

37/0756
4-498



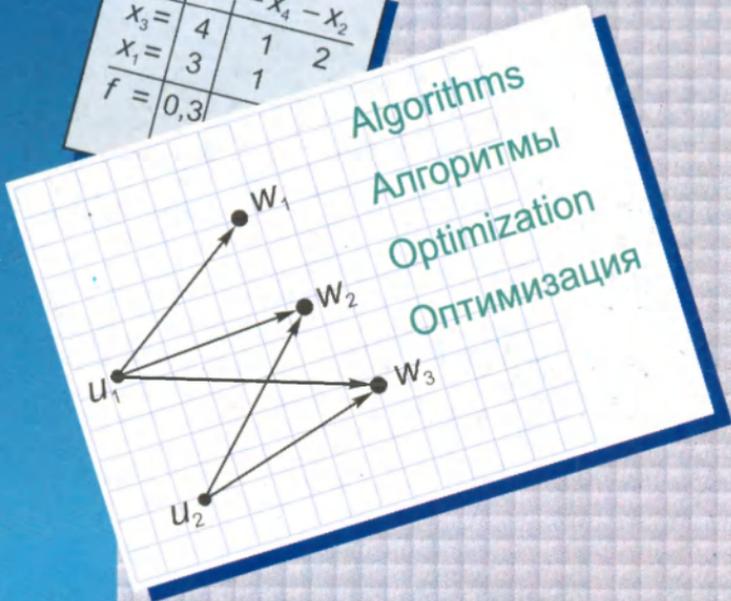
студентам
высших
учебных
заведений

А.А. ЧЕРНЯК Ж.А. ЧЕРНЯК
Ю.М. МЕТЕЛЬСКИЙ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Алгоритмический подход

	1	$-x_4 - x_2$
$x_3 =$	4	1
$x_1 =$	3	1 2
$f = 0,3$		



А.А. ЧЕРНЯК Ж.А. ЧЕРНЯК
Ю.М. МЕТЕЛЬСКИЙ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

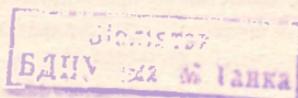
Алгоритмический подход

Допущено
Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия для студентов
экономических специальностей учреждений,
обеспечивающих получение высшего образования



Минск
«Вышэйшая школа»
2007

УК 4008



УДК 519.85(075.8)

ББК 22.18я73

Ч-49

Рецензенты: кафедра прикладной математики и экономической кибернетики Белорусского государственного экономического университета; старший научный сотрудник Института математики Национальной академии наук Беларуси доктор физико-математических наук, профессор *В.И. Берник*

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или любой ее части не может быть осуществлено без разрешения издательства.

Черняк, А. А.

Ч-49 Математическое программирование. Алгоритмический подход : учеб. пособие / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк, Ю. М. Метельский. — Минск : Выш. шк., 2006. — 352 с. : ил.

ISBN 978-985-06-1356-1.

Рассматриваются линейное, дискретное, выпуклое, нелинейное и динамическое программирование, транспортные и потоковые задачи, оптимизационные задачи на графах и матроидах, теория полиномиальной сводимости и NP-полноты.

Для студентов экономических и инженерно-технических специальностей вузов. Будет полезно также магистрантам, аспирантам и преподавателям вузов.

УДК 519.85(075.8)

ББК 22.18я73

Учебное издание

Черняк Аркадий Александрович

Черняк Жанна Альбертовна

Метельский Юрий Михайлович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Алгоритмический подход

Учебное пособие

Редактор *Е.В. Мальшева*. Художественный редактор *В.А. Ярошевич*. Технический редактор *Н.А. Лебедевич*. Корректор *В.И. Аверкина*. Компьютерная верстка *Н.В. Шабуня*.

Подписано в печать 20.06.2007. Формат 84×108/32. Бумага типографская № 2. Офсетная печать. Гарнитура «Nimbus». Усл. печ. л. 18.48. Уч.-изд. л. 16.04. Тираж 2200 экз. Заказ 1573.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство «Вышэйшая школа». ЛИ 02330/0131768 от 06.03.2006. 220048, Минск, проспект Победителей, 11. www.vshph.com

Республиканское унитарное предприятие «Типография «Победа». 222310. Молодечно, ул. Тавлая, 11.

ISBN 978-985-06-1356-1

© Черняк, А.А., Черняк, Ж.А.,
Метельский Ю.М., 2007

© Издательство «Вышэйшая школа», 2007

ПРЕДИСЛОВИЕ

Существующие учебники по математическому программированию можно условно разделить на три группы. Книги первой группы, написанные для студентов инженерно-экономических специальностей, характеризуются стандартным подбором и традиционным изложением материала. Они отражают приверженность их авторов к тем канонам в преподавании, которые были заложены еще в 70–80-х годах XX в. такими известными белорусскими математиками-педагогами, как А.В. Кузнецов, В.А. Сакович и др. Вторую группу составляют книги, ориентированные на применение компьютерных пакетов. Они учитывают современный прогресс в информационных технологиях, однако по актуальности и глубине излагаемой в них теории уступают книгам первой группы. К третьей группе можно отнести книги, предназначенные для студентов математических факультетов университетов. Эти книги в силу своей специфики имеют высокий уровень абстракции и являются узкопрофильными (например, по «выпуклому программированию», «дискретной оптимизации» и т.д.).

Остановимся на характерных особенностях книги, предлагаемой вниманию читателя. Во-первых, учитывая и уважая возможности потенциальных читателей, авторы варьируют степень подробности и глубину изучения предмета. В каждой главе материал излагается на двух уровня, которые можно условно назвать «беллетризованным» и «академическим». В зависимости от содержания главы либо эти два уровня перемежаются друг с другом (параллельное изложение), либо первый предваряет второй (последовательное изложение). Первый уровень готовит читателя к последующему, математически строгому, изложению и потому не отягощен терминологией, насыщен наглядными примерами и не требует для понимания значительных математических усилий. Второй уровень предполагает глубокое постижение теории и содержит доказательства утверждений, которые вынесены в отдельные главы.

В то же время, сохраняя традиционные разделы, оговоренные рамками государственных образовательных стандартов, авторы постарались придать книге современное звучание, адаптировав ряд ключевых результатов последних десятилетий (многие из которых были отражены только в специализированных научных изданиях) для студентов инженерно-экономических специальностей вузов. Среди них: фундаментальный алгоритм полиномиального решения задач линейной оптимизации, принципиально отличающийся от симплексных процедур не только своей

эффективностью, но и самой природой используемого подхода; регуляризация неустойчивых задач оптимизации, позволяющая преодолевать разрыв между реальными явлениями и их математическими моделями; введение в теорию полиномиальной сводимости и NP-полноты (эти понятия стали символом трудностей, с которыми сталкиваются разработчики алгоритмов по мере увеличения размерности и усложнения структуры оптимизационных задач).

Во-вторых, в книге содержатся строгие доказательства достаточно сложных теорем математического программирования, а в изложении ряда разделов, уже ставших традиционными, предложены новые подходы. Так, преодолено разделение общей задачи линейного программирования на вырожденный и невырожденный случаи; приведена простая реализация симплекс-метода во избежание «зацикливания», параллельно решающая проблему нахождения начального базисного плана; дана обобщенная сетевая модель, включающая в качестве частных случаев различные оптимизационные задачи, связанные с потоковыми алгоритмами; транспортные задачи и задачи динамического программирования решаются с помощью методов теории графов, обеспечивающих наглядность в обосновании сопутствующих алгоритмов; компактно изложены теория Куна — Таккера и метод возможных направлений — традиционно сложные для усвоения разделы нелинейного программирования.

В-третьих, данная книга реализует главный принцип, отраженный в ее названии: критерием значимости любого результата является его алгоритмическая эффективность, а описание самих алгоритмов должно представлять собой оптимальную теоретическую основу для будущих программных реализаций. При этом авторы полностью отказались от многочисленных адаптаций к «ручному» счету трудоемких вычислительных процедур благодаря существованию компьютерных пакетов, успешно справляющихся с проблемами подобного рода.

В пособии активно используются сведения из общего курса высшей математики. Во всех подобных случаях авторы делают ссылки на один из современных учебников, оставляя тем не менее за читателем право выбора подходящего учебного пособия.

Все отзывы, замечания и предложения просьба направлять по адресу: 220048, Минск, проспект Победителей, 11, издательство «Вышэйшая школа».

Авторы

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	3
1. Многогранники и полиэдры.....	5
Теоретические задачи.....	11
2. Оптимальные планы задач линейного программирования.....	20
Теоретические задачи.....	31
3. Симплекс-метод.....	44
Теоретические задачи.....	58
4. Двойственность в линейном программировании.....	65
Теоретические задачи.....	78
5. Полиномиальный алгоритм решения задач линейного программирования.....	89
Теоретические задачи.....	103
6. Регуляризация неустойчивых задач линейного программирования.....	124
Теоретические задачи.....	131
7. Введение в теорию графов.....	146
Теоретические задачи.....	161
8. Потоки в сетях.....	170
Теоретические задачи.....	188
9. Транспортная задача.....	200
Теоретические задачи.....	218
10. Динамическое программирование.....	224
Теоретические задачи.....	232
11. Матричные игры.....	235
Теоретические задачи.....	245
12. Метод ветвей и границ в задачах дискретного программирования. Матроиды.....	251
Теоретические задачи.....	272
13. NP-полные задачи.....	282
Теоретические задачи.....	291
14. Общая задача нелинейного программирования.....	312
Теоретические задачи.....	320
15. Выпуклое программирование.....	325
Теоретические задачи.....	331
16. Метод возможных направлений.....	340
Теоретические задачи.....	346
Литература.....	351