебаний в точке наблюдения B будет равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} - \frac{A_{m+3}}{2}\right) + \cdots,$$

$$\text{или } A = \frac{A_{m+1}}{2},$$

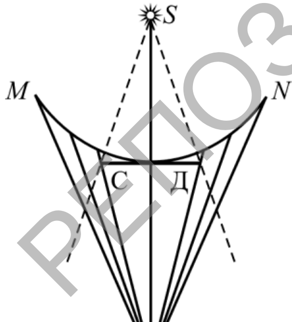


Рис. 107. Дифракция на круглом диске.

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Если диск закрывает зоны не слишком больших номеров, то $A_{m+1} \approx 2A_0$ и $A \approx A_0$, т. е. в центре картины при дифракции света на диске наблюдается интерференционный максимум. Это так называемое *пятно Пуассона* (С.Д. Пуассон (1781–1840) – французский механик, математик и физик.) Оно окружено светлыми и темными дифракционными кольцами (рис. 105, *б*). Независимо от размеров диска в точке *B* всегда будет наблюдаться светлое пятно. Его интенсивность будет зависеть от количества закрытых зон: чем их больше, тем меньше $A_{m+1}/2$ и меньше интенсивность света в точке *B*.

Светлое пятно в центре геометрической тени послужило причиной истории, которая прочно вошла в учебники курсов оптики. Парижская Академия Наук предложила объяснение дифракции света в качестве темы на премию за 1818 г. Френель представил работу, в которой с волновой точки зрения объяснялись все известные оптические явления.

Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля следует абсурдный вывод: в центре геометрической тени, отбрасываемой небольшим диском, должно находиться светлое пятно.

Д. Араго (1786–1853) провел эксперимент, который подтвердил существование предсказанного Пуассоном пятна. Это принесло победу и всеобщее признание в научном мире волновой теории света.

Дифракция Фраунгофера на щели. Пусть световая волна падает нормально на узкую щель шириной $AB = b$. Длина волны λ. Согласно принципу Гюйгенса–Френеля каждая точка волновой поверхности, которая достигла щели, является источником вторичных волн, распространяющихся за щелью во всех направлениях. Рассмотрим вторичные волны, распространяющиеся под углом φ к направлению падающего пучка. Все лучи, падающие на линзу под углом φ к ее оптической оси OF_0, соберутся в побочном фокусе линзы F_φ (рис. 108).

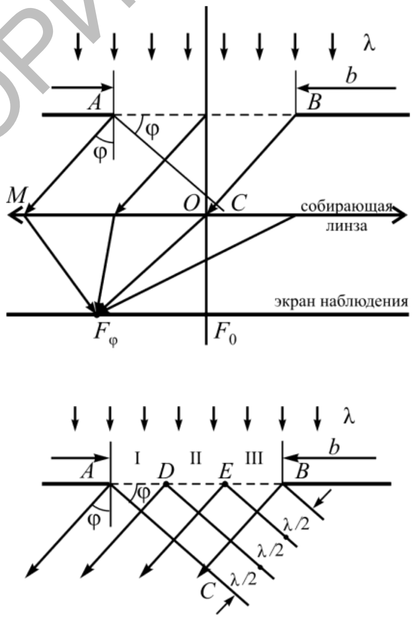


Рис. 108. Дифракция света на щели.

Разобьем щель *AB* на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру *A* щели, таким образом, чтобы оптическая разность хода лучей, проведенных из краев соседних зон параллельно *AM*, была равна $\lambda/2$ (рис. 108).

При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующего колебания равна нулю, так как вторичные волны от этих зон имеют одинаковые амплитуды и сдвиг фаз π (разность хода $\lambda/2$). Таким образом, результат интерференции света в точке F_φ зависит от того, сколько зон Френеля укладывается в щели. Определим число зон Френеля, которое укладывается в щели шириной $AB = b$:

$$m = \frac{AB}{AD} = \frac{b}{AD}, \qquad (10.8)$$

где m – число зон Френеля; AD – ширина одной зоны.

Из рисунка видно, что

$$AD = \frac{\lambda/2}{\sin\varphi}.$$

С учетом этого из (10.8) получим:

$$m\frac{\lambda}{2} = b\sin\varphi. \qquad (10.9)$$

Если число зон четное, т. е. $m = 2k$, то наблюдается дифракционный минимум. Из (10.9) условие min

$$b\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, \qquad (10.10)$$

где $k = 1, 2, 3, \ldots$

Если число зон нечетное, т. е. $m = 2k+1$, то наблюдается дифракционный максимум. Из (10.9) условие max

$$b\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (10.11)$$

где $k = 1, 2, 3, \ldots$

Величина k – порядок дифракционного max (min). Знак «–» в правой части (10.10) и (10.11) соответствует вторичным волнам,

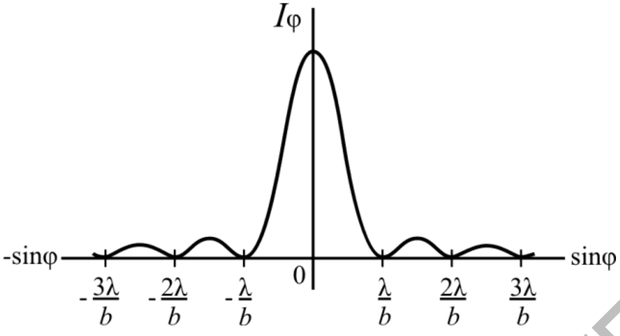


Рис. 109. Распределение интенсивности при дифракции на одной щели.

распространяющимся от щели под углом $-\varphi$ и собирающимся в побочном фокусе линзы, симметричном с F_φ относительно главного фокуса F_0. Интенсивность максимума, соответствующего $\varphi = 0$ максимальная. Интенсивности остальных максимумов убывают по мере удаления от центрального максимума (рис. 109).

10.3. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка представляет собой непрозрачную пластину с большим количеством узких параллельных щелей. Решетки бывают отражающие и пропускающие. Пропускающие решетки изготавливаются из стеклянной пластины, на которой алмазным острием наносится большое количество параллельных штрихов (до сотен на 1 мм). Неповрежденное стекло между штрихами служит щелями решетки.

Расстояние между соседними штрихами называют периодом решетки d: $d = a + b$.

Решетку, имеющую постоянный период и одинаковую ширину всех щелей, называют регулярной.

Дифракционные решетки широко используются в спектроскопических исследованиях, лазерном и оптическом приборостроении.

Если на дифракционную решетку падает перпендикулярно плоская монохроматическая волна, то во всех щелях образуются когерентные вторичные волны. В фокальной плоскости линзы,

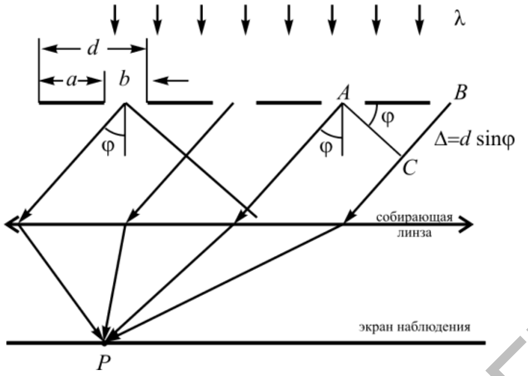


Рис. 110. К расчету формулы дифракционной решетки.

расположенной за решеткой, будет происходить интерференция как лучей, прошедших через каждую отдельную щель, так и лучей, прошедших через все щели решетки и отклонившихся на одинаковый угол (рис. 110).

Результирующая картина, наблюдаемая на экране, будет состоять из множества min и max, различных по интенсивности. Наиболее интенсивными являются максимумы, которые образуются в результате интерференции лучей, отклоняющихся во всех щелях от прямолинейного направления на одинаковый угол. Эти максимумы называются *главными*.

Волны, идущие от точек A и B двух соседних щелей, находящихся на расстоянии d (период решетки) друг от друга, имеют разность хода $\Delta = BC$. Из чертежа видно, что

$$\Delta = BC = AB\sin\varphi = d\sin\varphi .$$

Образование главных максимумов происходит в направлениях, для которых разность хода Δ равна нулю или четному числу длин полуволн (целому числу длин волн):

$$\Delta = \pm 2k\frac{\lambda}{2},$$

где k – порядковый номер максимума.

Из последних двух уравнений получим:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda . \qquad (10.12)$$

Это соотношение называется формулой прозрачной дифракционной решетки при нормальном падении лучей. При падении на решетку белого света из (10.12) следует, что каждый максимум кроме центрального будет представлять собой спектр (рис. 111). В этом случае k – порядок спектра. Зная постоянную решетки d и угол φ, под которым наблюдается спектральная линия, можно определить длину световой волны.

В отражательных решетках штрихи наносятся на металлическую поверхность, и наблюдение ведется в отраженном свете.

Для того чтобы сравнивать действие различных спектральных приборов, вводятся определенные характеристики этих приборов.

Угловая дисперсия численно равна угловому расстоянию $d\varphi$ между двумя линиями спектра, длины волн которых отличаются на единицу:

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

Дифференцируя уравнение решетки, получим:

$$d\cos\varphi \cdot d\varphi = k d\lambda.$$

Из последнего уравнения угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}.$$

Линейная дисперсия численно равна расстоянию dl между двумя линиями λ и $\lambda + d\lambda$ на экране, длины волн которых отличаются на единицу:

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}.$$

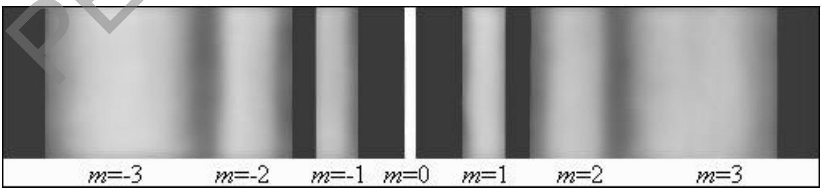


Рис. 111. Дифракция света на дифракционной решетке.

Разрешающая способность спектрального прибора определяется выражением

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий λ и $\lambda + \Delta\lambda$, при которой эти линии видны раздельно (линии разрешаются).

Д. Рэлей (1842–1919) ввел критерий, согласно которому две линии в спектре можно считать разрешенными (т. е. наблюдаемыми отдельно). Две линии с длинами волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$ принято считать разрешенными в k-м порядке, если k-й дифракционный максимум для длины волны λ совпадает с минимумом, ближайшим к k-му максимуму, для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$. При этом суммарная интенсивность в провале между двумя линиями дифракционного спектра равна 0,7 от интенсивности максимумов. Считается, что такое различие в интенсивностях может быть легко зарегистрировано глазом (рис. 112, *а*). Если же спектральные линии расположены ближе, то в промежутке между линиями будет находиться провал меньшей глубины (неразличимый глазом) или вообще «горб» интенсивности (рис. 112, *б*).

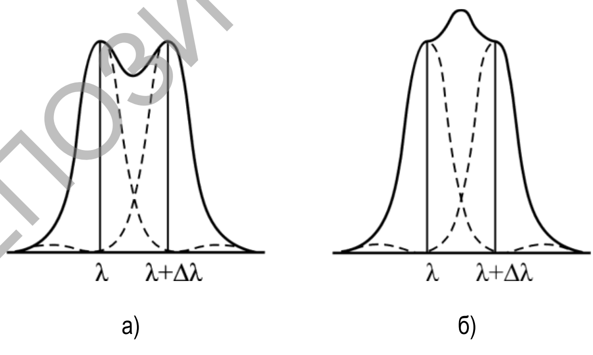


Рис. 112. Распределение интенсивности для двух спектральных линий λ и $\lambda + \Delta\lambda$ на пределе разрешения по Рэлею.

10.4. Дифракция рентгеновских лучей

Обычные дифракционные решетки, у которых период имеет величину порядка длины световой волны, для наблюдения дифракции рентгеновских лучей неприемлемы, так как длины рентгеновских волн в 10^4 раз меньше световых волн. Оказалось, что пространственной дифракционной решеткой для рентгеновских лучей могут служить кристаллы, у которых расстояние между рассеивающими центрами (атомами) одного порядка (10^{-10} м) с длиной волны рентгеновских лучей.

Если на кристалл направить рентгеновские лучи, то они будут отражаться от различных кристаллических плоскостей и возникнет дифракционная картина *лауэграмма* (по имени немецкого физика М. Лауэ (1879–1960), который впервые в 1912 г. предложил идею дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке) (рис. 113).

Русский кристаллограф Г.В. Вульф (1863–1925) и английский физик У.Л. Брэгг (1890–1971) осуществили расчет и вывели формулу максимума интерференционной картины:

$$2d\sin\theta = \pm k\lambda . \tag{10.13}$$

(10.13) – формула Вульфа–Брэгга, где d – период кристаллической структуры ($d > \lambda$); θ – угол между направлением узкого монохроматического пучка рентгеновских лучей и кристаллографическими плоскостями (угол скольжения); $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$ – порядок дифракционных максимумов. Изучая дифракцию рентгеновских лучей, можно по измеренным углам θ для дифракционных максимумов и по известной длине волны монохроматического рентгеновского излучения исследовать внутреннюю структуру кристаллов. Формула Вульфа–Брэгга лежит в основе рентгеноструктурного анализа.

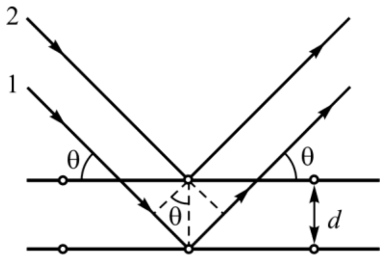


Рис. 113. К формуле Вульфа–Брэгга.

Следует отметить, что теория дифракции (и интерференции) световых волн применима к волнам любой физической природы. В этом проявляется общность волновых закономерностей. Физическая природа света в начале XIX века, когда Т. Юнг, О. Френель и другие ученые развивали волновые представления, еще не была известна.

11. Поляризация и дисперсия света

11.1. Естественный и поляризованный свет

Согласно электромагнитной теории Максвелла свет представляет собой поперечные электромагнитные волны. В электромагнитной волне вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ и вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (рис. 114).

Во всех процессах взаимодействия света с веществом основную роль играет электрический вектор $\vec{E}$, поэтому его называют *световым вектором*.

Световой пучок, у которого направления колебаний вектора $\vec{E}$ (и, следовательно, вектора $\vec{B}$) упорядочены каким-либо образом, называется *поляризованным*.

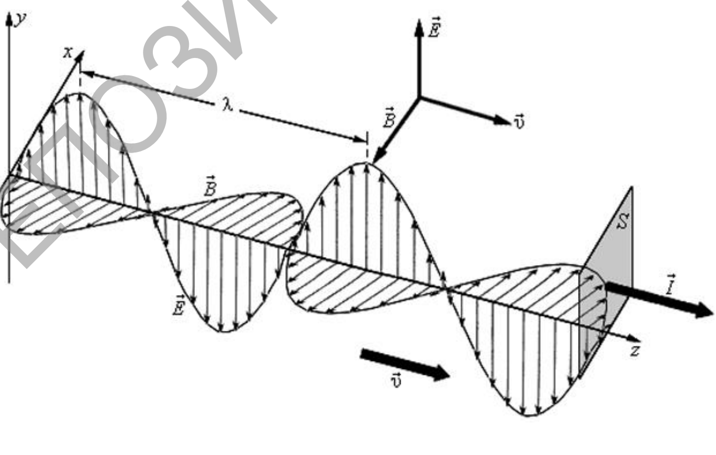


Рис. 114. Синусоидальная (гармоническая) электромагнитная волна.

Если колебания светового вектора происходят только в одной проходящей через луч плоскости, свет называется *плоско-поляризованным (или линейно-поляризованным)*.

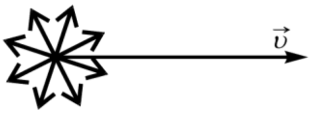


Рис. 115. К определению неполяризованного света.

Плоскость, в которой колеблется световой вектор $\vec{E}$, называется *плоскостью колебаний* (плоскость *yz* на рис. 114), а плоскость, в которой совершает колебание магнитный вектор $\vec{B}$, – *плоскостью поляризации* (плоскость *xz* на рис. 114). Эта двойная терминология (плоскость колебаний и плоскость поляризации) сложилась исторически при развитии упругой теории света и, несмотря на ее неудобства, до сих пор сохранилась.

В пучке *естественного света* присутствуют световые волны с разными направлениями колебаний вектора $\vec{E}$. Свет, испускаемый обычными источниками (например, солнечный свет, излучение ламп накаливания и т. п.), не поляризован. Свет таких источников состоит в каждый момент времени из вкладов огромного числа независимо излучающих атомов с различной ориентацией светового вектора в излучаемых этими атомами волнах. Поэтому в результирующей волне вектор $\vec{E}$ беспорядочно изменяет свою ориентацию во времени, так что в среднем все направления колебаний оказываются *равноправными* (см. рис. 115).

Описание явлений становится проще, если ограничиться рассмотрением лишь одного из двух этих направлений, например, направлением колебаний электрического вектора (т. е. плоскости колебаний).

Рассмотрим две монохроматические волны, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и распространяющихся в одном направлении вдоль оси *z* (рис. 116). Фазы колебаний электрических векторов этих волн отличаются на δ:

$$E_x = E_{0x}\cos\omega t\,;\; E_y = E_{0y}\cos(\omega t+\delta)\,.$$

В результате сложения этих волн образуется волна, которая характеризуется вектором $\vec{E}$ (равен векторной сумме векторов $\vec{E}_x$

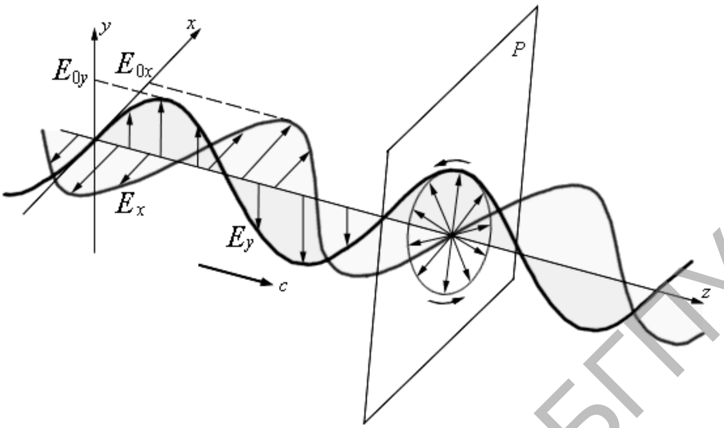


Рис. 116. Сложение двух взаимно перпендикулярно поляризованных волн и образование эллиптически поляризованной волны.

и $\vec{E}_y$) и углом φ между направлением вектора $\vec{E}$ и осью x (рис. 117).

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{0y}\cos\ \omega t + \delta}{E_{0x}\cos \omega t}.$$

Рассмотрим возможные случаи.

1. Разность фаз δ изменяется хаотично, поэтому угол φ меняется произвольно. Таким образом, естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных электромагнитных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность.

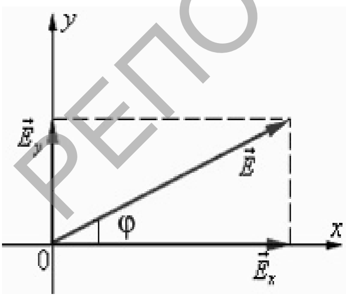


Рис. 117. Определение результирующего вектора E.

2. Пусть волны E_x и E_y когерентны и $\delta = 0$ или π, тогда

$$\pm \operatorname{tg}\varphi = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} = \text{const}.$$

При этих условиях свет оказывается *линейно*, или *плоскополяризованным*.

3. Если $E_{0y} = E_{0x}$ и $\delta = \pm\pi/2$, то $\mathrm{tg}\varphi = \pm\mathrm{tg}\,\omega t$, тогда

$$\left[\cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\sin\omega t\right].$$

Это значит, что плоскость колебаний поворачивается вокруг направления распространения луча с угловой скоростью, равной частоте колебаний ω. Свет в этом случае поляризован по кругу. В общем случае, если $E_{0y} \neq E_{0x}$, а разность фаз $\delta = \mathrm{const}$, получаем эллиптически поляризованную световую волну. В зависимости от направления вращения вектора $\vec{E}$ различают правую и левую эллиптическую и круговую поляризацию (рис. 118).

Свет называется *частично поляризованным*, если имеется преимущественное (но не единственное) направление колебаний вектора $\vec{E}$.

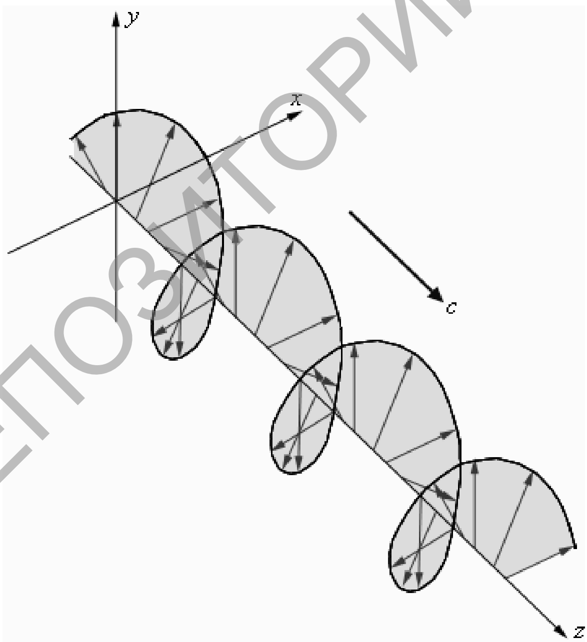


Рис. 118. Электрическое поле в эллиптически-поляризованной волне.

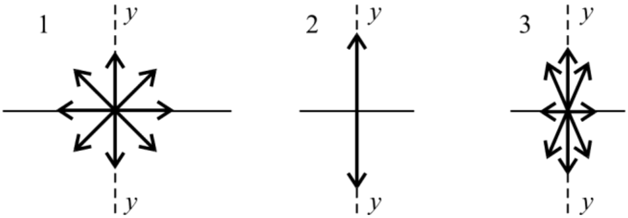


Рис. 119. Естественный свет – *1*; плоскополяризованный свет – *2*; частично поляризованный свет – *3*.

Случаи колебаний вектора $\vec{E}$ в плоскости, перпендикулярной лучу, можно представить следующим образом (рис. 119).

Устройство, позволяющее получать поляризованный свет из естественного, называется *поляризатором*.

11.2. Поляризация света

Поляризация света заключается в выделении из светового пучка колебаний определенного направления. Поляризаторы обладают свойством (способностью) пропускать только составляющую светового вектора $\vec{E}$, лежащую в некоторой плоскости *(PP)*, называемой плоскостью поляризатора (рис. 120).

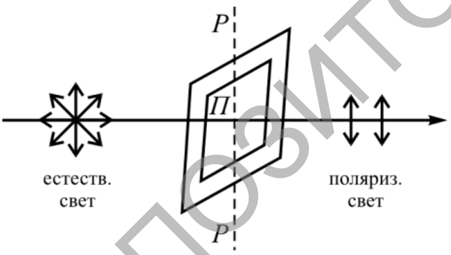


Рис. 120. Получение поляризованного света с помощью поляризатора.

Если на поляризатор *П* падает естественный свет, интенсивность которого $I_{\text{е}}$, то интенсивность I_0 прошедшего поляризованного света не зависит от ориентации поляризатора (его поворота вокруг луча). Этот факт – прямое следствие того, что в естественном свете ни одно из направлений колебаний вектора $\vec{E}$ не является преобладающим. Отсюда следует, что

$$I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{å}}. \qquad (11.1)$$

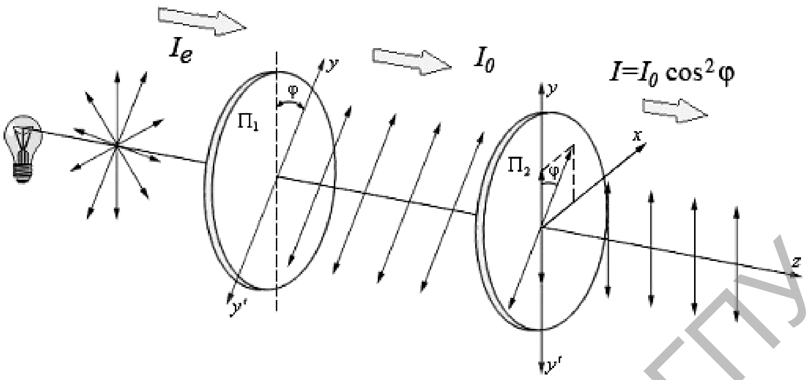


Рис. 121. К закону Малюса. Получение поляризованного света с помощью поляризатора Ï$_1$ и прохождение его через анализатор Ï$_2$.

Глаз человека не отличает естественного света от поляризованного. Поляризатор можно использовать и для анализа поляризованного света. В этом случае его называют *анализатором*.

Интенсивность света, вышедшего из анализатора, I и интенсивность I_0 падающего на анализатор поляризованного света связаны между собой законом *Малюса* (Э. Малюс – французский физик (1775–1812)):

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \tag{11.2}$$

где φ – угол между плоскостью колебаний падающего света yy' (Ï$_1$) и плоскостью анализатора yy' (Ï$_2$) (рис. 121).

Учитывая (1), из (2) получим:

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi. \tag{11.3}$$

В качестве поляризаторов могут быть использованы, например, кристаллы турмалина, исландского шпата, призма Николя и т. д. (рис. 122).

Если пропустить частично поляризованный свет через поляризатор, то при вращении поляризатора вокруг направления распространения луча интенсивность прошедшего света будет изменяться от $I_{\max}$ до $I_{\min}$, причем переход от одного из этих

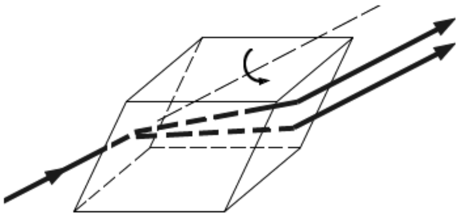


Рис. 122. Двойное лучепреломление в кристалле исландского шпата.

значений к другому будет совершаться при повороте на угол, равный $\pi/2$. Степень поляризации *(P)* света определяется следующим образом:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}.$$

Для линейно поляризованного света $I_{min} = 0$ и $P = 1$, для естественного – $I_{min} = I_{max}$ и $P = 0$.

Применения поляризации: поляризационные фильтры или поляроидные пленки (защита от света фар встречных машин).

11.3. Поляризация света при отражении и преломлении

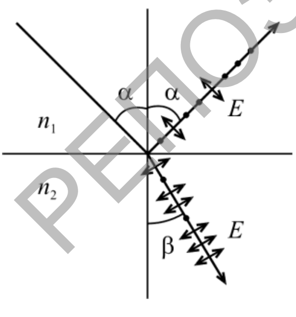


Рис. 123. Поляризация света при отражении.

Как показывают опыты, при падении естественного света на границу раздела двух диэлектриков отраженный и преломленный лучи частично поляризуются. В отраженном луче преобладают волны, колебания вектора $\vec{E}$ которых перпендикулярны плоскости падения, в преломленном – параллельные плоскости падения (рис. 123).

Степень поляризации лучей зависит от угла падения. При определенном угле падения отраженный свет полностью поляризован. Этот угол называют *углом Брюстера* (шотландский физик 1781–1868).

Величина угла Брюстера зависит от свойств диэлектрика (его показателя преломления):

$$\operatorname{tg}\alpha_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \tag{11.4}$$

где $\alpha_{\text{Б}}$ – угол Брюстера; n_{21} – относительный показатель преломления двух сред (среды II относительно среды I).

Например, $\alpha_{\text{Б}}$ для стекла $\approx 57°$, для воды $\approx 53°$ относительно воздуха.

При углах $\alpha \neq \alpha_{\text{Б}}$ отраженный свет частично поляризован. Частично поляризованным также является и преломленный свет.

При $\alpha = \alpha_{\text{Б}}$ поляризация преломленного луча максимальна, но не равна единице ($P \neq 1$).

Уравнение (11.4) можно переписать в виде:

$$\frac{\sin\alpha_{\text{Б}}}{\cos\alpha_{\text{Б}}} = n_{21}, \text{ или } \frac{\sin\alpha_{\text{Б}}}{\sin(90-\alpha_{\text{Б}})} = n_{21}. \tag{11.5}$$

Запишем закон преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21}. \tag{11.6}$$

Из (11.5) и (11.6) следует, что при падении света под углом Брюстера на границу раздела двух прозрачных сред отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны ($\alpha + \beta = 90°$).

Качественное объяснение закона Брюстера. Рассмотрим границу вакуум–диэлектрик (рис. 124).

Падающая световая волна в диэлектрике заставляет электроны атомов совершать вынужденные колебания, излучая при этом вторичные когерентные волны. Вне диэлектрика, интерферируя, вторичные волны дают отраженную волну. Внутри диэлектрика вторичные волны складываются с первичной волной, образуя преломленную волну. При падении света под углом Брюстера $OB \perp OC$, и электрон, колеблющийся

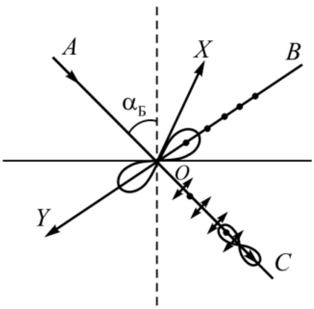


Рис. 124. К закону Брюстера.

в направлении *Y*, не будет излучать в направлении *OB*. Таким образом, вторичные волны вдоль направления *OB* (отраженный луч) будут создаваться только электронами, колеблющимися вдоль направления *X*. Поэтому вдоль направления *OB* излучение полностью поляризованное, а вдоль направления *OC* (преломленный луч) – частично поляризованное.

Эффект поляризации при отражении света используется для обнаружения пятен нефти и т. д. на поверхности моря с самолетов или из космоса.

Если $\alpha \neq \alpha_{\text{Á}}$, оба луча частично поляризованы. Интенсивность компонент в отраженных и преломленных волнах зависит от угла падения.

11.4. Дисперсия света

Под дисперсией света понимают зависимость показателя преломления среды *n* от частоты или, соответственно, от длины волны света λ. Зависимость $n\ \lambda$ в той или иной мере свойственна всем веществам. Среды с выраженной зависимостью $n\ \lambda$ называются диспергирующими.

Количественной мерой дисперсии, называемой дисперсией вещества, является производная показателя преломления по длине волны:

$$D = \frac{dn}{d\lambda}. \qquad (11.7)$$

Если *n* возрастает с уменьшением λ (увеличением частоты ω), т. е.

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0, \text{ или } \frac{dn}{d\omega} > 0,$$

то такую дисперсию света называют нормальной. Такой характер зависимости $n\ \lambda$ наблюдается для тех областей длин волн, для которых среда прозрачна (т. е. для сред, слабо поглощающих свет).

Если *n* убывает с уменьшением λ, т. е.

$$\frac{dn}{d\lambda} > 0, \text{ или } \frac{dn}{d\omega} < 0,$$

то такую дисперсию света в среде называют аномальной дисперсией. Аномальная дисперсия наблюдается в областях длин волн, соответствующих полосам интенсивного поглощения света веществом (рис. 125).

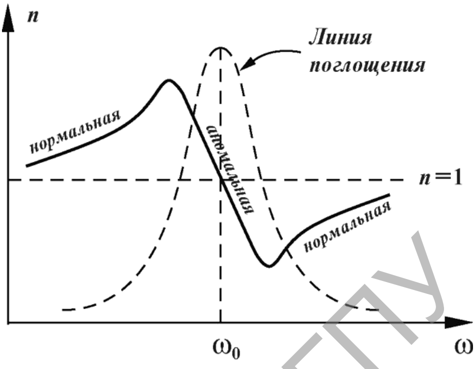


Рис. 125. Зависимость n ω .

На графике сплошной линией изображены области нормальной и аномальной дисперсии. Пунктирная кривая изображает зависимость коэффициента поглощения света веществом от длины волны.

В большинстве случаев на границе двух различных прозрачных сред коротковолновое излучение преломляется сильнее, чем длинноволновое (например, при переходе света из воздуха в стекло, кварц или воду фиолетовые лучи преломляются сильнее, чем красные).

Явление дисперсии используется для разложения сложного (по спектральному составу) излучения на монохроматические составляющие. Например, при прохождении пучка белого света сквозь трехгранную призму из вещества, обладающего достаточной дисперсией (стекло, кварц, флюорит и др.), он разлагается в спектр. Это значит, что лучи разной длины волны отклоняются призмой на различные углы (рис. 126).

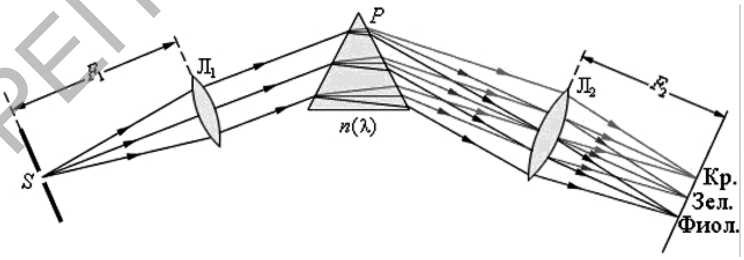


Рис. 126. Разложение белого света в спектр.

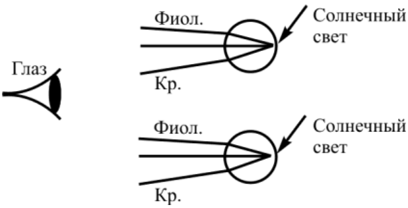


Рис. 127. К объяснению возникновения радуги.

Цвета, полученные разложением света в спектр, называются спектральными или чистыми, остальные цвета – смешанными. Пары цветов, которые при смешивании дают белый свет, называются дополнительными (например, красный и сине-зеленый, оранжевый и синий). Явление нормальной дисперсии лежит в основе действия призменных спектральных приборов.

Ярким примером дисперсии света является радуга. Ее возникновение обусловлено преломлением и отражением света на сферических капельках воды. Красные лучи преломляются слабее, и в глаз наблюдателя они попадают от капелек, находящихся на большей высоте, поэтому верхняя полоса радуги всегда имеет красный цвет, а нижняя – синий (рис. 127).

Фазовая и групповая скорости

Распространение волны в среде можно описать уравнением

$$y = A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \tag{11.8}$$

где υ – скорость, которая определяет положение фронта волны в определенный момент времени.

Это же значение υ определяет и скорость, с которой перемещается данное значение фазы волны φ в пространстве:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right).$$

Фазовая скорость – скорость распространения волновой поверхности с фиксированной фазой, т. е. $\varphi = \text{const}$.

Следовательно,

$$\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = \text{const}. \tag{11.9}$$

Определим скорость перемещения фиксированной фазы. Для этого продифференцируем уравнение (11.9):

$$dt - \frac{1}{\upsilon}dx = 0.$$

Отсюда скорость движения фиксированной фазы равна:

$$\frac{dx}{dt} = \upsilon.$$

Таким образом, скорость распространения волны υ в выражении (11.7) есть скорость перемещения фазы, т. е. фазовая скорость.

Фазовая скорость света в среде с показателем преломления n определяется выражением

$$\upsilon = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды.

Однако фазовая скорость характеризует строго монохроматическую волну, которая реально не существует (такая волна должна существовать неограниченно долго во времени и быть бесконечно протяженной в пространстве).

Рассмотрим распространение света в прозрачной среде. Под действием проходящих электромагнитных волн электроны среды совершают гармонические вынужденные колебания с частотой, равной частоте проходящей волны. Колеблющиеся электроны излучают электромагнитные волны той же частоты, которые интерферируют. В результате в среде распространяется более или менее сложный импульс, ограниченный во времени и в пространстве.

Этот импульс может быть представлен как наложение бесконечно большого числа близких по частоте монохроматических волн (представление импульса в виде интеграла Фурье).

Такое образование называется *группой волн* или *волновым пакетом (цугом волн)* (рис. 128).

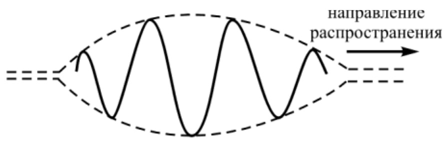


Рис. 128. Группа волн (цуг волн).

Скорость перемещения волнового пакета будет отличаться от фазовой скорости любой из составляющих его монохроматических волн. Эта скорость представляет собой скорость распространения энергии, переносимой волновым пакетом, и называется *групповой скоростью*. Д. Рэлей установил связь групповой и фазовой скорости:

$$u = \upsilon - \lambda \frac{d\upsilon}{d\lambda}, \tag{11.10}$$

где u – групповая скорость; υ – фазовая скорость; λ – длина волны.

Уравнение (11.10) называется формулой Рэлея.

При сложении волн различной частоты следует иметь в виду возможность дисперсии волн, т. е. зависимости фазовой скорости гармонической волны от частоты ω (или от λ).

При отсутствии дисперсии все волны, образующие пакет, распространяются с одинаковой фазовой скоростью. Тогда с такой же скоростью перемещается и пакет волн, причем форма его не изменяется. В диспергирующей среде пакет со временем расплывается, т. е. ширина его увеличивается.

При нормальной дисперсии

$$\left(\frac{d\upsilon}{d\lambda} > 0\right),$$

тогда $u < \upsilon$, при аномальной дисперсии

$$\left(\frac{d\upsilon}{d\lambda} < 0\right),$$

тогда $u > \upsilon$. В случае отсутствия дисперсии волн в среде (например, вакуум):

$$\frac{d\upsilon}{d\lambda} = 0,$$

тогда $u = \upsilon$, групповая скорость волн совпадает с их фазовой скоростью.

11.5. Эффект Доплера. Излучение Вавилова–Черенкова

Эффект Доплера заключается в изменении воспринимаемой частоты колебаний при относительном перемещении источника и приемника волн. Эффект Доплера наблюдается и в акустике и в оптике. В акустике имеет значение не только относительное движение источника и приемника, но и скорость их движения относительно среды.

Для световых волн также существует эффект Доплера, но не существует особой среды, которая была бы носителем электромагнитных волн. Поэтому доплеровское смещение частоты световых волн определяется только относительной скоростью источника и приемника.

Используя преобразования Лоренца, можно показать, что

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{\upsilon}{c}}{1 + \frac{\upsilon}{c}}}, \tag{11.11}$$

где υ – скорость приемника по отношению к источнику; ν_0 – частота света, излучаемая источником; ν – частота, воспринимаемая приемником.

При удалении приемника $\upsilon > 0$, то $\nu < \nu_0$. При приближении приемника к источнику $\upsilon < 0$, то $\nu > \nu_0$.

Изменение частоты, определяемое формулой (11.11), называется продольным эффектом Доплера.

Существует также поперечный эффект Доплера. Он заключается в уменьшении воспринимаемой приемником частоты, когда вектор относительной скорости направлен перпендикулярно к прямой, проходящей через приемник и источник (например, источник движется по окружности, в центре которой помещается приемник). Для звуковых волн поперечного эффекта Доплера не существует.

Применения эффекта Доплера. Измерения скорости движения источников излучения (скорость движения звезд, небесных тел). На основании доплеровского «красного смещения» в спектрах звезд других галактик был сделан вывод о взаимном «разбегании» галактик. В радиолокации с помощью эффекта Доплера определяют скорость и направление движения объекта (самолета, ракеты и т. д.).

Эффект Вавилова–Черенкова открыт в 1934 г. Черенковым. Обнаружено свечение жидкостей под действием γ- и β-излучения. С.И. Вавилов (1891–1951) высказал предположение, что источником излучения служат быстрые электроны, создаваемые γ-лучами, или те же электроны β-излучения.

Согласно теории относительности скорость υ любой частицы всегда меньше скорости света c в вакууме. Заряд, движущийся равномерно в вакууме, не излучает электромагнитные волны. В прозрачных веществах фазовая скорость света меньше c. Она равна c/n, где n – показатель преломления среды. Следовательно, в веществе заряд может двигаться со «сверхсветовой скоростью»: $c > \upsilon > c/n$.

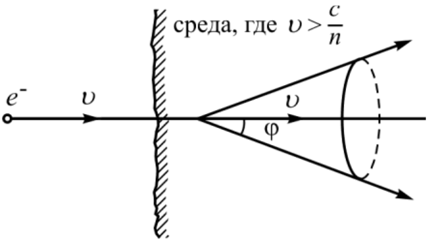


Рис. 129. Эффект Вавилова–Черенкова.

И. Тамм (1895–1971) и И. Франк (1908–1990) показали, что заряд, движущийся с такой скоростью, должен излучать электромагнитные волны. Эта теория и объяснила эффект Вавилова–Черенкова.

Излучение Вавилова–Черенкова наблюдается в направлении тонкого светового конуса (рис. 129).

Угол φ определяется из условия

$$\cos\varphi = \frac{c}{n\upsilon}.$$

Эффект Вавилова–Черенкова используется в экспериментальной ядерной физике и физике элементарных частиц. На основании этого эффекта созданы счетчики Вавилова–Черенкова, позволяющие по излучению определить заряд, скорость, направление движения частицы и ее полную энергию.

12. Геометрическая оптика

12.1. Геометрическая оптика как предельный случай волновой оптики

Длины световых волн, воспринимаемые человеческим глазом, порядка 10^{-7} м, поэтому в первом приближении распространение световых волн можно рассматривать, отвлекаясь от их волновой природы, полагая, что свет распространяется вдоль некоторых линий, которые называются лучами. Световой луч можно получить из реального светового пучка с помощью диафрагмы с отверстием, выделяющей узкий параллельный пучок света. Однако получить очень узкий световой пучок, подобный прямой линии, невозможно вследствие явления дифракции.

Только в предельном случае, когда $\lambda \to 0$, можно было бы говорить о световом луче как о геометрической линии. Таким образом, световой луч это абстрактное математическое понятие, а геометрическая оптика является предельным случаем реальной волновой оптики, соответствующей бесконечно малой длине волны.

12.2. Основные понятия и законы

В основе геометрической оптики (ГО) лежит принцип Ферма, согласно которому свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время по сравнению с любыми другими возможными путями между теми же точками, т. е. *свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна*.

В ГО каждая светящаяся точка рассматривается как вершина расходящегося пучка лучей, который называется *гомоцентрическим,* т. е. имеющим общий центр (рис. 130, *а*). Если после *отражений* или *преломлений* этот пучок превращается в пучок, сходящийся также в точку, то он будет также гомоцентрическим и эта точка является изображением

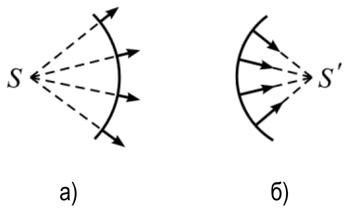


Рис. 130. Гомоцентрические пучки.

светящейся точки (источника) (рис. 130, *б*). Такие изображения называются точечными или *стигматическими*. Так как световые лучи обратимы, то изображение можно рассматривать как источник, а источник как изображение.

При стигматическом изображении центры пучков S и S' называются сопряженными точками той оптической системы, в которой расходящийся гомоцентрический пучок преобразуется в сходящийся. Соответствующие лучи, и пучки также, называются сопряженными.

В основе геометрической оптики лежат 4 закона:

1. *Закон прямолинейного распространения света*, утверждающий, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно (закон приближенный, так как при прохождении через малые отверстия наблюдается отклонение от прямолинейности – дифракция);

2. *Закон независимости световых лучей*, утверждающий, что лучи при пересечении не возмущают друг друга (справедлив при не слишком больших интенсивностях света);

3. *Закон отражения света*, утверждающий, что отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения; угол падения равен углу отражения ($\angle\alpha = \angle\gamma$) (рис. 131);

4. *Закон преломления света.* Преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных веществ (рис. 131):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \qquad (12.1)$$

где α – угол падения; β – угол преломления; n_1, n_2 – абсолютные показатели преломления 1-й и 2-й сред соответственно; n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

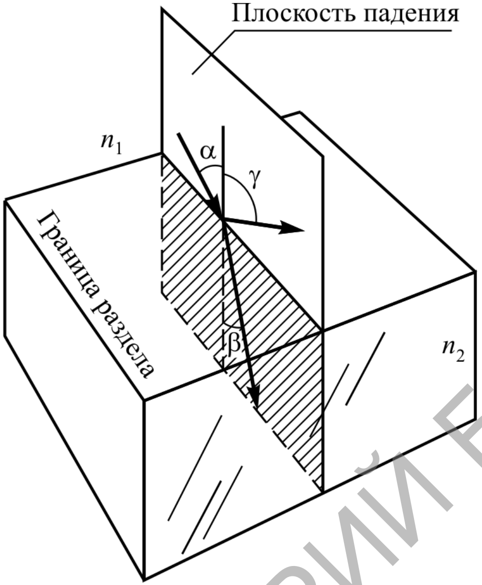


Рис. 131. Отражение и преломление света на границе раздела двух сред.

Абсолютный показатель преломления – это показатель преломления среды относительно вакуума. Он показывает, во сколько раз скорость света в данной среде меньше, чем в вакууме:

$$n_1 = \frac{c}{\upsilon_1};\ n_2 = \frac{c}{\upsilon_2},$$

где c – скорость света в вакууме; υ_1 и υ_2 – скорости света в 1-й и 2-й средах соответственно. С учетом этого из (12.1) получим:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c/\upsilon_2}{c/\upsilon_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = n_{21}. \qquad (12.2)$$

Из (12.2) следует, что относительный показатель преломления равен отношению скоростей света в двух средах.

Основные понятия геометрической оптики:

Световой луч – линия, вдоль которой распространяется световая энергия;

Световой пучок – совокупность световых лучей;

Гомоцентрический световой пучок – все лучи пересекаются в одной точке;

Астигматический пучок – фокусом является совокупность точек;

Монохроматический пучок – пучок, состоящий из волн с одинаковыми λ;

Немонохроматический пучок – пучок, состоящий из волн с различными λ;

Оптическая система – тело или система тел, которые изменяют ход световых лучей;

Оптическое изображение – картина, получающаяся после действия оптической системы на лучи, которые исходят от объекта и копируют контуры и детали объекта;

Действительное оптическое изображение – результат пересечения лучей, исходящих от объекта;

Мнимое оптическое изображение – изображение, получающееся в результате пересечения продолжений оптических лучей в сторону, противоположную направлению их распространения.

12.3. Преломление и отражение света на сферической поверхности

Рассмотрим преломление (отражение) света на сферической поверхности.

Пусть две среды с показателями преломления n_1 и n_2 разделяются сферической поверхностью с радиусом R (рис. 132).

Поместим точечный источник света в точку L. Прямая, проходящая через точку L и центр кривизны поверхности O, называется *главной оптической осью*.

Рассмотрим узкий гомоцентрический пучок лучей, падающий из L на сферическую поверхность. Пучок настолько узкий, т. е. угол φ настолько мал, что $LS \approx LA$ и $L'S \approx L'A$. Такие узкие пучки называются *параксиальными* (т. е. приосевыми).

Луч LA падает на сферическую поверхность под углом α. Построим сопряженный ему преломленный луч AL', угол

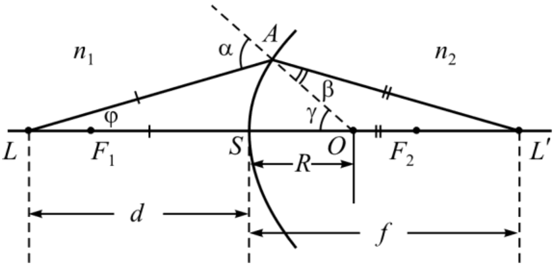


Рис. 132. Преломление света на сферической поверхности.

преломления этого луча – β. Найдем положение точки L', в которой преломленный луч пересечет главную оптическую ось. Из ΔOAL

$$\frac{LO}{LA} = \frac{\sin\angle LAO}{\sin\gamma} = \frac{\sin\ 180-\alpha}{\sin\gamma} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\,. \tag{12.3}$$

Из $\Delta OAL'$

$$\frac{AL'}{OL'} = \frac{\sin\angle AOL'}{\sin\beta} = \frac{\sin\ 180-\gamma}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}\,. \tag{12.4}$$

Умножим (12.3) на (12.4):

$$\frac{LO}{LA}\cdot\frac{AL'}{OL} = \frac{\sin\alpha\sin\gamma}{\sin\gamma\sin\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}\,, \tag{12.5}$$

где $\sin\alpha/\sin\beta = n_2/n_1$ – закон преломления. Из (12.5) получим:

$$\frac{LO}{LA}\cdot\frac{AL'}{OL} = \frac{n_2}{n_1}\,. \tag{12.6}$$

Все отрезки вдоль главной оптической оси будем отсчитывать от точки *S*, считая положительными отрезки, откладываемые от *S* вправо (в направлении распространения света), и отрицательными – отрезки, откладываемые влево:

$$LS \approx LA = -d\ ;\ SO = R\ ;\ L'S \approx L'A = f\ ;\ LO = -\ d + R\ ;\ OL' = f - R\,.$$

С учетом этого из (12.6) получим:

$$\frac{-d+R}{-d}\cdot\frac{f}{f-R} = \frac{n_2}{n_1}\,,$$

или

$$-d+R\quad f\cdot n_1 = \;-d\quad\; f-R\;\; n_2\,.$$

Раскроем скобки:

$$n_1 fR - dfn_1 = -dfn_2 + dRn_2\,.$$

Разделим полученное уравнение на Rfd почленно:

$$\frac{n_1}{d}-\frac{n_1}{R}=\frac{n_2}{f}-\frac{n_2}{R}\,.$$

Из последнего уравнения

$$n_1\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)=n_2\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{R}\right). \qquad (12.7)$$

Из (12.7) видно, что произведение $n\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)$ при преломлении остается постоянным:

$$n\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)=Q=\text{const}\,. \qquad (12.8)$$

Уравнение (12.8) называется *инвариантом Аббе*. Перепишем (12.7) в виде:

$$\frac{n_1}{d}-\frac{n_2}{f}=\frac{n_1-n_2}{R}\,. \qquad (12.9)$$

Уравнение (12.9) – *основное уравнение сферической преломляющей поверхности* или уравнение нулевого луча. Это уравнение позволяет найти положение изображения *f*, если задано положение предмета (источника) *d*. Уравнение (12.9) охватывает все случаи преломления на сферической поверхности. Пользуясь правилом знаков, можно рассматривать выпуклые поверхности $R>0$ или вогнутые $R<0$. Если $f>0$, изображение лежит с противоположной источнику стороны преломляющей поверхности, т. е. оно *действительное*. Если $f<0$, преломленные лучи во второй среде расходятся и изображение получается в воображаемой точке пересечения предполагаемого продолжения преломленных лучей, т. е. по одну сторону с источником. Такое изображение называется *мнимым*.

Если лучи света падают на поверхность пучком, параллельным главной оптической оси, то $d = -\infty$, тогда из (12.9) получим:

$$f = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = F_2 . \tag{12.10}$$

Если наоборот, лучи падают на поверхность из бесконечности справа налево, т. е. $f = \infty$, то из (12.9)

$$d = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = F_1 . \tag{12.11}$$

Величины F_1 и F_2 – это постоянные расстояния, характеризующие преломляющую поверхность. Они называются *фокусными расстояниями*: $d = F_1$ – переднее фокусное расстояние; $f = F_2$ – заднее фокусное расстояние. Точки F_1 и F_2 – *передний* и *задний фокусы* соответственно.

Таким образом, *фокусом сферической поверхности называется точка, в которой сходятся после преломления лучи, параллельные главной оптической оси, т. е. лучи, идущие из бесконечно удаленной точки.* Фокусы, как и изображения, могут быть действительными и мнимыми.

Уравнение (12.9) можно применить и к случаю отражающей сферической поверхности (сферическое зеркало), если положить $n_2 = -n_1$. Тогда из (12.9) получим известную формулу сферического зеркала:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{F}, \tag{12.12}$$

где R – радиус кривизны зеркала; F – его фокусное расстояние.

В случае сферического зеркала изображение действительное, если оно лежит по одну сторону с предметом (источником) (рис. 133) и мнимое, если изображение расположено за зеркалом. Случаи вогнутого и выпуклого зеркал отличаются лишь знаком R. Очевидно, что фокус вогнутого зеркала действительный, а выпуклого – мнимый (рис. 134).

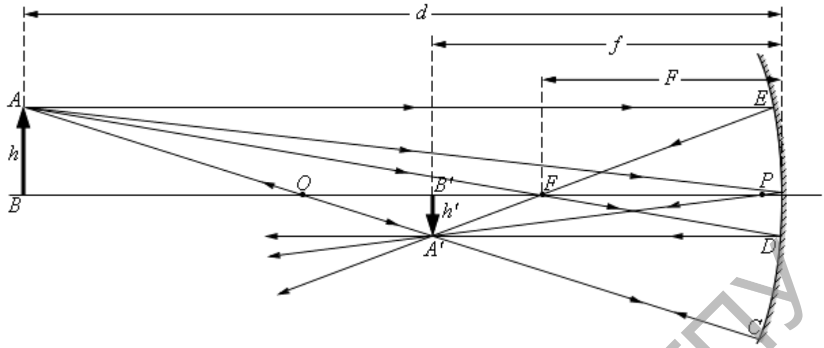


Рис. 133. Построение изображения в сферическом зеркале.

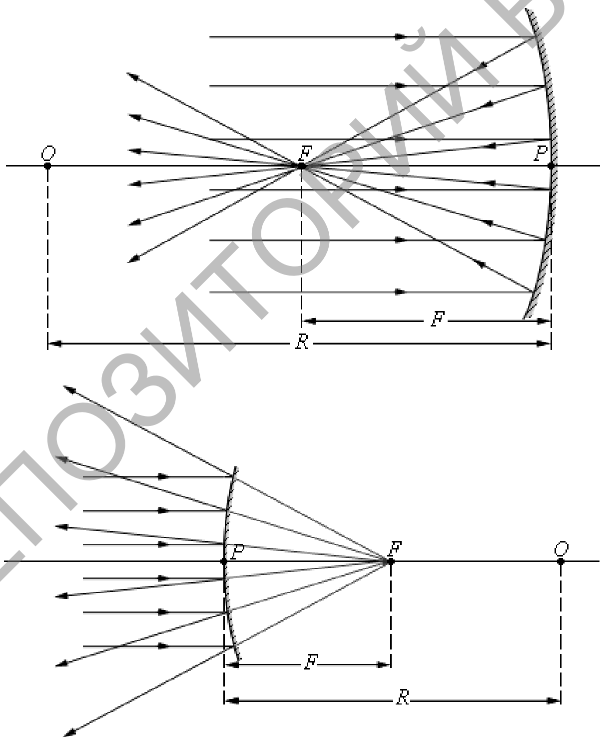


Рис. 134. Фокусы сферических зеркал.

12.4. Центрированная оптическая система. Тонкие линзы

Случаи преломления на одной сферической поверхности сравнительно редкие. Большинство реальных преломляющих систем содержат, по крайней мере, две преломляющие поверхности (линза) или большее их число. Оптическую систему, образованную сферическими (в частности, плоскими) поверхностями, называют *центрированной*, если центры кривизны всех поверхностей лежат на одной прямой. Эта прямая называется *главной оптической осью* системы. Уравнение (12.9) можно последовательно применить к каждой преломляющей поверхности сложной оптической системы. Для центрированной оптической системы изображение от первой поверхности служит предметом для второй и т. д. Таким образом, гомоцентричность пучка не нарушается. Следовательно, в центрированной оптической системе гомоцентрический параксиальный пучок остается гомоцентрическим при произвольном числе преломлений (отражений), т. е. в случае точечного источника система дает в параксиальных лучах точечное изображение (действительное или мнимое).

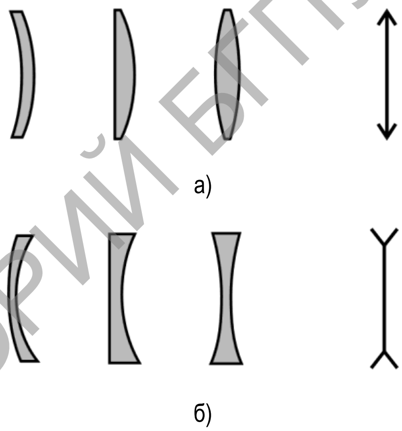


Рис. 135. Собирающие (а) и рассеивающие (б) линзы.

Простейшей центрированной оптической системой является линза – две сферические поверхности, ограничивающие какой-либо прозрачный материал. Линза называется тонкой, если ее толщина мала по сравнению с радиусами кривизны ограничивающих поверхностей R_1 и R_2. Если толщина линзы в средней части больше, чем у краев, то линзы выпуклые – собирающие (рис. 135, *а*), если наоборот, то вогнутые – рассеивающие (рис. 135, *б*).

Если показатель преломления материала линзы n_2, а показатель преломления окружающей среды n_1, то, записав уравнение (12.9) для двух сферических поверхностей и решив их совместно, можно получить уравнение (формулу) тонкой линзы:

$$D=\frac{1}{F}=\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{R}\right)= n-1 \cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right), \tag{12.13}$$

где d – расстояние от предмета до линзы; f – расстояние от изображения до линзы; R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы; $n=n_2/n_1$ – относительный показатель преломления материала линзы; F – фокусные расстояния линзы (рис. 136).

Величина

$$D=\frac{1}{F}$$

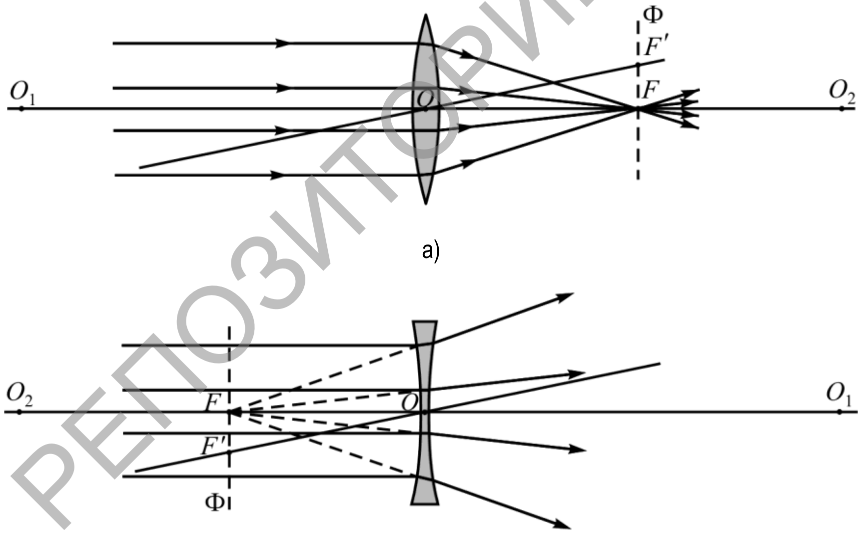


Рис. 136. Фокусы линз: F – главный фокус; F' – побочный фокус; $Ф$ – фокальная плоскость; O_1O_2 – главная оптическая ось; OF' – побочная оптическая ось.

называется оптической силой линзы и измеряется в диоптриях (дптр). 1 дптр – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м. Для собирающих линз $D > 0$, для рассеивающих – $D < 0$. Для центрированных систем: $D = D_1 + D_2 + D_3 + \dots$.

Формула (12.13) справедлива как для собирающих линз, так и для рассеивающих. Правило расстановки знаков: d – положительно для действительных предметов и отрицательно для мнимых; f – положительно, если изображение действительное, и отрицательно, если изображение мнимое; F – положительно для собирающих линз и отрицательно для рассеивающих.

Правила построения изображений в собирающих линзах:

1. Луч, проходящий параллельно главной оптической оси, после преломления в линзе проходит через фокус F;

2. Луч, проходящий через оптический центр линзы, сохраняет свое направление;

3. Луч, проходящий через фокус линзы, после преломления идет параллельно главной оптической оси (рис. 137).

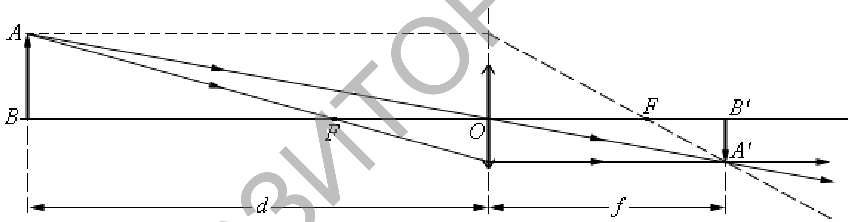


Рис. 137. Построение изображений в собирающих линзах (изображение действительное).

Правила построения изображений в рассеивающих линзах:

1. Луч, проходящий параллельно главной оптической оси, преломляется так, что его продолжение проходит через фокус F;

2. Луч, проходящий через оптический центр линзы, сохраняет свое направление;

3. Луч, падающий на линзу так, что его продолжение проходит через фокус линзы F, после преломления идет параллельно главной оптической оси (рис. 138).

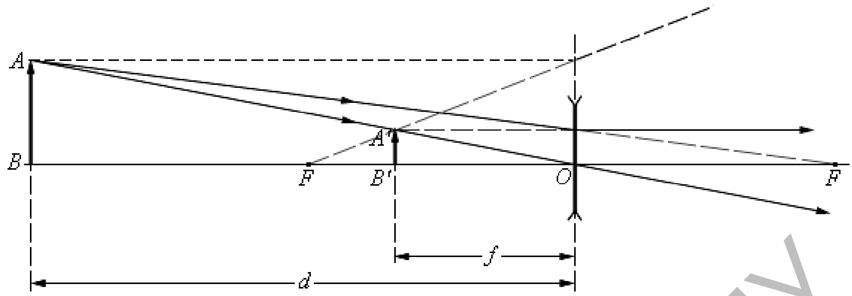


Рис. 138. Построение изображений в рассеивающих линзах (изображение мнимое).

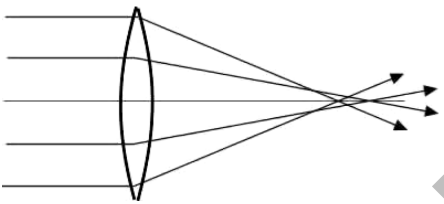


Рис. 139. Сферическая аберрация.

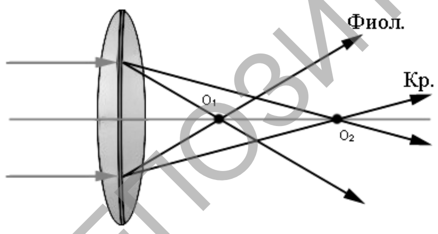


Рис. 140. Хроматическая аберрация.

Величина

$$k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{d}$$

называется *линейным коэффициентом увеличения линзы*.

Формула тонкой линзы получена при следующих допущениях:

1. Изображение формируется параксиальными лучами;
2. Показатель преломления материала линзы одинаков для всех длин волн (отсутствие дисперсии).

Эти условия не реализуются на практике, что приводит к появлению аберраций, т. е. к погрешностям реальных оптических систем.

Сферическая аберрация: периферийные лучи, падающие на линзу, отклоняются сильнее, чем параксиальные (рис. 139).

Это приводит к тому, что вместо изображения точки получается нерезкое изображение – светлое пятно. Для устранения применяют комбинации из собирающих и рассеивающих линз.

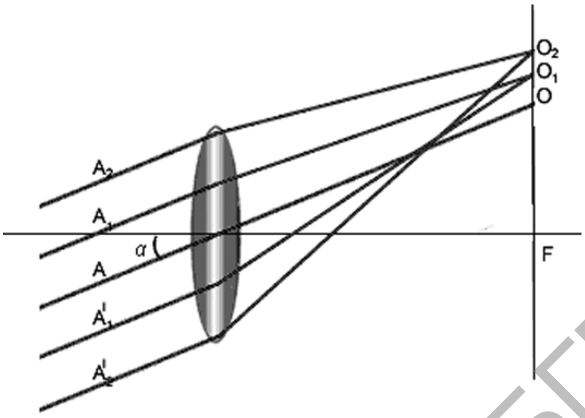


Рис. 141. Астигматизм.

Хроматическая аберрация: лучи разных длин волн преломляются линзой неодинаково (дисперсия). Фиолетовые лучи преломляются сильнее, чем красные (рис. 140).

Поэтому немонохроматический пучок дает окрашенное изображение. Хроматическую аберрацию устраняют, подбирая линзы с разной дисперсией.

Астигматизм (означает «не точечный»): точке предмета соответствует не одна точка изображения. Астигматизм возникает при падении пучков света на линзу под большими углами к главной оптической оси (рис. 141).

Астигматизм устраняется конструктивно: подбор радиусов кривизны поверхностей, показателей преломления линз, расстояний между линзами.

13. Тепловое излучение

13.1. Тепловое излучение и его особенности

Из всего многообразия электромагнитных излучений, видимых или невидимых человеческим глазом, можно выделить одно, которое присуще всем телам. Это излучение нагретых тел. Оно является следствием хаотического движения частиц тела и осуществляется за счет энергии этого движения (внутренней энергии), т. е. зависит от температуры тела. Тепловое излучение возникает при любых температурах выше 0 К и испускается всеми телами.

Если в замкнутую полость с зеркально отражающими стенками поместить несколько тел, нагретых до различной температуры, то, как показывает опыт, такая система с течением времени приходит в состояние теплового равновесия, при котором все тела приобретают одинаковую температуру. Тела обмениваются энергией только путем испускания и поглощения лучистой энергии. В состоянии равновесия процессы испускания и поглощения энергии каждым телом в среднем компенсируют друг друга, и в пространстве между телами плотность энергии излучения достигает определенного значения, зависящего только от установившейся температуры тел.

Если через малое отверстие «заглянуть» внутрь полости, в которой установилось термодинамическое равновесие между излучением и нагретыми телами, то глаз не различит очертаний тел и зафиксирует, лишь однородное свечение всей полости в целом.

Это излучение, находящееся в термодинамическом равновесии с телами, имеющими определенную температуру, называется *равновесным*, *тепловым* (температурным) или *черным* излучением. Плотность энергии равновесного излучения и его спектральный состав зависят только от температуры.

Тепловое излучение имеет сплошной (непрерывный) спектр, распределение энергии в котором зависит от частоты (длины волны).

Для спектральной характеристики теплового излучения вводится понятие о лучеиспускательной (излучательной) способности тела. $E_{\nu,T}$, $E_{\lambda,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости:

$$\left.\begin{aligned} E_{\nu,T} &= \frac{dW_{\text{èçë}}}{d\nu} \\ E_{\lambda,T} &= \frac{dW_{\text{èçë}}}{d\lambda} \end{aligned}\right\}, \qquad (13.1)$$

т. е.

$$dW_{\text{èçë}} = E_{\nu,T}\,d\nu = E_{\lambda,T}\,d\lambda,$$

где $dW_{\text{èçë}}$ – энергия электромагнитного излучения, испускаемая за единицу времени с единицы площади поверхности тела по всем направлениям в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ или в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$. Таким образом, лучеиспускательная способность тела численно равна мощности излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот (длин волн) единичной ширины (единица измерения Дж/с·м^2 или Вт/м^2).

Все тела в той или иной мере поглощают энергию падающих на них электромагнитных волн. Спектральной характеристикой поглощения служит поглощательная способность тела (коэффициент монохроматического поглощения):

$$A_{\nu,T} = \frac{dW_{\text{ïîãë}}}{dW}. \tag{13.2}$$

Эта величина показывает, какая часть энергии dW электромагнитного излучения с частотами от ν до $\nu + d\nu$, падающая на единицу площади поверхности тела, поглощается им ($dW_{\text{ïîãë}}$ – энергия, поглощенная телом). Поглощательная способность может принимать значения от 0 до 1.

Тело называется *абсолютно черным*, если оно при любой температуре полностью поглощает всю энергию падающего на него электромагнитного излучения независимо от его частоты. Следовательно, поглощательная способность абсолютно черного тела $A_{\nu,T\,\text{÷åðí.}} = 1$. Лучеиспускательную способность абсолютно черного тела обозначим $\varepsilon_{\nu,T}$, т. е.

$$E_{\nu,T\,\text{÷åðí.}} = \varepsilon_{\nu,T}. \tag{13.3}$$

В природе не существует абсолютно черных тел. Однако некоторые из них – платиновая чернь, сажа, черный бархат – в области частот видимого диапазона электромагнитного излучения имеют поглощательную способность, близкую к единице.

Моделью абсолютно черного тела может служить непрозрачный сосуд с маленьким отверстием (рис. 142).

Электромагнитное излучение, попавшее в такой сосуд, испытывает многократные отражения, частично поглощаясь при каждом из них. Эти поглощения на стенках приводят к тому, что

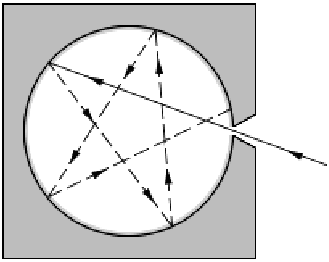


Рис. 142. Модель абсолютно черного тела.

практически все излучение любой частоты поглощается таким сосудом. Следовательно, и излучательная способность такого устройства будет очень близка к излучательной способности абсолютно черного тела $\varepsilon_{\nu,T}$.

Рассмотрим теплоизолированную систему тел, находящуюся в тепловом равновесии. Температуры всех тел одинаковые и не изменяются с течением времени. Следовательно, для любого тела энергия, излучаемая за единицу времени с единицы площади поверхности, должна быть равна энергии, поглощаемой за то же время этим же участком поверхности за счет падающего на него излучения (иначе температура тела не оставалась бы постоянной):

$$dW_{\text{изл}} = dW_{\text{погл}}. \qquad (13.4)$$

Из (13.4) следует, что при равновесном (тепловом) излучении выполняется правило Прево: *если два тела поглощают разную энергию, то и излучение у них должно быть различным*.

Правило Прево имело качественный характер. Количественное соотношение между излучательной и поглощательной способностями было установлено Г.Р. Кирхгофом и основывалось на II начале термодинамики.

Закон Кирхгофа может быть сформулирован следующим образом: *отношение излучательной способности любого тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела, т. е. является для всех тел одной и той же универсальной функцией частоты и температуры*:

$$\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = \frac{E'_{\nu,T}}{A'_{\nu,T}} = \frac{E''_{\nu,T}}{A''_{\nu,T}} = \cdots = \frac{E_{\nu,T\,\text{черн.}}}{A_{\nu,T\,\text{черн.}}} = \frac{\varepsilon_{\nu,T}}{1} = \varepsilon_{\nu,T}. \qquad (13.5)$$

Таким образом, из (13.5) следует, что универсальная функция Кирхгофа есть ни что иное, как испускательная способность абсолютно черного тела.

Из закона Кирхгофа следует, что если тело не поглощает излучение в каком-то диапазоне частот при данной температуре, то оно не может излучать в этом же диапазоне частот при этой же температуре.

Из закона Кирхгофа также вытекает, что испускательная способность любого тела может быть определена выражением:

$$E_{\nu,T} = A_{\nu,T}\varepsilon_{\nu,T} .$$

Следовательно,

$$E_{\nu,T} < \varepsilon_{\nu,T} ,$$

так как

$$A_{\nu,T} < A_{\nu,T\,\text{÷åðí.}} = 1 .$$

Таким образом, испускательная способность любого тела при данной температуре не может быть больше испускательной способности абсолютно черного тела при этой же температуре.

Тела, у которых поглощательная способность меньше единицы и не зависит от частоты падающего излучения, называются *серыми*.

13.2. Закон Стефана–Больцмана. Закон смещения Вина

Во многих случаях необходимо знать полную энергию теплового излучения в единицу времени с единицы площади излучающей поверхности во всем интервале частот от 0 до ∞.

Эта величина E_T называется *энергетической светимостью* или *интегральной излучательной способностью*, т. е. это полная мощность теплового излучения с единицы площади поверхности излучающего тела во всем интервале частот. Энергетическую светимость можно определить из уравнения (13.1):

$$E_T = \int_0^\infty dW_{\text{èçë}} = \int_0^\infty E_{\nu,T}\, d\nu . \qquad (13.6)$$

Интегральная излучательная способность (энергетическая светимость) абсолютно черного тела определяется аналогично:

$$\varepsilon_T = \int_0^\infty \varepsilon_{\nu,T}\, d\nu , \qquad (13.7)$$

где $\varepsilon_{\nu,T}$ – излучательная способность абсолютно черного тела.

После того как Кирхгоф сформулировал свой закон, первоочередной задачей теории теплового излучения стало нахождение вида функции Кирхгофа $\varepsilon_{\nu,T}$. Решение этой задачи было получено не сразу.

Сначала австрийский физик Й. Стефан на основе экспериментальных данных и законов классической физики (термодинамики) показал, что $\varepsilon_{\nu.T} \sim T^4$ для всех тел. Затем Л. Больцман (также австрийский физик) подтвердил выводы Стефана только для абсолютно черного тела и получил формулу

$$\varepsilon_T = \int_0^\infty \varepsilon_{\nu,T} d\nu = \sigma T^4,$$

т. е.

$$\varepsilon_T = \sigma T^4. \quad (13.8)$$

Формула (13.8) выражает закон Стефана–Больцмана, который может быть сформулирован следующим образом: *энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры*, где σ – постоянная Стефана–Больцмана,

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2\text{К}^4.$$

Законы Кирхгофа и Стефана–Больцмана определяют излучательные характеристики абсолютно черного тела, зависящие от температуры. Однако ни один из них не показывает распределение энергии по частотам в спектре излучения.

Значительно более сложной задачей оказалось определение вида функции Кирхгофа $\varepsilon_{\nu,T}$.

Эксперименты показали, что зависимость $\varepsilon_{\lambda,T}$ ($\varepsilon_{\nu,T}$ и $\varepsilon_{\lambda,T}$ связаны между собой соотношением $\varepsilon_{\lambda,T} = \varepsilon_{\nu,T}\, d\nu/d\lambda$) от длины волны при разных температурах имеет вид, изображенный на рис. 143.

Существование на каждой кривой выраженного максимума свидетельствовало о том, что энергия излучения абсолютно черного тела распределена по его спектру неравномерно. Абсолютно черное тело практически не излучает энергии в области очень малых и очень больших длин волн.

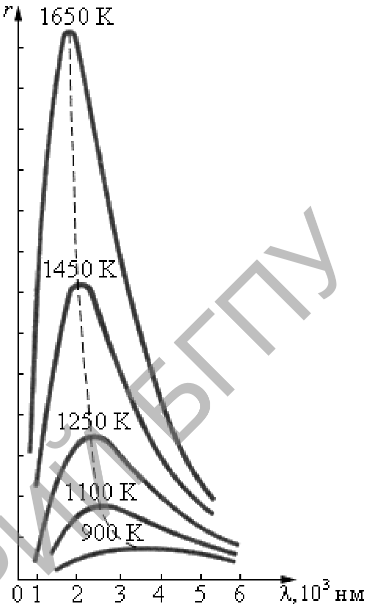


Рис. 143. Закон смещения Вина.

При увеличении температуры максимум $\varepsilon_{\lambda,T}$ смещается в область меньших длин волн (больших частот). Площадь под кривой пропорциональна интегральной энергетической светимости ε_T абсолютно черного тела. Поэтому в соответствии с законом Стефана–Больцмана она возрастает пропорционально T^4.

Немецкий физик В. Вин, используя законы термодинамики и электродинамики, установил, что *длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности* $\varepsilon_{\lambda,T}$ *абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре*:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \qquad (13.9)$$

где $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Вина. (13.9) – *закон смещения Вина*. Он показывает что, длина волны, на которую приходится максимальная излучательная способность (максимум функции $\varepsilon_{\lambda,T}$) абсолютно черного тела при увеличении температуры смещается в область более коротких волн. Например, при увеличении температуры металла его свечение меняется от красного до голубовато-белого.

13.3. Формула Рэлея–Джинса. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела

Законы Стефана–Больцмана и Вина не позволили определить вид функции Кирхгофа, т. е. излучательную способность абсолютно черного тела.

В 1900 г. эту проблему пытался решить английский физик Д. Рэлей, который в основу своих рассуждений положил теорему классической статистической механики о равномерном распределении энергии по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия. Эта теорема была применена Рэлеем к равновесному излучению в полости.

Несколько позже эту идею подробно развил английский физик Д.Х. Джинс. Таким путем удалось получить зависимость излучательной способности абсолютно черного тела от длины волны λ и температуры T:

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT ,$$

или

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT .$$

Однако, как показал опыт, формула Рэлея–Джинса согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно малых частот (больших длин волн) и больших температур. Согласно этой формуле при увеличении частоты ($\nu \to \infty$) испускательная способность стремится к бесконечности при любой температуре (что противоречит закону сохранения энергии). Этот вывод получил название *«ультрафиолетовая катастрофа»* (рис. 144).

Таким образом, безупречный с точки зрения классической физики вывод приводит к формуле, которая находится в резком противоречии с опытом. Стало ясно, что решить задачу о спектральном распределении излучения абсолютно черного тела в рамках существующих теорий невозможно.

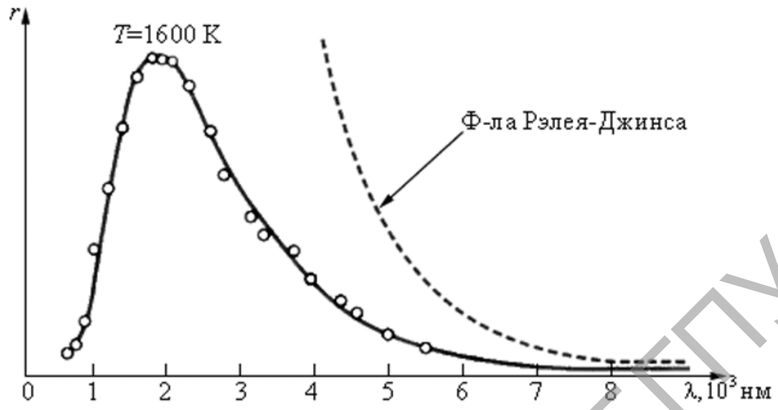


Рис. 144. К формуле Рэлея–Джинса.

13.4. Гипотеза Планка. Формула Планка

Эта задача была успешно решена М. Планком в 1900 г. на основе новой идеи, чуждой классической физике. Необходимо отметить, что это решение было найдено вследствие изменения основных положений физики: *созданием теории квантов*, заложившей принципиально новую базу физики.

В классической физике излучение и поглощение нагретым телом электромагнитной энергии рассматривалось как непрерывный процесс, т. е. излучение тела рассматривалось как совокупность излучений колеблющихся частиц (атомов), из которых оно состоит, или, иначе говоря, *гармонических осцилляторов* со всевозможными собственными частотами колебаний. Согласно законам классической волновой физики энергия, излучаемая осциллятором, может принимать любое значение, т. е. изменяться непрерывно.

Планк предложил так называемую *квантовую гипотезу* для энергии осциллятора, согласно которой энергия осцилляторов (атомов) может принимать только определенные, *дискретные*, значения, пропорциональные целому числу элементарных порций энергии, так называемых *квантов*. Квант – это минимальная порция энергии, излучаемой или поглощаемой телом.

Следовательно, процессы излучения и поглощения нагретым телом электромагнитной энергии происходят не непрерывно, как это принимала классическая физика, а конечными порциями – квантами.

По теории Планка энергия кванта *E* прямо пропорциональна частоте излучения:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – универсальная постоянная, получившая название *постоянной Планка*; ν – частота излучения; λ – длина волны; *c* – скорость света.

Физический смысл постоянной Планка заключается в том, что она определяет наименьший квант *действия*. Меньшего действия в природе не существует.

Учитывая новые квантовые законы, управляющие осциллятором, Планк получил излучательную способность абсолютно черного тела:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \tag{13.10}$$

или

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \tag{13.11}$$

Формула Планка (13.10), (13.11) дает превосходное совпадение со всеми экспериментальными данными и является, таким образом, решением задачи, поставленной Кирхгофом, т. е. она является универсальной функцией Кирхгофа.

Формула Планка хорошо описывает спектральное распределение излучения черного тела при любых частотах. Из формулы Планка можно вывести законы Стефана–Больцмана и Вина, при этом постоянную Планка можно определить через постоянные Стефана–Больцмана σ и Вина *b*. Значения постоянной Планка, полученные таким образом, хорошо совпадают со значениями h, полученными другими способами. При $h\nu \ll kT$ формула Планка переходит в формулу Рэлея–Джинса.

Решение проблемы излучения черного тела ознаменовало начало новой эры в физике. Нелегко было примириться с отказом от классических представлений, и сам Планк, совершив великое открытие, в течение нескольких лет безуспешно пытался понять квантование энергии с позиции классической физики.

На законах теплового излучения основана совокупность оптических методов измерения высоких температур, так называемая *оптическая пирометрия*.

14. Основы квантовой оптики

14.1. Фотоэффект

Явление «вырывания» электронов из твердых и жидких веществ под действием света получило название фотоэлектрического эффекта, или просто фотоэффекта.

Фотоэлектрический эффект был открыт в 1887 г. немецким физиком Г. Герцем и в 1888–1890 гг. экспериментально исследован А.Г. Столетовым. Наиболее полное исследование явления фотоэффекта было выполнено Ф. Ленардом в 1900 г. К этому времени уже был открыт электрон (Д. Томсон, 1897) и стало ясно, что фотоэффект заключается в вырывании электронов из вещества под действием падающего на него света.

Различают внешний и внутренний фотоэффект. При внешнем фотоэффекте электроны вырываются с поверхности веществ, которые освещаются светом. Внутренний фотоэффект приводит к повышению электропроводности освещаемых веществ. Внутренний фотоэффект наблюдается в полупроводниках.

Схема экспериментальной установки для исследования фотоэффекта изображена на рис. 145.

В экспериментах использовался стеклянный вакуумный баллон с двумя металлическими электродами, поверхность которых была тщательно очищена. К электродам прикладывалось некоторое

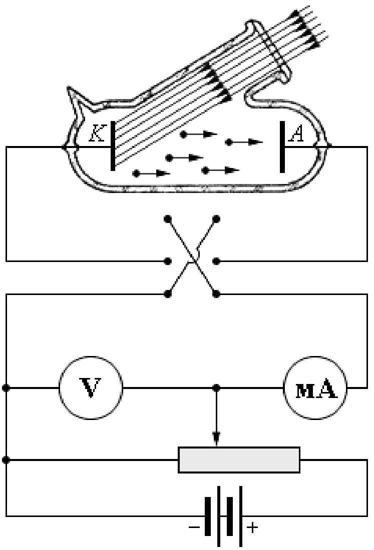


Рис. 145. Схема экспериментальной установки для изучения фотоэффекта.

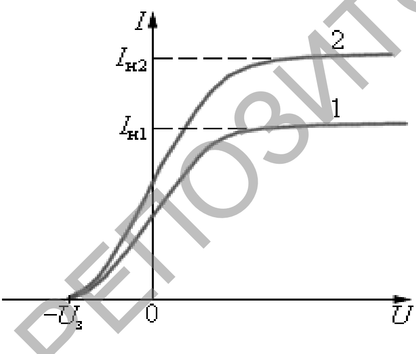


Рис. 146. Зависимость силы фототока от приложенного напряжения. Кривая 2 соответствует большей интенсивности светового потока. $I_{í1}$ и $I_{í2}$ – токи насыщения, $U_{ç}$ – запирающий потенциал.

напряжение *U*, полярность которого можно было изменять с помощью двойного ключа. Один из электродов (катод *К*) через кварцевое окошко освещался монохроматическим светом некоторой длины волны λ, и при неизменном световом потоке снималась зависимость силы фототока *I* от приложенного напряжения.

На рис. 146 изображены типичные кривые такой зависимости, полученные при двух значениях интенсивности светового потока, падающего на катод.

Кривые показывают, что при достаточно больших положительных напряжениях на аноде *А* фототок достигает насыщения, так как все электроны, вырванные светом из катода, достигают анода. Измерения показали, что ток насыщения $I_{í}$ прямо пропорционален интенсивности падающего света. Когда напряжение на аноде отрицательно, электрическое поле между катодом и анодом тормозит электроны.

Анода могут достичь только те электроны, кинетическая энергия которых превышает величину $(eU_{ç})$, где *e* – заряд электрона. Если напряжение на аноде меньше, чем $-U_{ç}$, фототок прекращается. Измеряя $U_ç$, можно определить максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов:

$$\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)_{\max} = eU_ç\,. \qquad (14.1)$$

К удивлению ученых, величина $U_ç$ оказалась не зависящей от интенсивности падающего светового потока. Тщательные измерения показали, что запирающий потенциал линейно возрастает с увеличением частоты ν света (рис. 147).

Многочисленными экспериментаторами были установлены следующие основные закономерности фотоэффекта:

1. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с увеличением частоты света ν и не зависит от его интенсивности;

2. Для каждого вещества существует так называемая красная граница фотоэффекта, т. е. наименьшая частота $\nu_{\min}$, при которой еще возможен внешний фотоэффект;

3. Число фотоэлектронов, вырываемых светом из катода за 1 с, прямо пропорционально интенсивности света (фототок насыщения пропорционален световому потоку, падающему на катод).

Фотоэффект практически безинерционен, фототок возникает мгновенно после начала освещения катода при условии, что частота света $\nu > \nu_{\min}$.

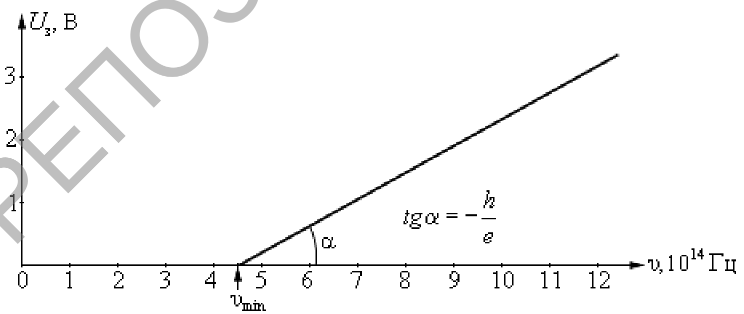


Рис. 147. Зависимость запирающего потенциала $U_ç$ от частоты ν падающего света.

Все эти закономерности фотоэффекта в корне противоречили представлениям классической физики о взаимодействии света с веществом. Согласно волновым представлениям электрон при взаимодействии с электромагнитной световой волной должен был бы постепенно накапливать энергию, и потребовалось бы значительное время, зависящее от интенсивности света, чтобы электрон накопил достаточно энергии для того, чтобы вылететь из катода. Как показывают расчеты, это время должно было бы исчисляться минутами или часами.

Однако опыт показывает, что фотоэлектроны появляются немедленно после начала освещения катода. Модель не могла объяснить существование красной границы фотоэффекта. Кроме того, волновая теория света не могла объяснить независимость энергии фотоэлектронов от интенсивности светового потока, пропорциональность максимальной кинетической энергии частоте света.

Таким образом, электромагнитная теория света оказалась неспособной объяснить эти закономерности фотоэффекта.

Выход был найден А. Эйнштейном в 1905 г. Теоретическое объяснение наблюдаемых закономерностей фотоэффекта было дано Эйнштейном на основе гипотезы М. Планка о том, что излучение и поглощение электромагнитной энергии происходит не непрерывно, а определенными порциями, причем энергия каждой такой порции определяется формулой $E = h\nu$, где h – постоянная Планка.

Эйнштейн сделал следующий шаг в развитии квантовых представлений. Он пришел к выводу, что и свет имеет прерывистую дискретную структуру. Электромагнитная волна состоит из отдельных порций – *квантов*, впоследствии названных *фотонами*. При взаимодействии с электроном вещества фотон передает ему всю энергию, которой он обладает, т. е. $h\nu$.

Часть этой энергии электрон может рассеять при столкновениях с атомами вещества. Кроме того, часть энергии электрона затрачивается на преодоление потенциального барьера на границе металл–вакуум. Для этого электрон должен совершить работу выхода A, зависящую от свойств материала катода. Наибольшая кинетическая энергия, которую может иметь вылетевший из катода фотоэлектрон, определяется законом сохранения энергии:

$$\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)_{\max} = eU_{\text{ç}} = h\nu - A, \tag{14.2}$$

или

$$h\nu = A + \left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)_{\max}. \tag{14.3}$$

Эти формулы принято называть уравнениями Эйнштейна для фотоэффекта.

С помощью уравнений Эйнштейна можно объяснить все закономерности внешнего фотоэффекта. Из них следуют линейная зависимость максимальной кинетической энергии от частоты и независимость от интенсивности света, существование красной границы фотоэффекта, безинерционность фотоэффекта.

Общее число фотоэлектронов, покидающих за 1 с поверхность катода, должно быть пропорционально числу фотонов, падающих за то же время на поверхность. Из этого следует, что ток насыщения должен быть прямо пропорционален интенсивности светового потока.

Как следует из уравнения Эйнштейна (14.2), тангенс угла наклона прямой, выражающей зависимость запирающего потенциала $U_{\text{ç}}$ от частоты ν (рис. 147), равен отношению постоянной Планка h к заряду электрона e:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{e}.$$

Это позволяет экспериментально определить значение постоянной Планка. Такие измерения были выполнены Р. Милликеном (1914) и дали хорошее согласие со значением, найденным Планком. Эти измерения позволили также определить работу выхода A:

$$A = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\text{êð}}}, \tag{14.4}$$

где c – скорость света; $\lambda_{êð}$ – длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта. У большинства металлов работа выхода A составляет несколько электрон-вольт (1 эВ = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Дж – это энергия, которую приобретает электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 1 В). В квантовой физике электрон-вольт часто используется в качестве энергетической единицы измерения.

Среди металлов наименьшей работой выхода обладают щелочные металлы. Например, у натрия $A = 1{,}9$ эВ, что соответствует красной границе фотоэффекта $\lambda_{êð} \approx 680$ нм. Поэтому соединения щелочных металлов используют для создания катодов в фотоэлементах, предназначенных для регистрации видимого света.

Итак, законы фотоэффекта свидетельствуют, что свет при испускании и поглощении ведет себя подобно потоку частиц, получивших название фотонов или световых квантов.

Энергия фотонов равна:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Согласно теории относительности

$$E = mc^2.$$

Отсюда «масса» фотона

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}.$$

Импульс фотона

$$p = mc = \frac{h\nu}{c^2}c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Фотон движется в вакууме со скоростью света c. Термин «фотон» был введен в 1929 г. американским физиком Льюисом. Эту порцию энергии, которую раньше называли квантом, занесли в разряд элементарных частиц и назвали фотоном.

Существенное отличие фотона от других элементарных частиц заключается в том, что фотон *не имеет массы покоя* (масса покоя фотона равна нулю). Фотон существует только в движении.

В настоящее время считается, что эта элементарная частица является переносчиком электромагнитного взаимодействия.

Таким образом, учение о свете, совершив виток длительностью в два столетия, вновь возвратилось к представлениям о световых частицах – корпускулах.

Однако это не был механический возврат к корпускулярной теории Ньютона. В начале XX века стало ясно, что свет обладает двойственной природой. При распространении света проявляются его волновые свойства (интерференция, дифракция, поляризация), а при взаимодействии с веществом – корпускулярные (фотоэффект, эффект Комптона). Эта двойственная природа света получила название *корпускулярно-волнового дуализма*.

Позже двойственная природа была открыта у электронов и других элементарных частиц. Классическая физика не может дать наглядной модели сочетания волновых и корпускулярных свойств у микрообъектов. Движением микрообъектов управляют не законы классической механики Ньютона, а законы квантовой механики. Теория излучения абсолютно черного тела, развитая М. Планком, и квантовая теория фотоэлектрического эффекта А. Эйнштейна лежат в основании этой современной науки.

14.2. Давление света

Давление света в волновой и корпускулярной теории. В 1873 г. Д. Максвелл теоретически обосновал гипотезу о том, что свет, падающий на поверхность вещества, должен оказывать давление на эту поверхность. В основу этой идеи он положил электромагнитную теорию света.

В веществе, имеющем атомную структуру, существуют носители заряда: свободные (электроны в металлах) или связанные заряды в диэлектриках. Под действием электрического поля световой волны они начинают двигаться вдоль поверхности, на которую падает свет. Положительные заряды двигаются по направлению электрического поля, а отрицательные – против. В металлах возникают токи проводимости, а в диэлектриках – токи смещения.

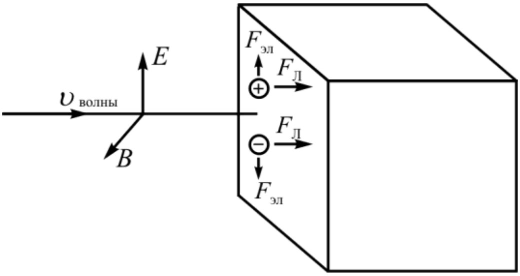


Рис. 148. К определению давления света.

Со стороны магнитного поля на движущиеся заряды действует сила Лоренца $F_{Ё} = q\upsilon B\sin\alpha$, направленная перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы υ и *B*, внутрь вещества (рис. 148). Следовательно, свет оказывает давление на поверхность освещаемого вещества. Согласно расчетам Максвелла давление света

$$P = \frac{I}{c}(1+\rho), \qquad (14.5)$$

где I – энергия, падающая на единицу площади освещаемой поверхности в единицу времени, т. е. освещенность:

$$I = \frac{W}{dSdt}; \frac{W}{dt} = \Phi \Rightarrow I = \frac{\Phi}{dS} = E, \qquad (14.6)$$

где Φ – световой поток; E – освещенность; I/c – объемная плотность энергии; c – скорость света; ρ – коэффициент отражения; W – энергия света, падающая на площадку dS за время dt. Для абсолютно черных тел $\rho = 0$, для идеального зеркала $\rho = 1$.

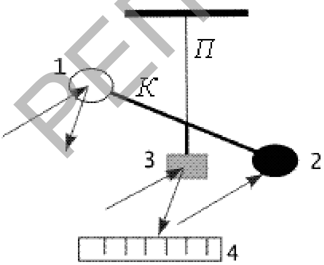


Рис. 149. Крутильные весы.

В 1899 г. русский физик А.А. Лебедев исследовал давление света с помощью крутильных весов (рис. 149).

Крутильные весы состоят из легкого подвеса *П*, на котором закреплено коромысло *К* с крылышками *1* и *2*. Крылышко *1* – зеркальное, *2* – зачерненное.

На оси подвеса закреплено зеркало *3*. Поворот коромысла определялся по шкале *4*. Подвес помещался в вакуум, образуя очень чувствительные крутильные весы.

При освещении крылышек коромысло поворачивалось на некоторый угол, тем самым указывая на давление света. Измерения Лебедева дали величину давления света, согласующуюся с теорией Максвелла с точностью 20 %.

С точки зрения квантовой теории света давление света происходит в результате передачи импульса фотонов поглощающей или отражающей поверхностям.

Согласно Планку свет излучается в виде определенных порций – фотонов с энергией $h\nu$ и импульсом $h\nu/c$.

Пусть W – энергия света, падающая на площадку dS за время dt. Тогда число фотонов, падающих на единичную площадку в единицу времени:

$$n = \frac{W}{h\nu\, dS\, dt}. \qquad (14.7)$$

На площадку dS за время dt попадет N фотонов:

$$N = n\, dS\, dt.$$

Если коэффициент отражения площадки ρ, то число отраженных и поглощенных фотонов соответственно равно:

$$N_{\text{отр}} = n\, dS\, dt\, \rho,$$

$$N_{\text{погл}} = n\, dS\, dt\, (1-\rho).$$

Тогда импульс, который получит площадка от отраженных и поглощенных фотонов:

$$dp_{\text{отр}} = p_{\text{ф}} N_{\text{отр}} = 2 p_{\text{ф}} n\, dS\, dt\, \rho,$$

$$dp_{\text{погл}} = p_{\text{ф}} N_{\text{погл}} = p_{\text{ф}} n\, dS\, dt\, (1-\rho),$$

$p_{\text{ф}}$ – импульс одного фотона. При отражении изменение импульса площадки $2p_{\text{ф}}$, при поглощении – $p_{\text{ф}}$. Суммарное изменение импульса площадки

$$dp = dp_{\text{отр}} + dp_{\text{погл}} = p_{\text{ф}}\, n\, dS\, dt\, (1+\rho).$$

Согласно второму закону Ньютона изменение импульса площадки равно импульсу действующей силы:

$$dp = Fdt\,.$$

Следовательно,

$$p_{\text{ф}}\, n\, dS\, dt\,(1+\rho) = Fdt\,,$$

или

$$p_{\text{ф}}\, n\,(1+\rho) = \frac{F}{dS}\,.$$

Однако $F/dS = P$ – давление, тогда

$$P = p_{\text{ф}}\, n\,(1+\rho)\,.$$

Учтем, что импульс фотона $p_{\text{ф}} = h\nu/c$, n определяется уравнением (14.7), а также, учитывая (14.6), определим давление света:

$$P = n\frac{h\nu}{c}(1+\rho) = \frac{W}{h\nu\, dS\, dt}\frac{h\nu}{c}(1+\rho) = \frac{W}{c\, dS\, dt}(1+\rho) =$$

$$= \frac{\Phi}{c\, dS}(1+\rho) = \frac{I}{c}(1+\rho)\,.$$

Эта формула совпадает с формулой Максвелла (14.5), полученной в рамках электромагнитной теории света. Отметим, что давление света одинаково успешно объясняется как волновой, так и квантовой теорией света.

14.3. Эффект Комптона

Концепция фотонов, предложенная А. Эйнштейном в 1905 г. для объяснения фотоэффекта, получила экспериментальное подтверждение в опытах американского физика А. Комптона (1922). Комптон исследовал упругое рассеяние коротковолнового рентгеновского излучения на свободных (или слабо связанных с атомами) электронах вещества. Открытый им эффект увеличения длины волны рассеянного излучения, названный впоследствии *эффектом Комптона*, не укладывался в рамки волновой теории, в соответствие с которой длина волны излучения не должна изменяться при рассеянии.

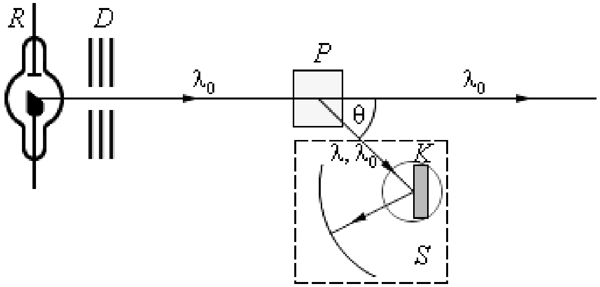


Рис. 150. Схема эксперимента Комптона.

Согласно волновой теории электрон под действием периодического поля световой волны совершает вынужденные колебания на частоте волны и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Схема опытов Комптона представлена на рис. 150.

Монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны λ_0, исходящее из рентгеновской трубки *R*, проходит через свинцовые диафрагмы и в виде узкого пучка направляется на рассеивающее вещество-мишень *P* (графит, алюминий). Излучение, рассеянное под некоторым углом θ, анализируется с помощью спектрографа рентгеновских лучей *S*, в котором роль дифракционной решетки играет кристалл *K*, закрепленный на поворотном столике.

Опыт показал, что в рассеянном излучении наряду с λ_0 наблюдается и большая длина волны $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$. Наблюдаемое изменение длины волны $\Delta\lambda$ зависит только от угла рассеяния θ:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_{\hat{e}} \sin^2 \theta/2 \ , \qquad (14.8)$$

где $\lambda_{\hat{e}} = 2{,}43 \cdot 10^{-3}$ нм – так называемая *комптоновская длина волны*, не зависящая от свойств рассеивающего вещества. В рассеянном излучении наряду со спектральной линией с длиной волны λ наблюдается несмещенная линия с длиной волны λ_0. Соотношение интенсивностей смещенной и несмещенной линий зависит от рода рассеивающего вещества.

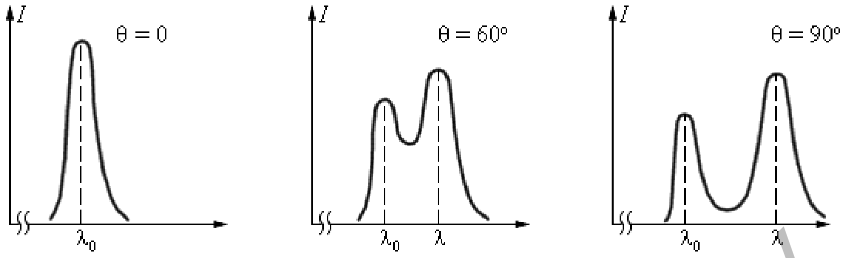


Рис. 151. Эффект Комптона. Спектры рассеянного излучения.

На рис. 151 представлены кривые распределения интенсивности в спектре излучения, рассеянного под некоторыми углами.

Объяснение эффекта Комптона было дано в 1923 г. А. Комптоном и П. Дебаем независимо на основе квантовых представлений о природе излучения.

Если считать, что излучение представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона есть результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. У легких атомов рассеивающих веществ электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц – налетающего фотона, обладающего энергией $E_0 = h\nu_0$ и импульсом $p_0 = h\nu_0/c = h/\lambda_0$, с покоящимся электроном, энергия покоя которого равна $E_{e_0} = m_0c^2$ (m_0 – масса покоя электрона). Фотон, столкнувшись с электроном, изменяет направление движения (рассеивается). Импульс фотона после рассеяния становится равным $p = h\nu/c = h/\lambda$, а его энергия $E = h\nu < E_0$. Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны.

Энергия электрона после столкновения в соответствии с релятивистской формулой становится равной:

$$E_e = \sqrt{m_0{}^2c^4 + p_e{}^2c^2} = c\sqrt{m_0{}^2c^2 + p_e{}^2},$$

где p_e – импульс, приобретенный электроном (импульс электрона отдачи). Закон сохранения энергии записывается в виде:

$$E_0 + E_{e_0} = E + E_e,$$

или

$$h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + c\sqrt{m_0^{\,2} c^2 + p_e^{\,2}}.$$

Переход от частот к длинам волн ($\nu = c/\lambda$, $\nu_0 = c/\lambda_0$) приводит к выражению:

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + c\sqrt{m_0^{\,2} c^2 + p_e^2},$$

или

$$\frac{h}{\lambda_0} + m_0 c = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{m_0^{\,2} c^2 + p_e^2}. \quad (14.9)$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e.$$

Закон сохранения импульса можно записать в скалярной форме, если воспользоваться теоремой косинусов (см. диаграмму импульсов, рис. 152):

$$p_e^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_0^2} - \frac{2h^2}{\lambda\lambda_0}\cos\theta = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{2}{\lambda\lambda_0}\cos\theta\right). \quad (14.10)$$

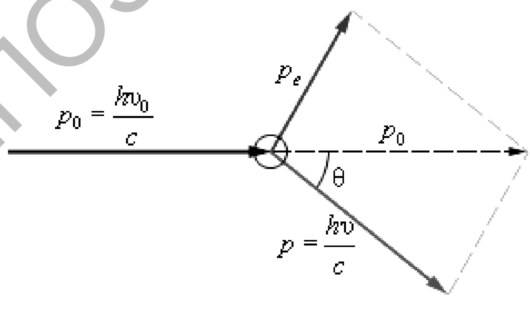


Рис. 152. Диаграмма импульсов при упругом рассеянии фотона на покоящемся электроне.

Перепишем (14.9) в виде:

$$\sqrt{p_e^2+m_0^2c^2}=h\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right)+m_0c\,.$$

Возведем полученное выражение в квадрат:

$$p_e^2+m_0^2c^2=h^2\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right)^2+2hm_0c\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right)+m_0^2c^2\,,$$

или

$$p_e^2=h^2\left(\frac{1}{\lambda_0{}^2}+\frac{1}{\lambda^2}-\frac{2}{\lambda_0\lambda}\right)+2hm_0c\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right). \qquad (14.11)$$

Приравняем (14.10) и (14.11):

$$h^2\left(\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{\lambda_0^2}-\frac{2}{\lambda\lambda_0}\cos\theta\right)=h^2\left(\frac{1}{\lambda_0{}^2}+\frac{1}{\lambda^2}-\frac{2}{\lambda_0\lambda}\right)+2hm_0c\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right).$$

Преобразуем полученное выражение:

$$2m_0c\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0\lambda}\right)=\frac{h}{\lambda^2}+\frac{h}{\lambda_0^2}-\frac{2h}{\lambda_0\lambda}\cos\theta-\frac{h}{\lambda_0^2}-\frac{h}{\lambda^2}+\frac{2h}{\lambda_0\lambda}\,,$$

или

$$m_0c\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0\lambda}\right)=\frac{h}{\lambda_0\lambda}\,(1-\cos\theta)\,.$$

Из последнего уравнения

$$\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}\,(1-\cos\theta)\ \Rightarrow\Delta\lambda=\frac{h}{m_0c}\,(1-\cos\theta)\,. \qquad (14.12)$$

Воспользуемся соотношением

$$\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1-\cos\theta}{2}\,.$$

С учетом этого перепишем (14.12) в виде:

$$\Delta\lambda=\frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}\,. \qquad (14.13)$$

Сравнивая (14.13) и (14.8) получим комптоновскую длину волны:

$$\lambda_{\text{ê}} = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12}\,\text{ì} \ .$$

Таким образом, теоретический расчет, выполненный на основе квантовых представлений, дал исчерпывающее объяснение эффекту Комптона и позволил выразить комптоновскую длину волны $\lambda_{\text{ê}}$ через фундаментальные константы *h, c* и m_0.

Как показывает опыт, в рассеянном излучении наряду со смещенной линией с длиной волны λ наблюдается и несмещенная линия с первоначальной длиной волны λ_0. Это объясняется взаимодействием части фотонов с электронами, сильно связанными с атомами. В этом случае фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Из-за большой массы атома по сравнению с массой электрона атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона, поэтому длина волны λ рассеянного излучения практически не отличается от длины волны λ_0 падающего излучения.

III. ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

15. Основы атомной физики

15.1. Опыты Резерфорда

Наименьшая часть химического элемента, которая является носителем его свойств, называется *атомом*. Атомная физика – раздел физики, в котором изучают строение и свойства атомов. Теоретическая основа атомной физики – квантовая механика. Атом – квантовая структура, которая состоит из ядра и электронов.

Первая попытка создания модели атома на основе накопленных экспериментальных данных принадлежит Дж.Дж. Томсону (1856–1940). Он считал, что атом представляет собой электронейтральную систему шарообразной формы радиусом, примерно равным 10^{-10} м. Положительный заряд атома равномерно распределен по всему объему шара, а отрицательно заряженные электроны находятся внутри него (рис. 153).

Для объяснения линейчатых спектров испускания атомов Томсон пытался определить расположение электронов в атоме и рассчитать частоты их колебаний около положений равновесия. Однако эти попытки не увенчались успехом. Через несколько лет в опытах великого английского физика Э. Резерфорда (1871–1937) было доказано, что модель Томсона неверна.

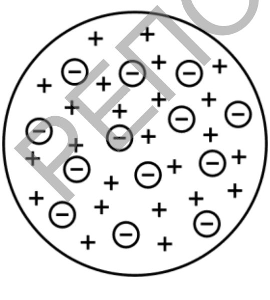


Рис. 153. Модель атома Дж. Томсона.

Первые прямые эксперименты по исследованию внутренней структуры атомов были выполнены Э. Резерфордом и его сотрудниками Э. Марсденом и Х. Гейгером в 1909–1911 гг. Резерфорд предложил применить зондирование атома с помощью α-частиц, которые возникают при радиоактивном распаде радия и некоторых других элементов. Масса α-частиц приблизительно в 7300 раз больше массы электрона, а положительный заряд равен удвоенному элементарному заряду.

В своих опытах Резерфорд использовал α-частицы с кинетической энергией около 5 МэВ (скорость таких частиц очень велика – порядка 10^7 м/с, но она все же значительно меньше скорости света). α-частицы – это полностью ионизированные атомы гелия. Они были открыты Резерфордом в 1899 г. при изучении *явления радиоактивности*. Этими частицами Резерфорд бомбардировал атомы тяжелых элементов (золото, серебро, медь и др.). Электроны, входящие в состав атомов, вследствие малой массы не могут заметно изменить траекторию α-частицы. Рассеяние, т. е. изменение направления движения α-частиц, может вызвать только тяжелая положительно заряженная часть атома. Схема опыта Резерфорда представлена на рис. 154.

От радиоактивного источника, заключенного в свинцовый контейнер, α-частицы направлялись на тонкую металлическую фольгу. Рассеянные частицы попадали на экран, покрытый слоем кристаллов сульфида цинка, способных светиться под ударами быстрых заряженных частиц. Сцинтилляции (вспышки) на экране наблюдались глазом с помощью микроскопа. Наблюдения рассеянных α-частиц в опыте Резерфорда можно было проводить под различными углами φ к первоначальному направлению пучка.

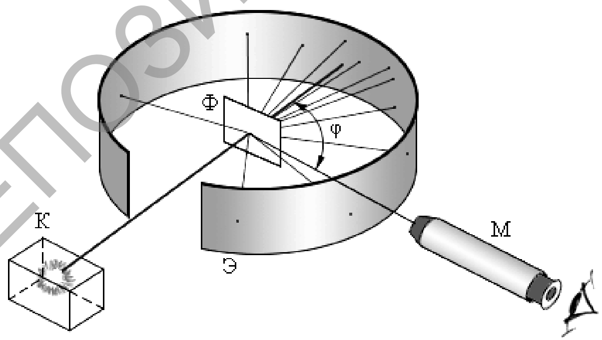


Рис. 154. Схема опыта Резерфорда по рассеянию α-частиц. *К* – свинцовый контейнер с радиоактивным веществом; *Э* – экран, покрытый сернистым цинком; *Ф* – золотая фольга; *М* – микроскоп.

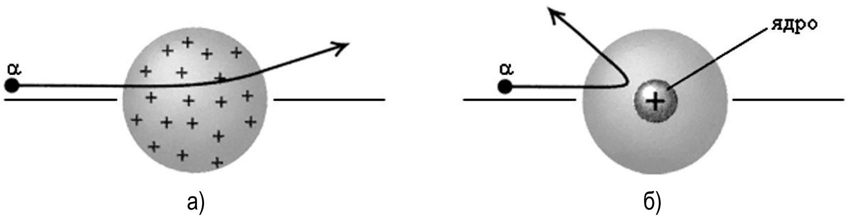


Рис. 155. Рассеяние α -частицы в атоме Томсона (а) и в атоме Резерфорда (б).

Было обнаружено, что большинство α -частиц проходит через тонкий слой металла, практически не испытывая отклонения. Однако небольшая часть частиц отклоняется на значительные углы, превышающие 30°. Очень редкие α -частицы (приблизительно одна на десять тысяч) испытывали отклонение на углы, близкие к 180°.

Этот результат был совершенно неожиданным даже для Резерфорда. Он находился в резком противоречии с моделью атома Томсона, согласно которой положительный заряд распределен по всему объему атома. При таком распределении положительный заряд не может создать сильное электрическое поле, способное отбросить α -частицы назад.

Электрическое поле однородного заряженного шара максимально на его поверхности и убывает до нуля по мере приближения к центру шара. Если бы радиус шара, в котором сосредоточен весь положительный заряд атома, уменьшился в n раз, то максимальная сила отталкивания, действующая на α -частицу по закону Кулона, возросла бы в n^2 раз. Следовательно, при достаточно большом значении n α -частицы могли бы испытать рассеяние на большие углы вплоть до 180°. Эти соображения привели Резерфорда к выводу, что атом почти «пустой», и весь его положительный заряд сосредоточен в малом объеме. Эту часть атома Резерфорд назвал атомным ядром. Так возникла ядерная модель атома. Рис. 155 иллюстрирует рассеяние α -частицы в атоме Томсона и в атоме Резерфорда.

Таким образом, опыты Резерфорда и его сотрудников привели к выводу, что в центре атома находится плотное положительно заряженное ядро, диаметр которого не превышает $10^{-14} \div 10^{-15}$ м. Это ядро занимает только 10^{-12} части полного объема атома, но содержит весь положительный заряд и не менее 99,95 % его массы. Веществу, составляющему ядро атома, следовало приписать колоссальную плотность порядка $\rho \approx 10^{18}$ кг/м^3. Заряд ядра должен быть равен суммарному заряду всех электронов, входящих в состав атома. Впоследствии удалось установить, что если заряд электрона принять за единицу, то заряд ядра в точности равен номеру данного элемента в таблице Менделеева.

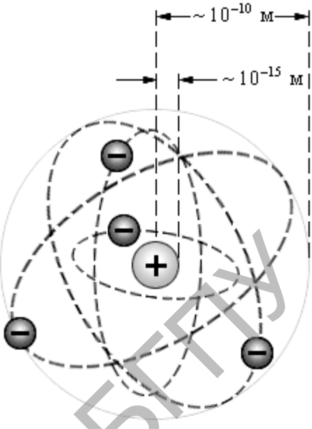


Рис. 156. Планетарная модель атома Резерфорда. Показаны круговые орбиты четырех электронов.

Радикальные выводы о строении атома, следовавшие из опытов Резерфорда, заставляли многих ученых сомневаться в их справедливости. Не исключением был и сам Резерфорд, опубликовавший результаты своих исследований только через два года (в 1911 г.) после выполнения первых экспериментов.

Опираясь на классические представления о движении микрочастиц, Резерфорд предложил *планетарную модель атома*. Согласно этой модели в центре атома располагается положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома. Атом в целом нейтрален. Вокруг ядра, подобно планетам, вращаются под действием кулоновских сил со стороны ядра электроны (рис. 156). Находиться в состоянии покоя электроны не могут, так как они «упали» бы на ядро.

15.2. Трудности классической физики при объяснении микроскопических физических явлений

Модель атома Резерфорда, несомненно, явилась крупным шагом в развитии знаний о строении атома. Она была совершенно необходимой для объяснения опытов по рассеянию α-частиц. Однако она оказалась неспособной объяснить сам факт длительного существования атома, т. е. его устойчивость.

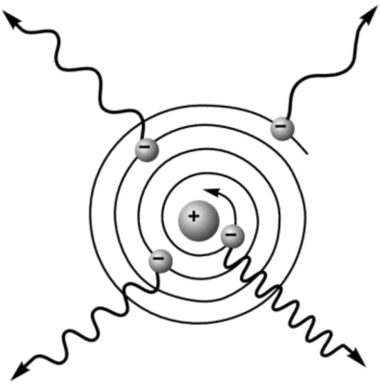


Рис. 157. Неустойчивость классического атома.

Планетарная модель атома, предложенная Резерфордом, – это попытка применения классических представлений о движении тел к явлениям атомных масштабов. Классический атом неустойчив. По законам классической электродинамики движущийся с ускорением заряд должен излучать электромагнитные волны, уносящие энергию. За короткое время (порядка 10^{-8} с) все электроны в атоме Резерфорда должны растратить всю свою энергию и упасть на ядро (рис. 157).

То, что этого не происходит в устойчивых состояниях атома, показывает, что внутренние процессы в атоме не подчиняются классическим законам.

15.3. Постулаты Бора

Следующий шаг в развитии представлений об устройстве атома сделал в 1913 г. выдающийся датский физик Н. Бор. Проанализировав всю совокупность опытных фактов, Бор пришел к выводу, что при описании поведения атомных систем следует отказаться от многих представлений классической физики. Он сформулировал постулаты, которым должна удовлетворять новая теория о строении атомов.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний) гласит: *атомная система может находиться только в особых стационарных или квантовых состояниях, каждому из которых соответствует определенная энергия* E_n. *В стационарных состояниях атом не излучает и не поглощает энергию.*

Этим стационарным состояниям соответствуют определенные орбиты, по которым движутся электроны. Радиусы этих орбит определяются из условия

$$m_e \upsilon r_n = n\frac{h}{2\pi}, \qquad (15.1)$$

где m_e – масса электрона; υ – скорость электрона; r_n – радиус орбиты; h – постоянная Планка; n = 1, 2, 3, …

Т. е. момент импульса электрона ($m_e \upsilon r_n$) может принимать только дискретные значения.

Этот постулат находится в явном противоречии с классической механикой, согласно которой энергия движущегося электрона может быть любой. Он находится в противоречии и с электродинамикой, так как допускает возможность ускоренного движения электронов без излучения электромагнитных волн.

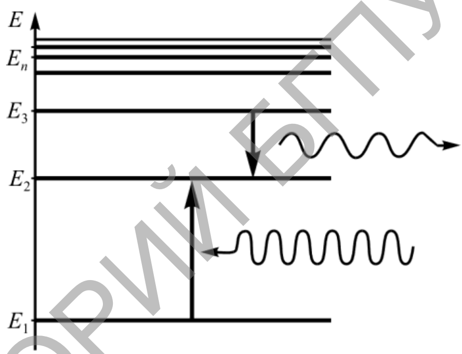


Рис. 158. Энергетические уровни атома и условное изображение процессов поглощения и испускания фотонов.

Второй постулат Бора (правило частот) формулируется следующим образом: *при переходе атома из одного стационарного состояния с энергией E_n в другое стационарное состояние с энергией E_m излучается или поглощается квант, энергия которого равна разности энергий стационарных состояний:*

$$h\nu = E_n - E_m, \tag{15.2}$$

или

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}. \tag{15.3}$$

Согласно постулатам Бора атом характеризуется системой *энергетических уровней*, каждый из которых соответствует определенному стационарному состоянию (рис. 158).

Электрон в атоме обладает потенциальной энергией в электрическом поле, создаваемом ядром. Согласно связи между работой и энергией ($A = -\Delta E_p$) потенциальная энергия максимальна на бесконечности, так как на бесконечности потенциальная энергия полагается равной нулю. Отсюда следует, что значениям механической энергии электрона, движущегося по замкнутой траектории вокруг положительно заряженного ядра, соответствуют отрицательные значения. Поэтому всем стационарным состояниям соответствуют значения энергии $E_p < 0$. При $E_p \geq 0$ электрон удаляется от ядра (ионизация).

Величина $|E_1|$ называется *энергией ионизации*. Состояние с энергией E_1 называется *основным состоянием* атома. Каждому значению E соответствует целое число $n = 1, 2, 3, ...,$ которое называется в квантовой физике атома главным квантовым числом.

Второй постулат Бора также противоречит электродинамике Максвелла, так как частота излучения определяется только изменением энергии атома и никак не зависит от характера движения электрона.

Теория Бора не отвергла полностью законы классической физики при описании поведения атомных систем. В ней сохранились представления об орбитальном движении электронов в кулоновском поле ядра. Классическая ядерная модель атома Резерфорда была дополнена в теории Бора идеей о квантовании электронных орбит. Поэтому теорию Бора иногда называют *полуклассической*.

Простейший из атомов, атом водорода, явился своеобразным тест-объектом для теории Бора. Ко времени создания теории Бора атом водорода был хорошо изучен экспериментально. Он содержит единственный электрон. Ядром атома является протон – положительно заряженная частица, заряд которой равен по модулю заряду электрона, а масса в 1836 раз превышает массу электрона.

Еще в начале XIX века были открыты дискретные спектральные линии в излучении атома водорода в видимой области (так называемый линейчатый спектр). Впоследствии закономерности, которым подчиняются длины волн (или частоты) линейчатого спектра, были хорошо изучены количественно (И. Бальмер, 1885 г.).

Совокупность спектральных линий атома водорода в видимой части спектра была названа серией Бальмера. Позже аналогичные серии спектральных линий были обнаружены в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра. В 1890 г. И. Ридберг получил эмпирическую формулу для частот спектральных линий:

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (15.4)$$

Для серии Бальмера $m = 2$, $n = 3, 4, 5, \ldots$ Для ультрафиолетовой серии (серия Лаймана) $m = 1$, $n = 2, 3, 4, \ldots$ Постоянная R в этой формуле называется постоянной Ридберга. Ее численное значение $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ Гц. До Бора механизм возникновения линейчатых спектров и смысл целых чисел, входящих в формулы спектральных линий водорода (и ряда других атомов), оставались непонятными.

Правило квантования, приводящее к правильным, согласующимся с опытом значениям энергий стационарных состояний атома водорода, было получено Н. Бором. Он предположил, что момент импульса электрона, вращающегося вокруг ядра, может принимать только дискретные значения, кратные постоянной Планка. Для круговых орбит правило квантования Бора записывается в виде (15.1) и позволяет вычислить радиусы стационарных орбит электрона в атоме водорода и определить значения энергий.

Движение электрона вокруг ядра осуществляется под действием кулоновской силы притяжения. Согласно II закону Ньютона

$$F_{\hat{e}} = m_e a,$$

где $a = \upsilon^2 / r_n$ – нормальное (центростремительное) ускорение. Согласно закону Кулона

$$F_{\hat{e}} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = m_e \frac{\upsilon^2}{r_n}, \quad (15.5)$$

где e – заряд электрона. Из уравнения (15.1)

$$\upsilon = \frac{nh}{2\pi m_e r_n}. \quad (15.6)$$

Подставим значение υ в (15.5):

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e}{r_n} \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e^2 r_n^2}.$$

Из последнего уравнения определим радиусы стационарных боровских орбит в атоме водорода r_n:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2 . \qquad (15.7)$$

Из (15.7) видно, что боровские орбиты имеют дискретные значения.

Самой близкой к ядру орбите соответствует значение $n = 1$. Радиус первой орбиты, который называется *боровским радиусом*, равен:

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Радиусы последующих орбит возрастают пропорционально n^2.

Подставим (15.7) в (15.6):

$$\upsilon = \frac{nh}{2\pi m_e} \frac{\pi m_e e^2}{\varepsilon_0 h^2 n^2} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn} . \qquad (15.8)$$

Из (15.8) видно, что скорость электрона имеет также дискретный характер.

Полная механическая энергия E_n системы из атомного ядра и электрона, вращающегося вокруг него по стационарной орбите радиуса r_n, равна сумме их кинетической E_k и потенциальной E_p энергий:

$$E_n = E_k + E_p = \frac{m_e \upsilon^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} . \qquad (15.9)$$

Еще раз отметим, что $E_p < 0$, так как между электроном и ядром действуют силы притяжения. Подставляя в формулу (15.9) выражения для υ и r_n, из(15.8) и (15.7) получим:

$$E_n = \frac{m_e}{2}\left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn}\right)^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\pi m_e e^2}{\varepsilon_0 h^2 n^2} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} - \frac{m_e e^4}{4\varepsilon_0^2 h^2 n^2} .$$

Окончательно:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}\,. \qquad (15.10)$$

Согласно второму постулату Бора при переходе электрона с одной стационарной орбиты с энергией E_n на другую стационарную орбиту с энергией $E_m < E_n$ атом испускает квант света, частота ν которого согласно (15.3) равна $\Delta E/h$. Учитывая (10), получим:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right). \qquad (15.11)$$

Эта формула в точности совпадает с эмпирической формулой Ридберга (15.4) для спектральных серий атома водорода, если положить постоянную R равной:

$$R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}.$$

Подстановка числовых значений m_e, e, ε_0 и h в эту формулу дает результат

$$R = 3{,}29\cdot 10^{15}\ \text{Гц},$$

который очень хорошо согласуется с эмпирическим значением R. Рис. 159 и 160 иллюстрируют образование спектральных серий в излучении атома водорода при переходе электрона с высоких стационарных орбит на более низкие.

Прекрасное согласие боровской теории атома водорода с экспериментом служило веским аргументом в пользу ее справедливости. Однако попытки применить эту теорию к более сложным атомам не увенчались успехом. Бор не смог дать физическую интерпретацию правилу квантования. Это было сделано десятилетием позже де Бройлем на основе представлений о волновых свойствах частиц.

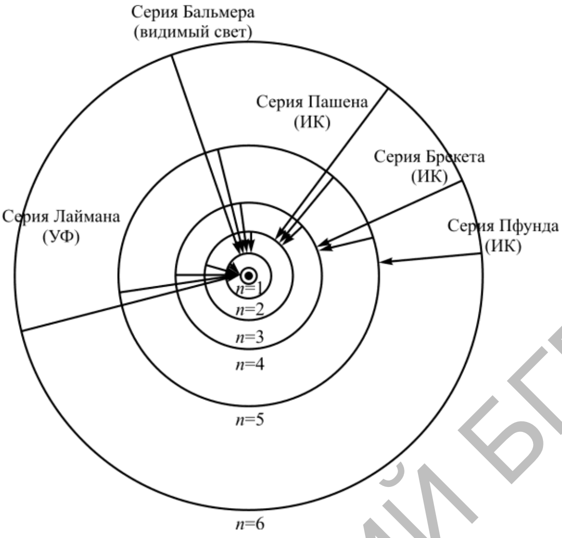


Рис. 159. Стационарные орбиты атома водорода и образование спектральных серий.

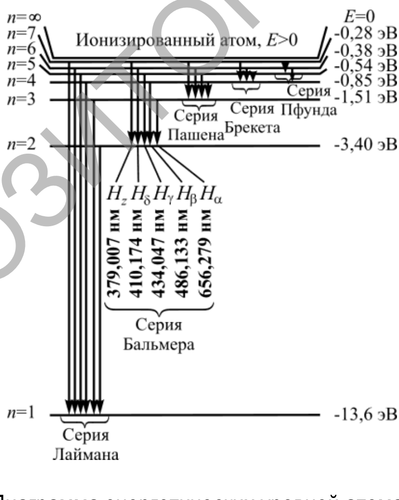


Рис. 160. Диаграмма энергетических уровней атома водорода. Показаны переходы, соответствующие различным спектральным сериям. Для первых пяти линий серии Бальмера в видимой части спектра указаны длины волн.

15.4. Гипотеза де Бройля

В 1923 г. произошло примечательное событие, которое в значительной степени ускорило развитие квантовой физики. Французский физик Л. де Бройль выдвинул гипотезу об *универсальности корпускулярно-волнового дуализма*. Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие микрочастицы материи наряду с корпускулярными обладают также и волновыми свойствами.

Согласно де Бройлю с каждым микрообъектом связаны, с одной стороны, *корпускулярные характеристики* – энергия E и импульс p, а с другой стороны, *волновые характеристики* – частота ν и длина волны λ.

Корпускулярные и волновые характеристики микрообъектов связаны такими же количественными соотношениями, как и у фотона:

$$E = h\nu\,,\;\; p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Гипотеза де Бройля постулировала эти соотношения для всех микрочастиц, в том числе и для таких, которые обладают массой m. Любой частице, обладающей импульсом, сопоставлялся волновой процесс с длиной волны $\lambda = h/p$. Для нерелятивистских частиц ($\upsilon \ll c$), имеющих массу m:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon}\,. \qquad (15.12)$$

Гипотеза де Бройля основывалась на соображениях симметрии свойств материи и не имела в то время опытного подтверждения. Но она явилась мощным толчком к развитию новых представлений о природе материальных объектов. В течение нескольких лет целый ряд выдающихся физиков XX века – В. Гейзенберг, Э. Шредингер, П. Дирак, Н. Бор и др. – разработали теоретические основы новой науки, которая была названа *квантовой* или *волновой механикой*.

15.5. Опытное обоснование корпускулярно-волнового дуализма свойств вещества

Первое экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля было получено в 1927 г. американскими физиками К. Девиссоном и Л. Джермером. Они обнаружили, что пучок электронов, рассеивающийся на кристалле никеля, дает отчетливую дифракционную картину, подобную той, которая возникает при рассеянии на кристалле коротковолнового рентгеновского излучения. В этих экспериментах кристалл играл роль естественной отражающей дифракционной решетки. По положению дифракционных максимумов была определена длина волны электронного пучка, которая оказалась в полном соответствии с формулой де Бройля.

В 1928 г. английский физик Дж.П. Томсон (1892–1975) получил новое подтверждение гипотезы де Бройля. В своих экспериментах (рис. 161) он наблюдал дифракционную картину, возникающую при прохождении пучка электронов через тонкую поликристаллическую фольгу из золота.

В последующие годы опыт Дж. Томсона был многократно повторен с неизменным результатом, в том числе при условиях, когда поток электронов был настолько слабым, что через прибор единовременно могла проходить только одна частица (В.А. Фабрикант, 1948 г.). Таким образом, было экспериментально доказано,

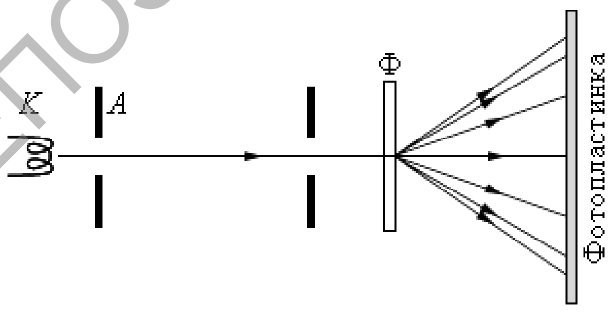


Рис. 161. Упрощенная схема опытов Дж. Томсона по дифракции электронов. *К* – накаливаемый катод, *А* – анод, *Ф* – фольга из золота.

что волновые свойства присущи не только большой совокупности электронов, но и каждому электрону в отдельности.

Впоследствии дифракционные явления были обнаружены также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков. Экспериментальное доказательство наличия волновых свойств микрочастиц привело к выводу о том, что это универсальное явление природы, общее свойство материи. Следовательно, волновые свойства должны быть присущи и макроскопическим телам. Однако вследствие большой массы макроскопических тел их волновые свойства не могут быть обнаружены экспериментально. Например, пылинке массой 10^{-9} г, движущийся со скоростью 0,5 м/с, соответствует волна де Бройля с длиной волны порядка 10^{-21} м, т. е. приблизительно на 11 порядков меньше размеров атомов. Такая длина волны лежит за пределами доступной наблюдению области. Этот пример показывает, что макроскопические тела могут проявлять только корпускулярные свойства.

Рассмотрим еще один пример. Длина волны де Бройля для электрона, ускоренного разностью потенциалов $U = 100$ В, может быть найдена по формуле

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}.$$

Это нерелятивистский случай, так как кинетическая энергия электрона $E_k = eU = 100$ эВ много меньше энергии покоя $E_0 = mc^2 \approx 0{,}5$ МэВ. Расчет дает значение $\lambda \approx 0{,}1$ нм, т. е. длина волны как раз оказывается порядка размеров атома. Для таких электронов кристаллическое вещество является хорошей дифракционной решеткой. Именно такие малоэнергичные электроны дают отчетливую дифракционную картину в опытах по дифракции электронов. В то же время такой электрон, испытавший дифракционное рассеяние на кристалле как волна, взаимодействует с атомами фотопластинки как частица, вызывая почернение фотоэмульсии в какой-то определенной точке (рис. 162).

а) б)

Рис. 162. Картина дифракции электронов на поликристаллическом образце при длительной экспозиции (а) и при короткой экспозиции (б). В случае (б) видны точки попадания отдельных электронов на фотопластинку.

15.6. Волны де Бройля

До сих пор мы не касались вопроса о физическом смысле волн, связанных с движущимися частицами. Волны де Бройля не связаны с распространением в пространстве электромагнитного (или какого-нибудь другого) поля. Можно было попытаться связать их с движущимися электрическими зарядами, однако эксперименты опровергают это.

Известно, что равномерно и прямолинейно движущийся заряд не излучает электромагнитные волны. Однако волновые свойства микрочастиц наблюдаются и в этом случае. Поэтому электромагнитная природа волн де Бройля исключается. Они имеют специфическую природу, не имеющую аналогии в классической физике.

С точки зрения волновой теории максимумы в картине дифракции электронов соответствуют *наибольшей интенсивности волн де Бройля*. В области максимумов, зарегистрированных на фотопластинке, попадает большое число электронов. Но процесс попадания электронов в различные места на фотопластинке не индивидуален. Принципиально невозможно предсказать, куда попадет очередной электрон после рассеяния, существует лишь определенная *вероятность попадания электрона* в то или иное место. Таким образом, описание состояния микрообъекта и его поведения может быть дано только на основе *понятия вероятности*. Это и послужило основанием для своеобразного статистического, вероятностного толкования волн де Бройля.

Таким образом, подтвержденная экспериментально гипотеза де Бройля о *корпускулярно-волновом дуализме* коренным образом изменила представления о свойствах микрообъектов.

Всем микрообъектам присущи и *волновые*, и *корпускулярные свойства*, однако они не являются ни волной, ни частицей в классическом понимании. Разные свойства микрообъектов не проявляются одновременно, они дополняют друг друга, только их совокупность характеризует микрообъект полностью. В этом заключается сформулированный знаменитым датским физиком Н. Бором *принцип дополнительности*. Можно условно сказать, что микрообъекты распространяются, как волны, а обмениваются энергией, как частицы.

Рассматривая атом водорода, де Бройль предложил, что каждая орбита в атоме водорода соответствует волне, распространяющейся по окружности около ядра атома. Стационарная орбита возникает в том случае, когда волна непрерывно повторяет себя после каждого оборота вокруг ядра. Другими словами, стационарная орбита соответствует круговой стоячей волне де Бройля на длине орбиты (рис. 163). Это явление очень похоже на стационарную картину стоячих волн в струне с закрепленными концами.

В стационарном квантовом состоянии атома водорода на длине орбиты должно укладываться по идее де Бройля целое число длин волн λ, т. е.

$$n\lambda_n = 2\pi r_n .$$

Подставляя в это соотношение длину волны де Бройля $\lambda = h/p$, где $p = m_e \upsilon$ – импульс электрона, получим:

$$n\frac{h}{m_e \upsilon} = 2\pi r_n ,$$

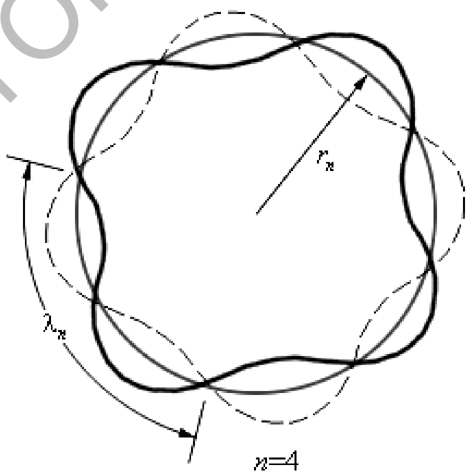


Рис. 163. Иллюстрация идеи де Бройля возникновения стоячих волн на стационарной орбите для случая $n = 4$.

или

$$m_e \upsilon r_n = n\frac{h}{2\pi}.$$

Таким образом, *правила квантования Бора связано с волновыми свойствами электронов.*

Успехи теории Бора в объяснении спектральных закономерностей в изучении атома водорода были поразительны. Стало ясно, что атомы – это квантовые системы. Энергетические уровни стационарных состояний атомов дискретны. Почти одновременно с созданием теории Бора было получено прямое экспериментальное доказательство существования стационарных состояний атома и квантования энергии.

Дискретность энергетических состояний атома была продемонстрирована в опыте Д. Франка и Г. Герца (1913 г.), в котором исследовалось столкновение электронов с атомами ртути. Оказалось, что если энергия электронов меньше 4,9 эВ, то их столкновение с атомами ртути происходит по закону абсолютно упругого удара. Если же энергия электронов равна 4,9 эВ, то столкновение с атомами ртути приобретает характер неупругого удара, т. е. в результате столкновения с неподвижными атомами ртути электроны полностью теряют свою кинетическую энергию.

Это означает, что атомы ртути поглощают энергию электрона и переходят из основного состояния в первое возбужденное состояние:

$$E_2 - E_1 = 4{,}9\ \text{эВ}.$$

Согласно боровской концепции при обратном самопроизвольном переходе атома ртуть должна испускать кванты с частотой

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} = 1{,}2 \cdot 10^{15}\ \text{Гц}.$$

Спектральная линия с такой частотой действительно была обнаружена в ультрафиолетовой части спектра в излучении атомов ртути.

Представление о дискретных состояниях противоречит классической физике. Поэтому возник вопрос, не опровергает ли квантовая теория законы классической физики? Квантовая физика не отменила фундаментальных классических законов сохранения энергии, импульса, электрического разряда и т. д. Согласно сформулированному Н. Бором принципу соответствия квантовая физика включает в себя законы классической физики, и при определенных условиях можно обнаружить переход от квантовых представлений к классическим.

Этот переход можно видеть на примере энергетического спектра атома водорода (рис. 160). При больших квантовых числах $n \gg 1$ дискретные уровни постепенно сближаются, и возникает переход в область непрерывного спектра, характерного для классической физики.

16. Основы квантовой механики

16.1. Волновая функция и ее физический смысл

Представление Бора об определенных орбитах, по которым движутся электроны в атоме, оказалось весьма условным. На самом деле движение электрона в атоме очень мало похоже на движение планет или спутников. Классическая механика не могла правильно описать поведение микрочастиц. Необходимо было создать механику микрочастиц, которая учитывала бы их волновые свойства.

Новая механика получила название квантовой механики. Ее основы были заложены Э. Шредингером, В. Гейзенбергом, П. Дираком и др.

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрообъектов является важнейшей особенностью квантовой теории. В квантовой механике для характеристики состояний объектов в микромире вводится понятие волновой функции Ψ (пси-функции). Она является комплексной функцией координат и времени $\Psi(x, y, z, t)$.

Физический смысл волновой функции сформулировал Борн в 1926 г. Согласно Борну квадрат модуля волновой функции $|\Psi|^2$

определяет вероятность dP нахождения микрочастицы в пределах объема dV пространства:

$$dP = A\left|\Psi\right|^2 dV = A\Psi^*\Psi dV\,, \qquad (16.1)$$

где A – коэффициент пропорциональности; Ψ^* – функция, комплексно сопряженная с Ψ.

Таким образом, величина $\left|\Psi\right|^2$ имеет смысл плотности вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства. Иными словами она определяет интенсивность волн де Бройля.

Из определения волновой функции следует, что она должна удовлетворять условию нормировки вероятностей:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\Psi\right|^2 dV = 1\,. \qquad (16.2)$$

Это означает, что пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице.

Свойства волновой функции:

1. Ψ-функцию можно умножить на произвольное комплексное число C, тогда функции Ψ и $C\Psi$ определяют одно и то же состояние квантовой частицы;

2. Волновая функция подчиняется принципу суперпозиции. Суть этого принципа заключается в следующем. Пусть волновая функция ψ_1 описывает одно состояние квантовомеханической системы (частицы), а функция ψ_2 – второе состояние. Тогда всегда существует состояние системы, описываемое функцией

$$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2\,,$$

где C_1 и C_2 – произвольные комплексные числа.

Принцип суперпозиции в квантовой механике существенно отличается от суперпозиции в классической физике. Например, суперпозиция двух волн в классической физике дает новую волну, которая имеет конкретные характеристики (амплитуда, фаза и т. д.), в квантовой механике суперпозиция характеризуется неопределенностью результатов измерений.

Рассмотрим, например, совокупность собственных значений некоторой физической величины q_i и соответствующих им собственных функций ψ_i. В каждом состоянии величина q имеет определенное значение: в состоянии ψ_1 – значение q_1, в состоянии ψ_2 – значение q_2 и т. д. Согласно принципу суперпозиции возможное состояние описывается функцией

$$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2 .$$

В этом состоянии величина q не будет иметь определенного значения. Она может принимать значения либо q_1, либо q_2. Вероятности получения этих значений равны квадратам модулей коэффициентов C: $|C_1|^2$ и $|C_2|^2$.

3. Согласно пункту 2 пси-функцию любого состояния можно разложить по собственным функциям (собственным функциям соответствуют стационарные состояния с определенными значениями энергии), т. е. представить в виде:

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n . \qquad (16.3)$$

Для состояния, изменяющегося со временем, коэффициент C_n зависит от времени *t*. Квадраты модулей коэффициентов C_n дают вероятность того, что при измерениях, производимых над системой, находящейся в состоянии ψ_n, будут получены соответствующие значения некоторой величины q_n. Поскольку сумма всех таких вероятностей должна быть равна единице, коэффициенты C_n должны удовлетворять условию

$$\sum_n |C_n|^2 = 1 .$$

Это условие всегда выполняется для нормированной волновой функции.

Таким образом, поведение квантовой частицы, которое имеет вероятностный характер, описывается волновой функцией. Волновая функция Ψ является решением основного уравнения квантовой механики – *уравнения Шредингера*.

16.2. Уравнение Шредингера – основное уравнение квантовой механики

Подобно тому как уравнения динамики Ньютона не могут быть получены теоретически, а являются обобщением большого числа экспериментальных данных, уравнение Шредингера также нельзя вывести из каких-либо известных ранее соотношений. Его следует рассматривать как исходное основное предположение, справедливость которого доказывается тем, что вытекающие из него следствия согласуются с опытными фактами.

Основное уравнение нерелятивистской ($\upsilon \ll c$) квантовой механики было получено Шредингером в 1926 г.:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \qquad (16.4)$$

где $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – искомая волновая функция; $\hbar = h/2\pi$ – постоянная Планка; i – мнимая единица; m – масса частицы; U – потенциальная энергия частицы в силовом поле, где частица движется; ∇^2 – оператор Лапласа, действие которого на волновую функцию представляет собой сумму вторых частных производных по координатам:

$$\nabla^2\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}.$$

Уравнение (16.4) называется временным (нестационарным) уравнением Шредингера.

Вид волновой функции Ψ, как следует из (16.4), определяется потенциальной энергией частицы U, т. е. характером тех сил, которые действуют на частицу. Потенциальная энергия частицы есть функция координат и времени, т. е. $U = U(x, y, z, t)$. Для свободной частицы $U = 0$.

Если U не зависит от времени, т. е. $U = U(x, y, z)$ (стационарное поле), то волновая функция Ψ может быть представлена в виде произведения

$$\Psi(x, y, z, t) = \Psi(x, y, z)\cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t}. \qquad (16.5)$$

В (16.5) волновая функция Ψ зависит только от координат $\Psi = \Psi(x, y, z)$, а второй сомножитель зависит только от времени *t*, $E = E_k + E_p$ – полная энергия частицы (E_k – кинетическая, E_p – потенциальная энергия), которая в случае стационарного поля остается постоянной ($E = \text{const}$).

Подставим (16.5) в (16.4):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi e^{-i\frac{E}{\hbar}t} + U\Psi e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = i\hbar\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)\Psi e^{-i\frac{E}{\hbar}t}.$$

Сокращая на общий множитель, получим:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U\Psi = i\hbar\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)\Psi.$$

Раскроем скобки:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U\Psi = E\Psi,$$

или

$$(U - E)\Psi - \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi = 0.$$

Последнее уравнение обычно записывают в виде:

$$\nabla^2\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0. \qquad (16.6)$$

(16.6) – уравнение Шредингера для стационарных состояний (стационарное уравнение Шредингера). Стационарные состояния – это такие состояния, в которых все наблюдаемые физические параметры не меняются с течением времени.

Конкретный вид волновой функции Ψ определяется внешними условиями, в которых находится микрочастица. Математический аппарат квантовой механики позволяет находить волновую функцию частицы, находящейся в заданных силовых полях. Уравнение Шредингера дополняется важными условиями, которые накладываются на волновую функцию:

1. Функция Ψ должна быть непрерывной, конечной и однозначной;

2. Производные Ψ-функции по координатам и времени должны быть непрерывны;

3. Функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема.

Решение уравнения Шредингера для электрона в атоме водорода (или в водородоподобной системе) позволило получить важные результаты.

Оказалось, что состояние электрона в атоме характеризуется набором целых (квантовых) чисел, которые соответствуют измеренным на опыте и сохраняющимся физическим величинам. Главное квантовое число n определяет квантование энергии атома. Для квантования момента импульса электрона в атоме вводится так называемое орбитальное квантовое число l. Проекция момента импульса на любое выделенное в пространстве направление (например, направление вектора индукции магнитного поля) также принимает дискретный ряд значений. Для квантования проекции момента импульса вводится магнитное квантовое число m (не путать с *массой*).

Квантовые числа n, l, m связаны определенными правилами квантования. Например, орбитальное квантовое число l может принимать целочисленные значения от 0 до (n–1). Магнитное квантовое число m может принимать любые целочисленные значения в интервале $\pm l$.

Таким образом, каждому значению главного квантового числа n, определяющему энергетическое состояние атома, соответствует целый ряд комбинаций квантовых чисел l и m. Каждой такой комбинации соответствует определенное распределение вероятности $|\Psi|^2$ обнаружения электрона в том или ином месте объема атома.

Поэтому в квантовой физике электрон рассматривается не как «шарик», а как «электронное облако», плотность которого определяет вероятность нахождения электрона в том или ином месте объема атома.

Состояния, в которых орбитальное квантовое число $l = 0$, описываются сферически симметричными распределениями вероятности. Они называются s-состояниями ($1s$, $2s$, ..., ns, ...). При значениях $l > 0$ сферическая симметрия электронного облака

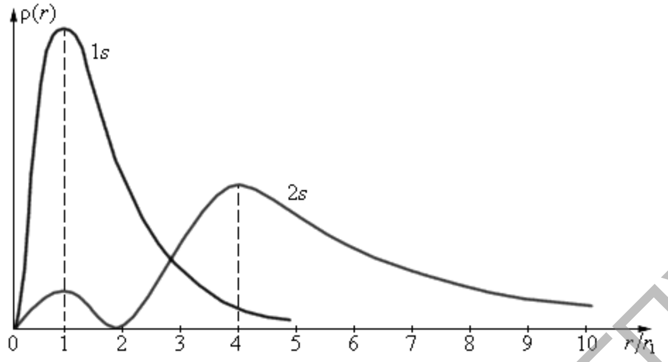


Рис. 164. Распределение вероятности обнаружения электрона в атоме водорода в состояниях 1*s* и 2*s*. $r_1 = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м – радиус первой боровской орбиты.

нарушается. Состояния с $l = 1$ называются *p*-состояниями, с $l = 2$ – *d*-состояниями и т. д.

На рис. 164 изображены кривые распределения вероятности $\rho(r) = 4\pi r^2 |\Psi|^2$ обнаружения электрона в атоме водорода на различных расстояниях от ядра в состояниях 1*s* и 2*s*.

Как видно из рис. 164, электрон в состоянии 1*s* (основное состояние атома водорода) может быть обнаружен на различных расстояниях от ядра. С наибольшей вероятностью его можно обнаружить на расстоянии, равном радиусу r_1 первой боровской орбиты. Вероятность обнаружения электрона в состоянии 2*s* максимальна на расстоянии $r = 4r_1$ от ядра. В обоих случаях атом водорода можно представить в виде сферически симметричного электронного облака, в центре которого находится ядро.

16.3. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

В классической механике состояние материальной точки (частицы) в каждый момент времени характеризуется ее положением (координатами) и импульсом (скоростью). Реальные микрочастицы – электроны, протоны, атомы и др. – более сложные объекты.

Нельзя характеризовать мгновенное состояние микрочастицы точными значениями ее координат и импульса.

Причина этого в том, что всякая микрочастица проявляет и *корпускулярные*, и *волновые свойства*.

Таким образом, на законы классической механики наложены определенные ограничения при описании движения микрочастиц. Одним из таких ограничений является *соотношение неопределенностей Гейзенберга*. Его можно получить, рассмотрев дифракцию электронов на щели.

С точки зрения волновой теории максимумы в картине дифракции электронов соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. В области максимумов, зарегистрированных на фотопластинке, попадает большое число электронов. Но процесс попадания электронов в различные места на фотопластинке не индивидуален. Принципиально невозможно предсказать, куда попадет очередной электрон после рассеяния, существует лишь определенная вероятность попадания электрона в то или иное место.

Дифракционные явления проявляются наиболее отчетливо, когда размеры препятствия, на котором происходит дифракция волн, соизмеримы с длиной волны. Это относится к волнам любой физической природы. Для волн де Бройля естественной дифракционной решеткой является упорядоченная структура кристалла с пространственным периодом порядка размеров атома ($\sim$ 0,1 нм). Препятствие таких размеров (например, отверстие в непрозрачном экране) невозможно создать искусственно, но для уяснения природы волн де Бройля можно ставить мысленные эксперименты.

Рассмотрим, например, дифракцию электронов на одиночной щели ширины Δy (рис. 165).

Более 85 % всех электронов, прошедших через щель, попадут в центральный дифракционный максимум. Угловая полуширина φ этого максимума находится из условия минимума при дифракции на щели:

$$\Delta y \sin\varphi = k\lambda ,$$

k = 1 – первый минимум.

Тогда

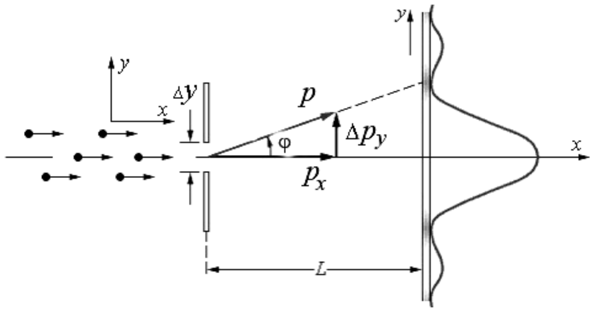


Рис. 165. Дифракция электронов на щели. График справа – распределение электронов на фотопластинке.

$$\Delta y \sin\varphi = \lambda ,$$

или

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{\Delta y} .$$

Это формула волновой теории. С корпускулярной точки зрения можно считать, что при пролете через щель электрон приобретает дополнительный импульс в перпендикулярном направлении. Пренебрегая 15 % электронов, которые попадают на фотопластинку за пределами центрального максимума, можно считать, что максимальное значение Δp_y поперечного импульса равно:

$$\Delta p_y = p\sin\varphi = \frac{h}{\lambda}\sin\varphi ,$$

где $p = h/\lambda$ – модуль полного импульса электрона, согласно де Бройлю; h – постоянная Планка; λ – длина волны де Бройля. Величина импульса p при прохождении электрона через щель не меняется, так как остается неизменной длина волны λ .

Из этих соотношений следует:

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda}\sin\varphi = \frac{h}{\lambda}\frac{\lambda}{\Delta y} = \frac{h}{\Delta y} .$$

Квантовая механика вкладывает в это простое на вид соотношение, являющееся следствием волновых свойств микрочастицы, чрезвычайно глубокий смысл. Прохождение электронов через щель является экспериментом, в котором y – координата электрона – определяется с точностью Δy. Величину Δy называют *неопределенностью измерения координаты*.

В то же время точность определения y – составляющей импульса электрона в момент прохождения через щель – равна Δp_y или даже больше, если учесть побочные максимумы дифракционной картины. Эту величину называют *неопределенностью проекции импульса*. Таким образом, величины Δy и Δp_y связаны соотношением

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq h .$$

Такие же соотношения можно записать и для координат x и z:

$$\begin{aligned} &\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h; \\ &\Delta y \cdot \Delta p_y \geq h; \\ &\Delta z \cdot \Delta p_z \geq h. \end{aligned} \tag{16.7}$$

Соотношение (16.7) называется соотношением (принципом) неопределенностей Гейзенберга для координат и импульса.

Величины Δy и Δp_y нужно понимать в том смысле, что микрочастицы в принципе не имеют одновременно точного значения координаты и соответствующей проекции импульса. Соотношение неопределенностей не связано с несовершенством применяемых приборов для одновременного измерения координаты и импульса микрочастицы. Оно является проявлением двойственной корпускулярно-волновой природы материальных микрообъектов.

Используя связь между импульсом и энергией частицы ($E = pc$, где c – скорость света), можно показать, что

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h . \tag{16.8}$$

Соотношение (16.8) называется *соотношением неопределенностей Гейзенберга* для энергии и времени.

Соотношение (16.8) означает, что чем короче время существования какого-то состояния или время, отведенное для его наблюдения, тем с меньшей определенностью можно говорить об энергии этого состояния. И наоборот, чем больше это время, тем с большей точностью определена энергия состояния.

Если состояние стационарно, то оно может существовать бесконечно долго. Именно по этой причине энергия стационарного состояния имеет вполне определенное значение.

Соотношение неопределенностей (16.7) позволяет оценить, в какой мере можно применять к микрочастицам понятия классической механики. Оно показывает, в частности, что к микрообъектам неприменимо классическое понятие траектории, так как движение по траектории характеризуется в любой момент времени определенными значениями координат и скорости. Принципиально невозможно указать траекторию, по которой двигался какой-то конкретный электрон после прохождения щели до фотопластинки в рассмотренном мысленном эксперименте.

Однако при определенных условиях соотношение неопределенностей не противоречит классическому описанию движения тел, в том числе и микрочастиц. Например, электронный пучок в кинескопе телевизора при вылете из электронной пушки имеет диаметр Δy порядка 10^{-3} см. В современном телевизоре ускоряющее напряжение $U \approx 15$ кВ. Легко подсчитать импульс электрона: $p = 6{,}6 \cdot 10^{-23}$ кг·м/с. Этот импульс направлен вдоль оси трубки.

Из соотношения неопределенностей следует, что электронам при формировании пучка сообщается неконтролируемый импульс Δp_y, перпендикулярный оси пучка: $\Delta p_y \approx h/\Delta y \approx 6{,}6 \cdot 10^{-29}$ кг·м/с.

Пусть до экрана кинескопа электроны пролетают расстояние $L \approx 0{,}5$ м. Тогда размытие Δl пятна на экране, обусловленное волновыми свойствами электрона, составит (рис. 165)

$$\Delta l \approx \frac{\Delta p_y}{p} L \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ см.}$$

Поскольку $\Delta l \ll \Delta y$, движение электронов в кинескопе телевизора можно рассматривать с помощью законов классической механики. Таким образом, с помощью соотношения неопределенностей можно выяснить, справедливы или нет законы классической физики в тех или иных случаях.

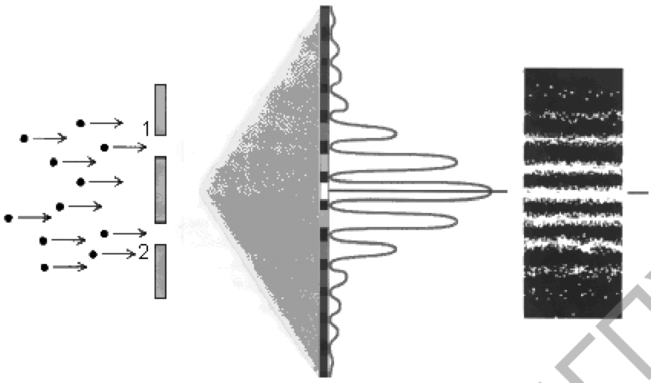


Рис. 166. Дифракция электронов на двух щелях.

Рассмотрим еще один мысленный эксперимент – дифракцию электронного пучка на двух щелях (рис. 166). Схема этого эксперимента совпадает со схемой оптического интерференционного опыта Юнга.

Анализ этого эксперимента позволяет проиллюстрировать логические трудности, возникающие в квантовой теории. Те же проблемы возникают при объяснении оптического опыта Юнга, исходя из концепции фотонов.

Если в опыте по наблюдению дифракции электронов на двух щелях закрыть одну из щелей, то интерференционные полосы исчезнут, и фотопластинка зарегистрирует распределение электронов, продифрагировавших на одной щели (рис. 165). В этом случае все электроны, долетающие до фотопластинки, проходят через единственную открытую щель. Если же открыты обе щели, то появляются интерференционные полосы, и тогда возникает вопрос, через какую из щелей пролетает тот или иной электрон?

Психологически очень трудно смириться с тем, что ответ на этот вопрос может быть только один: электрон пролетает через обе щели. Мы интуитивно представляем себе поток микрочастиц как направленное движение маленьких шариков и применяем для описания этого движения законы классической физики. Но электрон (и любая другая микрочастица) обладает не только корпускулярными, но и *волновыми свойствами*.

Легко представить, как электромагнитная световая волна проходит через две щели в оптическом опыте Юнга, так как волна не локализована в пространстве. Но если принять концепцию фотонов, то мы должны признать, что каждый фотон тоже не локализован. Невозможно указать, через какую из щелей пролетел фотон, как невозможно проследить за траекторией движения фотона до фотопластинки и указать точку, в которую он попадет. Опыт показывает, что даже в том случае, когда фотоны пролетают через интерферометр «поштучно», интерференционная картина после пролета многих независимых фотонов все равно возникает. Поэтому в квантовой физике делается вывод: фотон интерферирует сам с собой.

Все вышесказанное относится и к опыту по дифракции электронов на двух щелях. Вся совокупность известных экспериментальных фактов может найти объяснение, если принять, что дебройлевская волна каждого отдельного электрона проходит одновременно через оба отверстия, в результате чего и возникает интерференция. «Поштучный» поток электронов тоже дает интерференцию при длительной экспозиции, т. е. электрон, как и фотон, интерферирует сам с собой.

17. Ядерная физика

17.1. Строение и основные характеристики атомных ядер

В опытах по рассеянию α-частиц веществом Резерфорд установил, что основная масса атома сосредоточена в его центральной части и занимает сравнительно небольшой объем. Эта часть была названа ядром.

Важнейшей характеристикой ядра является его заряд и масса. Атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Протоны имеют положительный заряд, численно равный заряду электрона. Нейтроны не имеют заряда – они нейтральные. Протоны и нейтроны, из которых состоит ядро, называются *нуклонами*.

Ядра всех атомов заряжены положительно. Одной из важнейших характеристик атомного ядра является *зарядовое число*. Оно равно количеству протонов (Z), содержащихся в ядре, и определяет его заряд

$$q_{ÿ} = +Ze, \tag{17.1}$$

где e – заряд электрона. Число Z определяет порядковый номер химического элемента в периодической системе Менделеева.

Масса атомного ядра определяется числом нуклонов (протонов и нейтронов) в ядре и практически совпадает с массой атома, потому что масса всех электронов атома составляет примерно $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ часть массы ядра. Массы атомов и ядер принято измерять в *атомных единицах массы* – а. е. м.

За одну атомную единицу массы принята 1/12 часть массы изотопа углерода C^{12}: 1а. е. м. = $1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ кг.

Масса протона: m_p = 1,00728 а. е. м.

Масса нейтрона: m_n = 1,00867 а. е. м.

Массовое число A – это ближайшее целое число к массе ядра, выраженное в а. е. м. Массовое число очевидно равно числу нуклонов (т. е. сумме протонов и нейтронов) в ядре. Если обозначить через N число нейтронов в ядре, то

$$A = Z + N, \tag{17.2}$$

где Z – число протонов в ядре; N – число нейтронов в ядре.

Для обозначения ядер применяется символ ${}_{Z}X^{A}$ или X_{Z}^{A}, где X – символ химического элемента.

Ядра с одинаковыми Z, но разными A называются *изотопами*. Большинство химических элементов имеют по нескольку стабильных изотопов, например: ${}_{8}O^{16}$, ${}_{8}O^{17}$, ${}_{8}O^{18}$.

Ядра с одинаковыми A, но разными Z называются *изобарами* и являются разными химическими элементами.

Линейные размеры различных ядер составляют $\sim 10^{-13}$ см, т. е. в ~ 100000 раз меньше диаметра атома.

Несмотря на огромное взаимное отталкивание протонов, находящихся на расстояниях $\sim 10^{-13}$ см, ядро является устойчивым образованием. Устойчивость ядер означает, что между нуклонами в ядре действуют особые силы, называемые ядерными. Ядерное взаимодействие между нуклонами получило название сильного взаимодействия. Его можно описать с помощью поля ядерных сил.

Основные особенности ядерных сил:

1. Ядерные силы *короткодействующие*. Их радиус действия имеет порядок $\sim 10^{-13}$ см. На расстояниях, меньших 10^{-13} см, притяжение нуклонов сменяется отталкиванием;

2. Сильное взаимодействие не зависит от электрического заряда нуклонов. Ядерные силы, действующие между двумя протонами, между протоном и нейтроном, двумя нейтронами имеют одинаковую величину. Это свойство называется *зарядовой независимостью* ядерных сил;

3. Ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов нуклонов;

4. Ядерные силы не являются *центральными*. Их нельзя представить действующими вдоль прямой, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов;

5. Ядерные силы обладают свойствами *насыщения*. Это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом нуклонов. Насыщение проявляется в том, что удельная энергия связи нуклонов (т. е. энергия связи, приходящаяся на один нуклон) в ядре с увеличением числа нуклонов не растет, а остается примерно постоянной.

В квантово-полевом описании взаимодействие между нуклонами осуществляется посредством обмена частицами – переносчиками взаимодействия – π -мезонами.

В ядерной физике при решении различных задач, связанных со строением ядра, большую роль играют ядерные модели, представляющие собой упрощенные схемы строения ядра.

Первой моделью ядра была *капельная модель*, предложенная Френкелем. Ядро представляется, как заряженная капля жидкости. Капельная модель позволила вывести полуэмпирическую формулу для энергии связи частиц в ядре. Кроме того, эта модель помогла объяснить процесс деления тяжелых ядер.

Согласно *оболочечной модели* ядра нуклоны движутся практически независимо в поле, создаваемом самими нуклонами.

При этом нуклоны в ядре находятся в определенных энергетических состояниях, т. е. занимают дискретные энергетические уровни. Полностью заполненная оболочка образует особо устойчивое образование.

17.2. Энергия связи и устойчивость ядер

Из-за наличия ядерных сил, удерживающих нуклоны в ядре, для удаления нуклона из ядра необходимо затратить какую-то энергию.

Физическая величина, равная работе, которую необходимо совершить для удаления нуклона из ядра без сообщения ему кинетической энергии, называется *энергией связи* нуклона в ядре. Полная энергия связи ядра определяется работой, которую необходимо совершить для расщепления ядра на составляющие его нуклоны без сообщения им кинетической энергии.

Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра из составляющих его нуклонов должна выделяться такая же энергии связи.

Точные измерения показывают, что масса ядра $m_{\text{ÿ}}$ *всегда меньше* суммы масс составляющих его нуклонов. Уменьшение суммарной массы нуклонов при образовании из них ядра можно объяснить выделением энергии связи при образовании ядра. Из теории относительности вытекает взаимосвязь между энергией и массой покоя:

$$E = mc^2 , \tag{17.3}$$

где c – скорость света в вакууме. Если обозначить через $E_{\text{ñâ}}$ величину энергии связи, выделяющуюся при образовании ядра, то соответствующая этой энергии масса Δm, найденная из (17.3), характеризует уменьшение суммарной массы нуклонов при образовании ядра из составляющих его нуклонов:

$$\Delta m = \frac{E_{\text{ñâ}}}{c^2} . \tag{17.4}$$

Величина Δm называется *дефектом массы*, т. е. это разность между суммами масс протонов и нейтронов, составляющих ядро, и массой самого ядра. Если ядро массой $m_{\text{ÿ}}$ образованно из Z

протонов массой $m_{{}_1p^1}$ и $(A-Z)$ нейтронов массой $m_{{}_0n^1}$, то величина Δm может быть рассчитана следующим образом:

$$\Delta m = Zm_{{}_1p^1} + (A-Z)\,m_{{}_0n^1} - m_{\text{я}}. \tag{17.5}$$

Зная дефект масс, всегда можно рассчитать энергию связи:

$$E_{\text{св}} = \Delta m c^2 = \left[Zm_{{}_1p^1} + (A-Z)\,m_{{}_0n^1} - m_{\text{я}} \right] c^2. \tag{17.6}$$

Если добавить к уменьшаемому и вычитаемому в (17.6) одинаковую величину $Zm_{{}_{-1}e^0}$, равную сумме масс электронов, вращающихся вокруг ядра, то соотношение (17.6) не изменится:

$$E_{\text{св}} = \left[Zm_{{}_1p^1} + Zm_{{}_{-1}e^0} + (A-Z)\,m_{{}_0n^1} - (m_{\text{я}} + Zm_{{}_{-1}e^0}) \right] c^2 =$$
$$= \left[Z(m_{{}_1p^1} + m_{{}_{-1}e^0}) + (A-Z)\,m_{{}_0n^1} - m_{\text{А}} \right] c^2 =$$
$$= \left[Zm_{{}_1\mathrm{H}^1} + (A-Z)\,m_{{}_0n^1} - m_{\text{А}} \right] c^2, \tag{17.7}$$

где $m_{{}_1\mathrm{H}^1} = m_{{}_1p^1} + m_{{}_{-1}e^0}$ – масса атома водорода; $m_{\text{А}} = m_{\text{я}} + Zm_{{}_{-1}e^0}$ – масса атома.

Формула (17.7) удобнее для использования, так как в таблицах обычно даются не массы ядер, а массы атомов.

В ядерной физике энергию обычно измеряют в мегаэлектронвольтах (МэВ) (электронвольт – это энергия, которую приобрел электрон, пройдя разность потенциалов 1 В). Согласно теории относительности 1 а. е. м. соответствует энергия:

$$1\,\text{а.е.м.} \cdot c^2 = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{кг} \cdot 9 \cdot 10^{16}\,\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = 1{,}491 \cdot 10^{-10}\,\text{Дж} \approx 931\,\text{МэВ}.$$

Если дефект массы выражать в а. е. м., то энергию связи можно рассчитать по формуле

$$E_{\text{св}} = \Delta m\,(\text{а.е.м.}) \cdot 931\,\text{МэВ} =$$
$$= \left[Zm_{{}_1H^1} + (A-Z)\,m_{{}_0n^1} - m_{\text{А}} \right] \cdot 931\,\text{МэВ}. \tag{17.8}$$

Для сравнения ядер вместо энергии связи удобнее рассматривать *удельную энергию связи*, т. е. энергию связи, приходящуюся на один нуклон $\frac{E_{\text{ñâ}}}{A}$, где A – число нуклонов в ядре (рис. 167).

На рисунке приведен график зависимости удельной энергии связи от массового числа A. Сильнее всего нуклоны связаны в ядрах с массовыми числами 50–60 ($\sim$ 8,7 МэВ/нуклон). С ростом A удельная энергия связи постепенно уменьшается – для урана (A = 238) она составляет 7,6 МэВ/нуклон.

Такая зависимость удельной энергии связи делает энергетически выгодными ядерные реакции двух типов:

1) деление тяжелых ядер на несколько более легких;

2) слияние (синтез) легких ядер в более тяжелое ядро.

Первый тип реакции осуществляется при делении ядра урана, второй – при синтезе дейтерия и трития в ядро гелия. В обоих случаях при реакциях выделяется очень большое количество энергии.

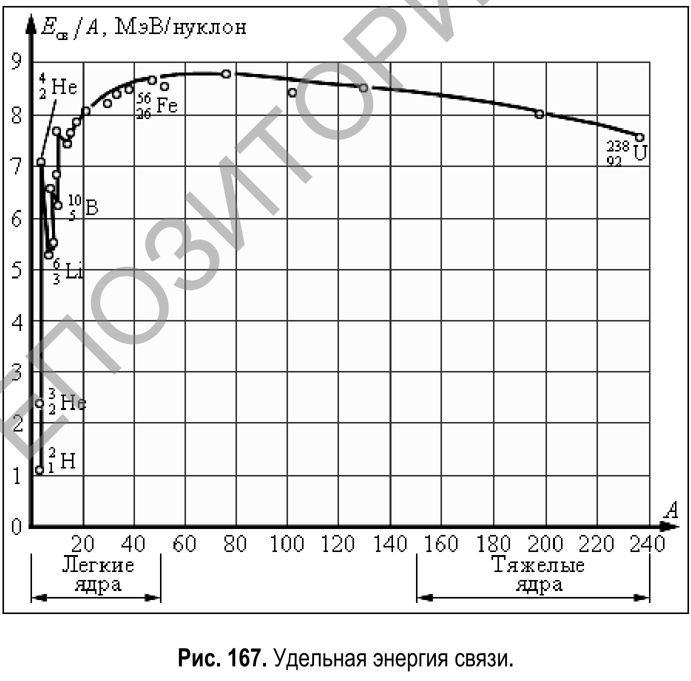


Рис. 167. Удельная энергия связи.

17.3. Радиоактивный распад. Закон радиоактивного распада

Радиоактивностью называется *самопроизвольное* превращение одних ядер в другие, сопровождаемое испусканием элементарных частиц. Различают естественную и искусственную радиоактивность.

Естественная радиоактивность встречается у неустойчивых ядер, существующих в природных условиях.

Радиоактивность ядер, полученных посредством ядерных реакций, называется искусственной. Между искусственной и естественной радиоактивностью нет принципиальных различий. Процесс радиоактивного распада в обоих случаях подчиняется одному закону.

Закон радиоактивного распада. Превращения отдельных радиоактивных ядер происходят независимо друг от друга. Следовательно, можно считать, что количество распавшихся ядер dN за время dt пропорционально как числу имеющихся ядер N, так и промежутку времени dt:

$$dN = -\lambda N dt, \qquad (17.9)$$

где λ – постоянная распада (коэффициент пропорциональный вероятности распада радиоактивного ядра, различный для разных радиоактивных ядер). Знак «–» показывает, что $dN < 0$, так как число нераспавшихся ядер убывает (т. е. dN – приращение числа нераспавшихся ядер). Разделим переменные в (17.9):

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt. \qquad (17.10)$$

Проинтегрируем (17.10) с условием, что нижние пределы соответствуют начальным условиям $t = 0,\ N = N_0$ (N_0 – начальное число ядер):

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt.$$

После интегрирования получим:

$$\ln \frac{N_0}{N} = -\lambda dt. \qquad (17.11)$$

Из (17.11) получим:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{17.12}$$

где N_0 – начальное число ядер в момент времени $t = 0$; N – число нераспавшихся ядер в момент времени t.

(17.12) – основной закон радиоактивного распада: число нераспавшихся ядер убывает со временем по экспоненциальному закону.

Число ядер ΔN, распавшихся за время t, определяется следующим образом:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \left(1 - e^{-\lambda t}\right). \tag{17.13}$$

Время T, за которое распадается половина от первоначального количества ядер, называется *периодом полураспада*. Его можно определить из условия

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T}.$$

Тогда

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}. \tag{17.14}$$

Периоды полураспада известных радиоактивных ядер лежат в пределах от $\sim 10^{-7}$ с до $\sim 5 \cdot 10^{15}$ лет.

Все радиоактивные препараты характеризуются активностью распада – числом распадов ядер в единицу времени:

$$a = \left| \frac{dN}{dt} \right|. \tag{17.15}$$

С учетом (17.9) из (17.15) получим:

$$a = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \left| \frac{-\lambda N dt}{dt} \right| = \lambda N. \tag{17.16}$$

За единицу активности принимают 1 Кюри (Ки). 1 Ки – это активность такого препарата, в котором за 1 с происходит $3{,}7 \cdot 10^{10}$ актов распада. В системе СИ единица активности Беккерель (Бк) – 1 распад за 1 с. 1 Ки = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк.

17.4. α-, β-распад, γ-излучение

Естественная радиоактивность была открыта французским ученым А. Беккерелем. В процессе исследований было обнаружено, что радиоактивное вещество является источником трех видов излучения.

Первое – так называемые α-лучи, отклоняемые магнитным полем в сторону, в которую отклонялись бы положительно заряженные частицы. Второе – β-лучи, отклоняющиеся под действием магнитного поля в противоположную α-лучам сторону. Третье – γ-лучи, которые не отклонялись магнитным полем. Позднее было выяснено, что γ-лучи представляют собой коротковолновое электромагнитное излучение.

Альфа-распад: самопроизвольное превращение ядра в другое с испусканием α-частицы, т. е. ядра атома гелия $_2\mathrm{He}^4$. α-распад протекает по схеме:

$$_Z X^A \to {}_{Z-2}Y^{A-4} + {}_2\mathrm{He}^4 .$$

X – символ распадающегося (материнского) ядра, Y – символ образующегося (дочернего) ядра. Так как дочернее ядро может образоваться в возбужденном состоянии, то при переходе в основное состояние им испускаются кванты γ-излучения. Поэтому α-распад сопровождается γ-излучением. Пример α-распада – распад урана с образованием тория:

$$_{92}\mathrm{U}^{238} \to {}_{90}\mathrm{Th}^{234} + {}_2\mathrm{He}^4 .$$

β-*распад*: существуют три разновидности β-распада. В одном случае ядро при превращении испускает электрон $_{-1}e^0$, в другом – позитрон $_{+1}e^0$. В третьем случае, называемым электронным захватом (*K*-захват), ядро поглощает один из электронов внутренней *K* оболочки (реже *L* или *M* оболочки).

Первый вид распада (β^--распад, или электронный распад) протекает по схеме:

$$_Z X^A \to {}_{Z+1}Y^A + {}_{-1}e^0 + \tilde{\nu} .$$

Одновременно с электроном испускается еще одна элементарная частица – антинейтрино.

Второй вид распада (β^+-распад, или позитронный распад) протекает по схеме:

$$_Z X^A \to {}_{Z-1}Y^A + {}_{+1}e^0 + \nu .$$

Одновременно с позитроном испускается еще одна элементарная частица – нейтрино.

Третий вид распада (*K*-захват) происходит по схеме:

$$_Z X^A + {}_{-1}e^0 \to {}_{Z-1}Y^A + \nu .$$

Место в электронной оболочке, освобожденное захваченным электроном, заполняется электронами из вышележащих оболочек, в результате чего при переходах электронов испускаются рентгеновские лучи. Поэтому электронный захват легко обнаруживается по сопровождающему его рентгеновскому излучению.

17.5. Ядерные реакции, искусственная радиоактивность. Деление ядер, цепные реакции. Реакции синтеза и условия их осуществления

Ядерные реакции. Ядерной реакцией называется процесс сильного взаимодействия атомного ядра с элементарной частицей или с другим ядром, приводящий к образованию нового ядра или ядер.

Наиболее распространенным видом ядерной реакции является взаимодействие легкой частицы a с ядром X, в результате чего образуется ядро Y и легкая частица b:

$$X + a \to Y + b .$$

В качестве частиц a и b могут быть нейтроны, протоны, α-частицы, γ-кванты и т. д.

При написании уравнения любой ядерной реакции должны соблюдаться следующие правила:

1. Алгебраическая сумма зарядовых чисел Z ядер и частиц, вступающих в реакцию, должна быть равна алгебраической сумме зарядовых чисел конечных продуктов ядерной реакции;

2. Сумма массовых чисел A исходных продуктов ядерной реакции должна быть равна сумме массовых чисел конечных продуктов ядерной реакции.

Ядерные реакции могут сопровождаться как выделением, так и поглощением энергии. Энергия реакции может быть рассчитана следующим образом:

$$E = \sum m_1 - \sum m_2 \;\; c^2 ,$$

где $\sum m_1$ – сумма масс ядер и частиц до реакции; $\sum m_2$ – сумма масс ядер и частиц после реакции; c – скорость света.

Если, например, сумма масс образующихся ядер и частиц больше суммы масс исходных ядер и частиц, то реакция идет с поглощением энергии и энергия реакции отрицательная (т. е. энергия поглощается).

Первую ядерную реакцию осуществил Э. Резерфорд: в результате бомбардировки ядер азота α-частицами образовывался кислород и испускался протон:

$${}_7\mathrm{N}^{14} + {}_2\mathrm{He}^4 \rightarrow {}_8\mathrm{O}^{17} + {}_1p^1 .$$

Деление ядер. Цепная реакция. В 1938 г. О. Ган (1879–1968) и Ф. Штрассман (1902–1980) обнаружили, что при облучении урана нейтронами образуются элементы из середины периодической таблицы. Объяснение этого явления дали немецкие ученые О. Фриш (1904–1979) и Л. Мейтнер (1878–1968). Они предположили, что захватившее нейтрон ядро урана делится на две части, получившие названия осколков деления, с соотношениями масс 2:3. Удельная энергия связи для ядер средней массы примерно на 1 МэВ больше, чем у тяжелых. Следовательно, при делении тяжелых ядер должно выделяться большое количество энергии. Но особенно важным оказалось, что при делении каждого ядра высвобождается несколько нейтронов. Например:

$${}_{92}\mathrm{U}^{238} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{55}\mathrm{Cs}^{140} + {}_{37}\mathrm{Rb}^{94} + 2\,{}_0n^1 .$$

Испускание нескольких нейтронов при делении ядер U^{235}, Pu^{239}, U^{233} дает возможность осуществить *цепную ядерную реакцию*. Испущенные при делении одного ядра два нейтрона могут вызвать деление двух других ядер, в результате чего будет испущено 4 нейтрона, которые вызовут деление 4 ядер и т. д. (рис. 168). Таким

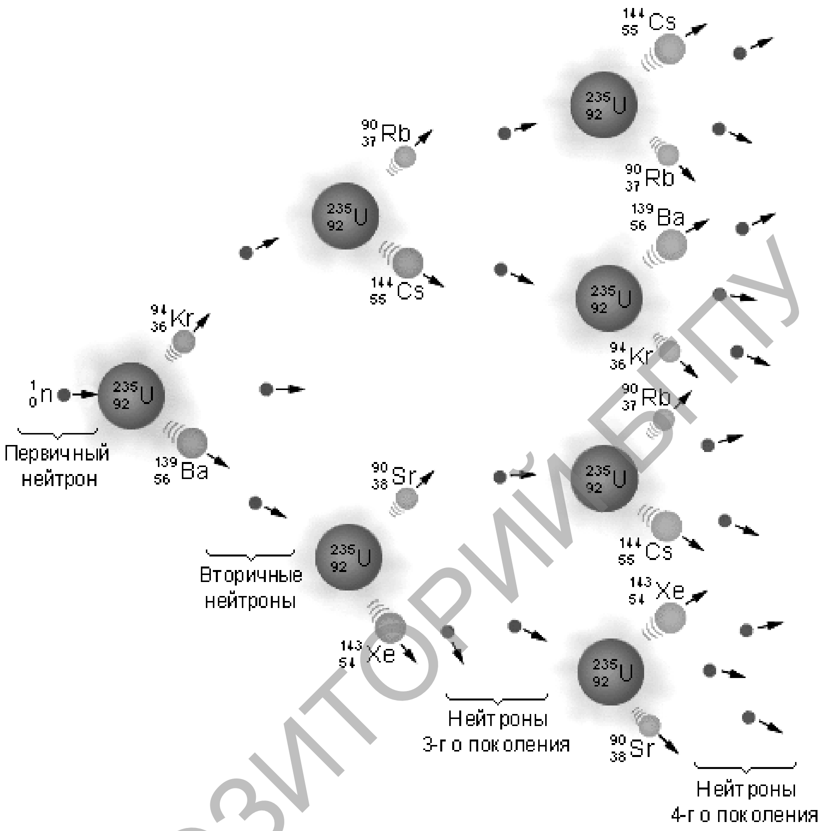


Рис. 168. Цепная реакция деления урана.

образом, количество делящихся ядер нарастает в геометрической прогрессии. Однако если масса U, Pu меньше критической, то большинство нейтронов вылетает наружу, не вызывая деление ядер. Если масса больше критической, нейтроны быстро размножаются и реакция деления приобретает взрывной характер. На этом основано действие атомной бомбы.

С помощью специальных устройств, применяемых в ядерных реакторах, уменьшают коэффициент размножения нейтронов, осуществляя управляемую цепную реакцию с получением большого количества энергии (рис. 169).

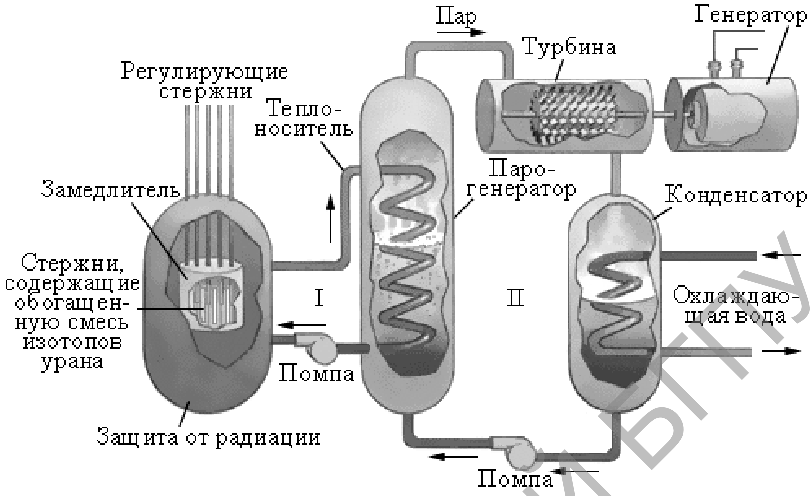


Рис. 169. Ядерный реактор.

Ядерный синтез, т. е. слияние двух легких ядер в одно, также сопровождается выделением огромного количества энергии. Поскольку для синтеза ядер необходимы очень высокие температуры (для сближения ядер на расстояния, при которых осуществляется синтез более тяжелого ядра), этот процесс называется *термоядерным* (температура порядка сотен миллионов градусов).

Особенно благоприятны условия для синтеза ядер дейтерия (тяжелый водород) и трития (сверхтяжелый водород). Именно эти вещества образуют заряд водородной (термоядерной) бомбы. Запалом в такой бомбе служит атомная бомба, при взрыве которой возникает температура $\sim 10^7$ K, достаточная для осуществления реакции синтеза:

$$_1\mathrm{H}^2 + {}_1\mathrm{H}^3 \rightarrow {}_2\mathrm{He}^4 + {}_0n^1 .$$

В этой реакции выделяется энергия $\sim 3{,}5$ МэВ на нуклон (для сравнения – при делении ядра урана выделяется энергия $\sim 0{,}85$ МэВ на нуклон).

Для осуществления управляемой термоядерной реакции необходимо создать и поддерживать в некотором объеме температуру

$\sim 10^8$ К. На пути осуществления управляемой термоядерной реакции стоят огромные трудности. Однако работы в этом направлении ведутся во многих странах, особенно в России и США.

17.6. Современные представления об элементарных частицах, их свойствах и взаимопревращениях

Элементарные частицы. Существование элементарных частиц физики обнаружили при изучении ядерных процессов, поэтому вплоть до середины XX века физика элементарных частиц была разделом ядерной физики. В настоящее время физика элементарных частиц и ядерная физика являются близкими, но самостоятельными разделами физики, объединенными общностью многих рассматриваемых проблем и применяемыми методами исследования. Главная задача физики элементарных частиц – это исследование природы, свойств и взаимных превращений элементарных частиц. Представление о том, что мир состоит из фундаментальных частиц, имеет долгую историю. Впервые мысль о существовании мельчайших невидимых частиц, из которых состоят все окружающие предметы, была высказана за 400 лет до нашей эры греческим философом Демокритом. Он назвал эти частицы атомами, т. е. неделимыми частицами. Наука начала использовать представление об атомах только в начале XIX века, когда на этой основе удалось объяснить целый ряд химических явлений. В 30-е годы XIX века в теории электролиза, развитой М. Фарадеем, появилось понятие иона, и было выполнено измерение элементарного заряда.

Конец XIX века ознаменовался открытием явления радиоактивности (А. Беккерель, 1896 г.), а также открытиями электронов (Дж. Томсон, 1897 г.) и α-частиц (Э. Резерфорд, 1899 г.). В 1905 г. в физике возникло представление о квантах электромагнитного поля – фотонах (А. Эйнштейн). В 1911 г. было открыто атомное ядро (Э. Резерфорд) и окончательно было доказано, что атомы имеют сложное строение. В 1919 г. Резерфорд в продуктах расщепления ядер атомов ряда элементов обнаружил протоны. В 1932 г. Дж. Чедвик открыл нейтрон. Стало ясно, что ядра атомов, как и сами атомы, имеют сложное строение. Возникла *протон-нейтронная* теория строения ядер (Д.Д. Иваненко и В. Гейзенберг). В том же 1932 г. в космических лучах был открыт позитрон (К. Андерсон). Позитрон – положительно заряженная частица, имеющая ту же массу и тот же (по модулю) заряд, что и электрон. Существование позитрона было предсказано П. Дираком в 1928 г.

В эти годы были обнаружены и исследованы взаимные превращения протонов и нейтронов, и стало ясно, что эти частицы также не являются неизменными элементарными «кирпичиками» природы. В 1937 г. в космических лучах были обнаружены частицы с массой в 207 электронных масс, названные мюонами (μ-мезонами). Затем в 1947–1950 гг. были открыты пионы (т. е. π-мезоны), которые, по современным представлениям, осуществляют взаимодействие между нуклонами в ядре. В последующие годы число вновь открываемых частиц стало быстро расти. Этому способствовали исследования космических лучей, развитие ускорительной техники и изучение ядерных реакций.

В настоящее время известно около 400 субъядерных частиц, которые принято называть элементарными. Подавляющее большинство этих частиц являются нестабильными. Исключение составляют лишь фотон, электрон, протон и нейтрино. Все остальные частицы через определенные промежутки времени испытывают самопроизвольные превращения в другие частицы. Нестабильные элементарные частицы сильно отличаются друг от друга по временам жизни. Наиболее долгоживущей частицей является нейтрон. Время жизни нейтрона порядка 15 мин. Другие частицы «живут» гораздо меньшее время. Например, среднее время жизни μ-мезона равно $2{,}2\cdot 10^{-6}$ с, нейтрального π-мезона – $0{,}87\cdot 10^{-16}$ с. Многие массивные частицы – гипероны – имеют среднее время жизни порядка 10^{-10} с. Существует несколько десятков частиц со временем жизни, превосходящим 10^{-17} с. По масштабам микромира это значительное время. Такие частицы называют относительно стабильными.

Большинство короткоживущих элементарных частиц имеют времена жизни порядка 10^{-22}–10^{-23} с. Способность к взаимным превращениям – это наиболее важное свойство всех элементарных частиц. Элементарные частицы способны рождаться и уничтожаться (испускаться и поглощаться). Это относится также и к стабильным частицам с той только разницей, что превращения стабильных частиц происходят не самопроизвольно, а при взаимодействии с другими частицами. Примером может служить *аннигиляция* (т. е. исчезновение) электрона и позитрона, сопровождающаяся рождением фотонов большой энергии. Может протекать и обратный процесс – рождение электронно-позитронной пары, например, при столкновении фотона с достаточно большой энергией с ядром.

Такой «опасный» двойник, каким для электрона является позитрон, есть и у протона. Он называется *антипротоном*. Электрический заряд антипротона отрицателен. В настоящее время античастицы найдены у всех частиц. Античастицы противопоставляются частицам потому, что при встрече любой частицы со своей античастицей происходит их аннигиляция, т. е. обе частицы исчезают, превращаясь в кванты излучения или другие частицы. Античастица обнаружена даже у нейтрона. Нейтрон и антинейтрон отличаются только знаками магнитного момента и так называемого барионного заряда. Возможно существование атомов антивещества, ядра которых состоят из антинуклонов, а оболочка – из позитронов. При аннигиляции антивещества с веществом энергия покоя превращается в энергию квантов излучения. Это огромная энергия, значительно превосходящая ту, которая выделяется при ядерных и термоядерных реакциях.

В многообразии элементарных частиц, известных к настоящему времени, обнаруживается более или менее стройная система классификации. В табл. 1 представлены некоторые сведения о свойствах элементарных частиц со временем жизни более 10^{-20} с. Из многих свойств, характеризующих элементарную частицу, в таблице указаны только масса частицы (в электронных массах), электрический заряд (в единицах элементарного заряда) и собственный момент импульса (так называемый спин) в единицах постоянной Планка $\hbar = h/2\pi$. В таблице указано также среднее время жизни частицы.

Табл. 1

Группа		Название частицы	Символ		Масса, в массах электрона	Электрический заряд		Спин	Время жизни (с)
			Частица	Античастица		Частица	Античастица		
Фотоны		Фотон	γ		0	0		1	Стабилен
Лептоны		Нейтрино электронное	$\nu_{\text{å}}$	$\tilde{\nu}_e$	0	0		1/2	Стабильно
		Нейтрино мюонное	ν_μ	$\tilde{\nu}_\mu$	0	0		1/2	Стабильно
		Электрон	e^-	e^+	1	–1	1	1/2	Стабилен
		Мю-мезон	μ^-	μ^+	206,8	–1	1	1/2	$2{,}2\cdot10^{-6}$
		τ -лептон	τ^+	τ^-	3476	–1	1	1/2	$2{,}9\cdot10^{-13}$ с
$\tilde{\Sigma}^0$ Σ^+ $\tilde{n}$ $\tilde{K}^0$ Адроны	Мезоны	Пи-мезоны	π^0		264,1	0		0	$0{,}87\cdot10^{-16}$
			π^+	π^-	273,1	1	–1	0	$2{,}6\cdot10^{-8}$
		K-мезоны	K^+	K^-	966,4	1	–1	0	$1{,}24\cdot10^{-8}$
			K^0	$\tilde{K}^0$	974,1	0		0	$10^{-10} \div 10^{-8}$
		Эта-нуль-мезон	η^0		1074	0		0	$\sim 10^{-18}$
	Барионы	Протон	p	$\tilde{p}$	1836,1	1	–1	1/2	Стабилен
		Нейтрон	n	$\tilde{n}$	1838,6	0		1/2	898
		Лямбда-гиперон	Λ^0	$\tilde{\Lambda}^0$	2183,1	0		1/2	$2{,}63\cdot10^{-10}$
		Сигма-гипероны	Σ^+	$\tilde{\Sigma}^+$	2327,6	1	–1	1/2	$0{,}8\cdot10^{-10}$
			Σ^0	$\tilde{\Sigma}^0$	2333,6	0		1/2	$7{,}4\cdot10^{-20}$
			Σ^-	$\tilde{\Sigma}^-$	2343,1	–1	1	1/2	$1{,}48\cdot10^{-10}$
		Кси-гипероны	Ξ^0	$\tilde{\Xi}^0$	2572,8	0		1/2	$2{,}9\cdot10^{-10}$
			Ξ^-	$\tilde{\Xi}^-$	2585,6	–1	1	1/2	$1{,}64\cdot10^{-10}$
		Омега-минус-гиперон	Ω^-	$\tilde{\Omega}^-$	3273	–1	1	1/2	$0{,}82\cdot10^{-11}$

Элементарные частицы объединяются в три группы: *фотоны*, *лептоны* и *адроны*. К группе фотонов относится единственная частица – *фотон*, которая является носителем электромагнитного взаимодействия. Следующая группа состоит из легких частиц – лептонов. В эту группу входят три сорта (вместо термина «сорт» используется термин «аромат») *нейтрино* (электронное, мюонное и τ-лептонное), *электрон*, μ-*мезон* и τ-лептон. Все лептоны имеют спин, равный 1/2 (в единицах $\hbar$).

Третью большую группу составляют тяжелые частицы, называемые адронами. Эта группа делится на две подгруппы. Более легкие частицы составляют подгруппу *мезонов*. Наиболее легкие из них – положительно и отрицательно заряженные, а также нейтральные π-*мезоны* с массами порядка 250 электронных масс (табл. 1). *Пионы* являются квантами ядерного поля, подобно тому как фотоны являются квантами электромагнитного поля. В эту подгруппу входят также четыре *K-мезона* и один η^0-*мезон*. Все мезоны имеют спин, равный нулю. Вторая подгруппа – *барионы* – включает более тяжелые частицы. Она является наиболее обширной. Самыми легкими из барионов являются нуклоны – *протоны* и *нейтроны*. За ними следуют так называемые *гипероны*. Замыкает таблицу *омега-минус-гиперон*, открытый в 1964 г. Это тяжелая частица с массой в 3273 электронных масс.

Все барионы имеют спин 1/2. Обилие открытых и вновь открываемых адронов навела ученых на мысль, что все они построены из других частиц. В 1964 г. американским физиком М. Гелл-Маном была выдвинута гипотеза, подтвержденная последующими исследованиями, что все тяжелые частицы – адроны – построены из фундаментальных частиц, названных *кварками*. На основе кварковой гипотезы не только была понята структура уже известных адронов, но и предсказано существование новых. Теория Гелл-Мана предполагала существование трех кварков и трех антикварков, соединяющихся между собой в различных комбинациях. Так, каждый барион состоит из трех кварков, антибарион – из трех антикварков. Мезоны состоят из пар кварк–антикварк.

С принятием гипотезы кварков удалось создать систему элементарных частиц. Однако предсказанные свойства этих гипотетических частиц оказались довольно неожиданными. Электрический заряд кварков должен выражаться *дробными числами*, равными 2/3 и 1/3 элементарного заряда, а спин равен 1/2.

Многочисленные поиски кварков в свободном состоянии, производившиеся на ускорителях высоких энергий и в космических лучах, оказались безуспешными. Ученые считают, что одной из причин ненаблюдаемости свободных кварков являются, возможно, их очень большие массы. Это препятствует рождению кварков при тех энергиях, которые достигаются на современных ускорителях. Тем не менее, экспериментально доказано, что кварки существуют внутри тяжелых частиц – адронов. Явление «запирания» кварков внутри адронов называется конфайментом.

Фундаментальные взаимодействия. Процессы, в которых участвуют различные элементарные частицы, сильно различаются по характерным временам их протекания и энергиям, при которых эти процессы происходят. Согласно современным представлениям в природе осуществляется четыре типа взаимодействий, которые не могут быть сведены к другим, более простым видам: *сильное, электромагнитное*, *слабое* и *гравитационное*. Эти типы взаимодействий называют фундаментальными.

Сильное (или ядерное) взаимодействие – это наиболее интенсивное из всех видов. Оно обуславливает исключительно прочную связь между протонами и нейтронами в ядрах атомов. В сильном взаимодействии могут принимать участие только тяжелые частицы – адроны (мезоны и барионы). Сильное взаимодействие проявляется на расстояниях порядка и менее 10^{-15} м. Поэтому его называют короткодействующим. Осуществляется оно посредством обмена π-мезонами между взаимодействующими частицами.

Электромагнитное взаимодействие. В этом взаимодействии могут принимать участие любые электрически заряженные частицы, а переносчиком его являются фотоны – кванты электромагнитного поля. Электромагнитное взаимодействие ответственно, в частности, за существование атомов и молекул. Оно определяет многие свойства веществ в твердом, жидком и газообразном состояниях. Кулоновское отталкивание протонов приводит к неустойчивости ядер с большими массовыми числами. Электромагнитное взаимодействие обуславливает процессы поглощения и излучения фотонов атомами и молекулами вещества и многие другие процессы физики микро- и макромира.

Слабое взаимодействие – наиболее низкоэнергетическое из всех взаимодействий, протекающих в микромире. В нем могут принимать участие любые элементарные частицы, кроме фотонов. Переносчики этого взаимодействия – $W^{\pm}$ и Z-бозоны. Слабое взаимодействие ответственно за протекание процессов с участием нейтрино или антинейтрино, а за также безнейтринные процессы распада частиц с большим временем жизни ($\tau > 10^{-10}$ с).

Гравитационное взаимодействие присуще всем без исключения частицам, однако из-за малости масс элементарных частиц силы гравитационного взаимодействия между ними пренебрежимо малы и в процессах микромира их роль несущественна. Гравитационные силы играют решающую роль при взаимодействии космических объектов (звезды, планеты и т. п.) с их огромными массами.

В 30-е годы XX века возникла гипотеза о том, что в мире элементарных частиц взаимодействия осуществляются посредством обмена квантами какого-либо поля. Эта гипотеза первоначально была выдвинута советскими учеными И.Е. Таммом и Д.Д. Иваненко. Они предположили, что фундаментальные взаимодействия возникают в результате обмена частицами, подобно тому как ковалентная химическая связь атомов возникает при обмене валентными электронами, которые объединяются на незаполненных электронных оболочках. Взаимодействие, осуществляемое путем обмена частицами, получило в физике название *обменного взаимодействия*. Так, например, электромагнитное взаимодействие между заряженными частицами возникает вследствие обмена фотонами – квантами электромагнитного поля.

Теория обменного взаимодействия получила признание после того, как в 1935 г. японский физик Х. Юкава теоретически показал, что сильное взаимодействие между нуклонами в ядрах атомов может быть объяснено, если предположить, что нуклоны обмениваются гипотетическими частицами, получившими название мезонов. Юкава вычислил массу этих частиц, которая оказалась приблизительно равной 300 электронным массам. Частицы с такой массой были впоследствии действительно обнаружены. Эти частицы получили название π*-мезонов (пионов)*. В настоящее время известны три вида пионов: π^+, π^- и π^0 (табл. 1).

В 1957 г. было теоретически предсказано существование тяжелых частиц, так называемых векторных бозонов W^+, W^- и Z^0, обуславливающих обменный механизм слабого взаимодействия. Эти частицы были обнаружены в 1983 г. в экспериментах на ускорителе на встречных пучках протонов и антипротонов с высокой энергией. Открытие векторных бозонов явилось очень важным достижением физики элементарных частиц. Оно ознаменовало успех теории, объединившей электромагнитное и слабое взаимодействия в единое так называемое *электрослабое* взаимодействие. Эта новая теория рассматривает электромагнитное поле и поле слабого взаимодействия как разные компоненты одного поля, в котором наряду с квантом электромагнитного поля участвуют векторные бозоны.

После этого открытия в современной физике значительно возросла уверенность в том, что все виды взаимодействия тесно связаны между собой и, по существу, являются различными проявлениями некоторого единого поля. Однако объединение всех взаимодействий остается пока лишь привлекательной научной гипотезой. Физики-теоретики прилагают значительные усилия в попытках рассмотреть на единой основе не только электромагнитное и слабое, но и сильное взаимодействие. Эта теория получила название *Великого объединения*. Ученые предполагают, что и у гравитационного взаимодействия должен быть свой переносчик – гипотетическая частица, названная *гравитоном*. Однако эта частица до сих пор не обнаружена.

В настоящее время считается доказанным, что единое поле, объединяющее все виды взаимодействия, может существовать только при чрезвычайно больших энергиях частиц, недостижимых на современных ускорителях. Такими большими энергиями частицы могли обладать только на самых ранних этапах существования Вселенной, которая возникла в результате так называемого *Большого взрыва (Big Bang)*.

Космология – наука об эволюции Вселенной – предполагает, что Большой взрыв произошел 18 миллиардов лет тому назад. В стандартной модели эволюции Вселенной предполагается, что в первый период после взрыва температура могла достигать 10^{32} К, а энергия частиц $E = kT$ достигать значений 10^{19} ГэВ. В этот период материя существовала в форме кварков и нейтрино, при этом все виды взаимодействий были объединены в единое силовое поле.

Постепенно по мере расширения Вселенной энергия частиц уменьшалась, и из единого поля взаимодействий сначала выделилось гравитационное взаимодействие (при энергиях частиц $< 10^{19}$ ГэВ), а затем сильное взаимодействие отделилось от электрослабого (при энергиях порядка 10^{14} ГэВ). При энергиях порядка 10^{3} ГэВ все четыре вида фундаментальных взаимодействий оказались разделенными. Одновременно с этими процессами шло формирование более сложных форм материи – нуклонов, легких ядер, ионов, атомов и т. д. Космология в своей модели пытается проследить эволюцию Вселенной на разных этапах ее развития от Большого взрыва до наших дней, опираясь на законы физики элементарных частиц, а также ядерной и атомной физики.

Литература

1. *Белонучкин, В.Е.* Основы физики / В.Е. Белонучкин. – М., 2001.
2. *Кингсеп, А.С.* Основы физики. Курс общей физики: в 2 т. / А.С. Кингсеп. – М., 2001. – Т. 1: Механика. Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Черноуцан, А.И.* Краткий курс физики / А.И. Черноуцан. – М., 2002.
4. *Бордовский, Г.А.* Общая физика. Курс лекций с компьютерной поддержкой: в 2 т. / Г.А. Бордовский, Э.В. Бурсиан. – М., 2001. – Т. 1.
5. *Макаренко, Г.М.* Физика: в 2 т. / Г.М. Макаренко. – Минск, 1997. – Т. 2: Электродинамика. Колебания и волны.
6. *Гершензон, Е.М.* Курс общей физики. Электричество и магнетизм / Е.М. Гершензон, Н.Н. Малов. – М., 1980.
7. *Калашников, С.Г.* Электричество / С.Г. Калашников. – М., 2003.
8. *Мікуліч, А.С.* Курс агульнай фізікі. Электрычнасць і магнетызм / А.С. Мікуліч. – Мінск, 1995.
9. *Савельев, И.Е.* Курс общей физики: в 3 т. / И.Е. Савельев. – М., 1988. – Т. 2: Электричество и магнетизм.
10. *Иродов, И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы / И.Е. Иродов. – М., 2002.
11. *Бондар, В.А.* Курс агульнай фізікі. Квантавая фізіка / В.А. Бондар, Ч.М. Федаркоў. – Мінск, 1999.
12. *Вальтер, А.К.* Ядерная физика / А.К. Вальтер, И.И. Залюбовский. – Харьков, 1974.
13. *Наумов, А.И.* Физика атомного ядра и элементарных частиц / А.И. Наумов. – М, 1984.
14. *Ракобольская, И.В.* Ядерная физика / И.В. Ракобольская. – М., 1971.
15. *Суханов, А.Д.* Лекции по квантовой физике / А.Д. Суханов. – М., 1991.
16. *Михайлов, В.М.* Ядерная физика / В.М. Михайлов, О.Е. Крафт. – Л, 1988.

17. *Бондар, В.А.* Курс агульнай фізікі. Оптыка / В.А. Бондар. – Мінск, 1995.
18. *Гершензон, Е.М.* Курс общей физики. Оптика и атомная физика / Е.М. Гершензон. – М., 1981.
19. *Годжаев, Н.М.* Оптика / Н.М. Годжаев. – М., 1977.
20. *Ландсберг, Г.С.* Оптика / Г.С. Ландсберг. – М., 1976.
21. *Савельев, И.В.* Курс общей физики: в 3 т. / И.В. Савельев. – М., 1989. – Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика.
22. *Сивухин, Д.В.* Общий курс физики. Электричество / Д.В. Сивухин. – М., 1980.
23. *Сивухин, Д.В.* Курс физики. Оптика / Д.В. Сивухин. – М., 1985.
24. *Иродов, И.Е.* Волновые процессы. Основные законы / И.Е. Иродов. – М., 2002.
25. *Савельев, И.В.* Курс общей физики: в 5 кн. / И.В. Савельев. – М., 2002. – Кн. 5: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц.
26. Физика / В.А. Бондарь [и др.]; под ред. В.А. Яковенко. – Минск, 2002.
27. *Бояркин, О.М.* Введение в физику элементарных частиц / О.М. Бояркин. – М., 2010.
28. *Окунь, Л.Б.* Физика элементарных частиц /Л.Б. Окунь. – М., 2008.
29. *Девис, П.* Суперсила: Поиски единой теории природы / П. Дэвис. – М., 1988.
30. *Кемпфер, Ф.А.* Основные положения квантовой механики / Ф.А. Кемпфер. – М., 2007.
31. *Окунь, Л.Б.* Лептоны и кварки / Л.Б. Окунь. – М., 2005.
32. *Новикова, Г.И.* Введение в ядерную физику / Г.И. Новикова. – М., 2004.
33. *Хелзен, Ф.* Кварки и лептоны. Введение в физику частиц / Ф. Хелзен, А. Мартин. – М., 1987.
34. *Сивухин, Д.В.* Общий курс физики: в 5 т. / Д.В. Сивухин. – М., 2008. – Т. 5: Атомная и ядерная физика.
35. *Клапдор-Клайнгротхаус, Г.В.* Астрофизика элементарных частиц / Г.В. Клапдор-Клайнгротхаус, К. Цюбер. – М., 2002.

36. *Матвеев, А.Н.* Атомная физика / А.Н. Матвеев. – М.: Высш. шк., 1989. – 440 с.
37. *Савельев, И.В.* Курс физики: в 3 т. / И.В. Савельев. – 3-е изд. – М.: УРСС, 2007. – Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 320 с.
38. *Шпольский, Э.В.* Атомная физика / Э.В. Шпольский. – 8-е изд., стер. – М.: УРСС, 2010. – Т. 1: Введение в атомную физику. – 644 с.
39. *Шпольский, Э.В.* Атомная физика / Э.В. Шпольский. – 6-е изд., стер. – М.: УРСС, 2010. – Т. 2: Основы квантовой механики и строение электронной оболочки атома. – 448 с.
40. *Широков, Ю.М.* Ядерная физика / Ю.М. Широков, Н.П. Юдин. – М.: Наука, 1972. – 672 с.
41. *Вигнер, Э.* Инвариантность и законы сохранения. Этюды о симметрии / Э. Вигнер. – М.: УРСС, 2002. – 320 с.

Оглавление

Учебное издание

Василевский Сергей Александрович,
Махнач Виктор Викторович,
Саечников Константин Алексеевич,
Януть Виктор Иосифович

ФИЗИКА

Электромагнетизм
Оптика
Физика атома и атомного ядра

Практическое пособие

Редактор ????????????????
Оригинал-макет О.А. Бордович

Подписано в печать . .2011. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Гарнитура *Times*. Печать офсетная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. .
Тираж 90 экз. Заказ 78 .

Учреждение образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»
Лицензия ЛП № 486 от 02.04.02.
220007, Минск, Могилевская, 37.