

А. А. Черняк  
Ж. А. Черняк

# ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ  
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ  
ВУЗОВ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

БГПУ БИБЛИОТЕКА  
ИНВ. № 1686750

+ С Д

МИНСК  
«ХАРВЕСТ»

УДК 51(075.8)

ББК 22.1я73

Ч-49

**Черняк, А. А.**

Ч-49

Высшая математика для инженерно-экономических специальностей вузов : учебно-методический комплекс / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. — Минск : Харвест, 2008. — 704 с.

ISBN 978-985-16-5911-7.

Данный учебно-методический комплекс (УМК) по высшей математике содержит теоретический курс, практикум, тесты для проверки теоретических знаний (на CD), тесты для самообучения и контроля практических навыков, математические диктанты и зачетные контрольные работы ко всем главам теоретического курса (на CD), компьютерный практикум и самоучитель по Mathcad (на CD).

Издание предназначено студентам экономических, инженерно-экономических и инженерно-технических специальностей вузов всех форм обучения, а также преподавателям высшей математики.

УДК 51(075.8)

ББК 22.1я73

ISBN 978-985-16-5911-7

© Подготовка, оформление.

ООО «Харвест», 2008

## ОТ АВТОРОВ

В последнее время в системе высшего образования СНГ наметилась тенденция перехода от пассивных форм «валового» обучения к индивидуальному дифференцированному подходу в образовании посредством введения различных форм самостоятельной работы. Таким образом, образовательный процесс в вузах сориентирован теперь на творчески активное, управляемое самообучение каждого студента, учитывающее его потенциал и уровень базовой подготовки. Такой путь развития высшего образования предполагает соответствующее методическое обеспечение учебного процесса, включая разработку разнообразных форм самостоятельной работы и методов ее контроля.

Учебно-методический комплекс (УМК) «**Высшая математика для инженерно-экономических специальностей вузов**» является попыткой отразить упомянутые современные тенденции в обучении высшей математике и включает теоретический курс, практикум и большое количество материала для проведения многоступенчатого (обучающего и контролирующего) тестирования теоретических знаний и практических навыков. При этом, в отличие от авторов ряда популярных учебников по высшей математике для экономистов, излагающих теорию в упрощенной или даже выхолощенной форме, мы являемся сторонниками лаконичного, но строгого изложения ее классических основ посредством варьирования степени подробности и глубины изучения предмета.

Книга состоит из двух частей: Теория (главы 1—43) и Практикум (главы 44—51). Теоретический материал каждой главы излагается на двух уровнях. Первый содержит основные понятия и формулировки теорем, иллюстрирован примерами и не требует значительных математических усилий при первом чтении. Второй уровень рассчитан на более глубокое постижение теории: строгие доказательства всех утверждений приводятся в конце каждой главы, а дополнительные теоретические факты позволяют глубже ощущать взаимосвязь между основными понятиями и их

свойствами. Для проверки уровня постижения теоретических знаний и осмысления «тонких» фрагментов теории разработаны тесты (на CD), отражающие содержание глав книги. В составлении тестов к главам 16—32 принимал участие Кирюшин И. В.

Каждая глава Практикума содержит подробные решения 20—30 задач. За ними следуют тесты для самоподготовки, которые вместе с разобранными решениями задач позволяют овладеть начальным слоем практических навыков. В этих тестах предлагается решить простые задачи, опираясь на приведенные теоретические подсказки и вычислительные алгоритмы. К каждому заданию приводятся варианты возможных ответов и таблица правильных ответов. Некоторые из предлагаемых в тестах задач позволяют расширить границы приведенной теории. Так, для конкретно поставленных примеров подсказываются новые идеи, формулы и понятия, необходимые в данной ситуации.

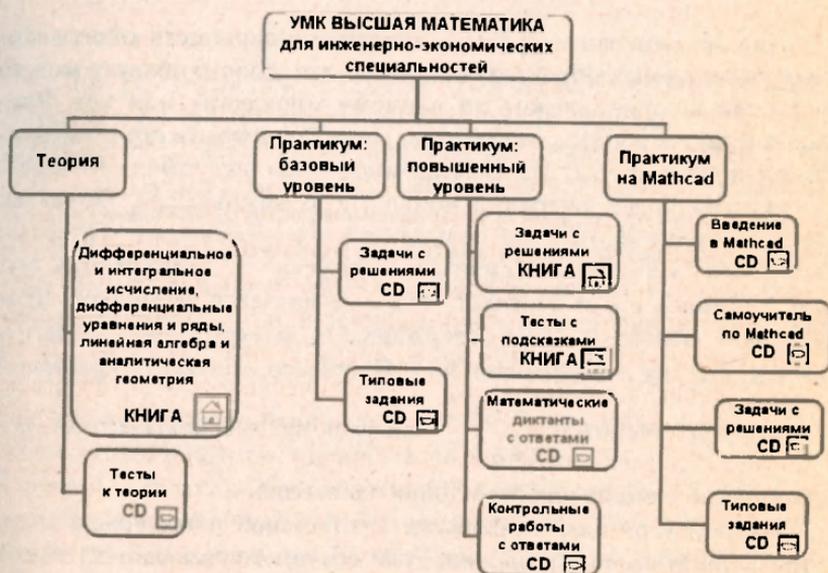
К каждому из разделов Практикума приводятся (на CD) математические диктанты и контрольные работы с ответами. Математические диктанты удобно использовать как для самопроверки приобретенной техники вычислений, так и для проведения самостоятельных работ-«летучек» во время аудиторных занятий. Наборы задач и вопросов из математических диктантов имеют средний уровень сложности, рассчитанный на рядового студента дневной формы обучения или «продвинутого» студента иной формы обучения. При этом, одна часть заданий из диктантов рассчитана на применение формальных (технических) навыков, другая — на проверку понятийного уровня (использование теоретических знаний) и еще одна рассчитана на проявление творческих возможностей студента. Тематические контрольные работы (10—15 вариантов) можно использовать для проведения зачетных или аттестационных работ по практике. Они включают 8—12 разнообразных заданий различной сложности. Их можно также использовать как индивидуальные домашние задания при завершении изучения соответствующей темы высшей математики.

И наконец, большинство глав книги сопровождаются (на CD) блоками обучающих задач двух видов: практических — для приобретения навыков в решении типовых задач, доступных для «ручного» счета и растиражированных для студентов заочной формы обучения, и компьютерных — для проведения лабораторных занятий с использованием системы компьютерной математики Mathcad. При этом обучающие демонстрационные задачи и блоки типовых заданий каждого компьютерного раздела предва-

ряются подробным описанием сопутствующих элементов и функций Mathcad.

УМК предназначен студентам экономических, инженерно-экономических и инженерно-технических специальностей вузов всех форм обучения, а также преподавателям высшей математики.

## Структура УМК



# ОГЛАВЛЕНИЕ

## Часть 1. Теория

От авторов .....	3
Глава 1. Понятие множества .....	6
Глава 2. Предел последовательности .....	10
Глава 3. Предел функции .....	20
Глава 4. Непрерывные функции .....	30
Глава 5. Общая задача условной оптимизации .....	41
Глава 6. Классификация бесконечно малых функций одной переменной .....	45
Глава 7. Производная функции одной переменной .....	51
Глава 8. Правила и формулы дифференцирования функции одной переменной .....	60
Глава 9. Производные и дифференциалы высших порядков .....	69
Глава 10. Теоремы о промежуточных значениях .....	75
Глава 11. Следствия теорем о промежуточных значениях .....	83
Глава 12. Формула Тейлора .....	95
Глава 13. Частные производные .....	113
Глава 14. Общая задача нелинейного программирования .....	125
Глава 15. Неопределенный интеграл .....	129
Глава 16. Определенный интеграл .....	139
Глава 17. Интеграл с переменным верхним пределом .....	158
Глава 18. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования .....	171
Глава 19. Двойной интеграл .....	176
Глава 20. Дифференциальные уравнения: общие понятия .....	191
Глава 21. Дифференциальные уравнения первого порядка .....	199
Глава 22. Дифференциальные уравнения высших порядков .....	213
Глава 23. Устойчивость решений дифференциальных уравнений .....	220
Глава 24. Комплексные числа .....	227
Глава 25. Многочлены .....	239
Глава 26. Ряды: основные понятия и свойства .....	247
Глава 27. Достаточные признаки сходимости рядов .....	255
Глава 28. Условная и абсолютная сходимость .....	268
Глава 29. Основные свойства равномерно сходящихся рядов .....	274
Глава 30. Степенные ряды .....	283
Глава 31. Приложения степенных рядов .....	289

Глава 32. Тригонометрические ряды Фурье.....	297
Глава 33. $n$ -мерное векторное действительное пространство со скалярным произведением.....	319
Глава 34. Линейно-зависимые и независимые системы векторов.....	326
Глава 35. Матрицы: общие понятия.....	333
Глава 36. Метод Гаусса.....	342
Глава 37. Применение метода Гаусса к исследованию совместности и количества решений систем линейных уравнений.....	350
Глава 38. Обратные матрицы.....	356
Глава 39. Определители.....	364
Глава 40. Применение определителей к исследованию структурных свойств матриц.....	376
Глава 41. Характеристические корни и собственные значения.....	382
Глава 42. Структура общего решения линейного дифференциального уравнения.....	392
Глава 43. Прямые и плоскости в $n$ -мерном точечном пространстве.....	402

## Часть 2. Практикум

Глава 44. Введение в анализ.....	411
Глава 45. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....	440
Глава 46. Неопределенный и определенный интегралы.....	478
Глава 47. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.....	511
Глава 48. Кратные интегралы.....	548
Глава 49. Дифференциальные уравнения.....	579
Глава 50. Ряды.....	612
Глава 51. Линейная алгебра.....	645
Глава 52. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.....	676