

**М. А. Урбан,**  
кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры естественно-научных дисциплин БГПУ

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ФОРМЫ СОВМЕСТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧИТЕЛЯ И УЧАЩИХСЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УЧЕБНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ НА I СТУПЕНИ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**Введение.** В дидактике понятие «форма обучения» до настоящего времени не имеет единого толкования и четкого определения. И. Ф. Харламов в связи с этим справедливо отмечает, что «...многие ученые просто обходят этот вопрос и ограничиваются обыденным представлением о сущности данной категории» [1, с. 220]. Дидактическая трактовка понятия «формы обучения» может охватывать различные аспекты диалектики формы и содержания: так, под формами обучения понимают способ организации деятельности учащихся, определяющий количество и характер взаимосвязей участников процесса обучения (С. А. Смирнов), определенный порядок и установленный режим совместной деятельности учителя и учащихся в процессе обучения (М. Н. Скаткин, И. Я. Лернер), внешнюю сторону методов обучения (Н. Г. Казанский, Т. С. Назарова), внешнее выражение согласованной деятельности учителя и учеников, «упаковку» для содержания обучения (И. П. Подласый) и др. Общим во всех приведенных определениях является признание того, что форма является внешней стороной учебного процесса, связанной с внутренней, содержательной его стороной.

Форма реализации конкретного метода обучения, или методическая форма, является одним из компонентов методической системы обучения и оказывает влияние на результативность учебной деятельности школьников. В данной статье будут рассмотрены методические формы использования метода учебного моделирования при обучении математике на I ступени общего среднего образования.

Под методом учебного моделирования, применяемым в начальном математическом образовании, будем понимать метод обучения, направленный на овладение учащимися учебным материалом на основе систематической работы с учебными моделями изучаемых математических понятий и способов действий. Модель в научном познании определяется как «искусственно созданный образец в виде схемы, физических конструкций, знаковых форм или формул», который, «будучи подобен исследуемому объекту (или явлению), отображает... структуру, свойства и отношения между элементами этого объекта» [2, с. 22]. Учебная модель математического понятия является особым видом модели, которая применяется в учебном познании с целью фиксации существенных сторон изучаемых математических понятий в более удобной для исследования форме.

Модель всегда имеет прототип, заместителем которого она является. Модель не существует вне отношения «прототип – модель» – особого модельного отношения, в котором находится моделируемый объект и моделирующий его артефакт [3]. Поэтому в научно-педагогических публикациях о моделировании понятия «модель», «учебная модель» могут употребляться как с указанием на конкретный прототип, который отражается в модели (например, «схематическая модель текста задачи»), так и без этого указания (например, «схематическая модель»). В первом случае субъекту важно исследовать данное модельное отношение и рассмотреть переход от конкретного прототипа (например, текста) к его определенной моде-

ли (например, схеме). Во втором случае для субъекта большее значение имеет *обобщенное представление о способе репрезентации* существенных характеристик прототипов любой природы в модели конкретного вида (например, говоря «схематическая модель», имеют в виду схематическую репрезентацию существенных характеристик объектов любой природы – текстов, формул, других схем).

Одним из возможных оснований для классификации учебных моделей в начальном математическом образовании является способ репрезентации существенных сторон изучаемых понятий. Построенная на этом основании классификация учебных моделей, применяемых при изучении математики на I ступени общего среднего образования, включает визуальные, вербальные и символические учебные модели. Под *визуальной* будем понимать учебную модель, средствами построения которой являются образные знаковые системы. Образ не является частью реальности, но он имеет пространственно-графическое сходство с обозначаемым прототипом. Примерами таких моделей являются иллюстрации, отображающие существенные для математики характеристики рассматриваемой ситуации. *Вербальные* модели представляют существенные характеристики математического понятия на естественном языке: тексты арифметических задач, краткая запись текста задачи, словесные репрезентации выражений, равенств, неравенств, уравнений, свойств арифметических действий, способы рассуждений, определения и т. п. *Символические* учебные модели – это учебные модели, репрезентирующие объект изучения на языке математической символики. В начальном обучении математике к ним относятся математические выражения, равенства, неравенства, уравнения.

Одновременное использование визуальных, вербальных и символических учебных моделей изучаемых понятий способствует более глубокому их пониманию учащимися за счет использования различных каналов восприятия информации (зрение, слух, осязание) и возможности всестороннего рассмотрения изучаемого предмета. Подробнее проблема учебного моделирования, характеристика видов учебных моделей и моделирующих действий рассмотрена в ряде наших публикаций (например, [4–6] и др.).

*Цель исследования*, результаты которого представлены в настоящей статье, заключалась:

а) в выявлении и описании основных методических форм обучения начальному курсу математики с использованием учебных моделей математических понятий;

б) в исследовании и интерпретации предпочтений учителей в выборе методических форм работы с учебными моделями математических понятий;

в) в экспериментальной проверке взаимосвязи между использованными на уроках математики методическими формами работы с моделями математических понятий и результатами учебной деятельности учащихся 1–4 классов.

### **Описание результатов**

#### **А. Выявление и описание методических форм использования учебных моделей математических понятий на уроках математики**

Первый этап исследования был связан с необходимостью выявить и описать наиболее распространенные в практике обучения начальному курсу математики конкретные формы использования учебных моделей. Исследование выполнялось на примере объяснения нового или сложного учебного материала по математике с использованием визуальных моделей изучаемых понятий (предметные модели, схематические модели). Методические формы взаимосвязанной деятельности учителя и учащихся при обучении математике с помощью метода моделирования были выделены на основе *вариантов сочетания* приемов, характерных для различных методов обучения, которые используются на уроках математики в 1–4 классах. Данный подход к выделению методических форм теоретически обоснован в работах Л. В. Занкова, Н. Г. Казанского, Т. С. Назаровой, посвященных дидактике начальной школы.

Применительно к методу учебного моделирования будем считать *основными* приемы, связанные с рассмотрением и анализом учащимися предложенных учебных моделей, а также приемы, связанные с практической работой учащихся по построению или преобразованию учебных моделей (наглядно-практические приемы). В качестве *сопутствующих* рассмотрим приемы, характер-

ные для словесных методов обучения, – рассказ учителя, беседа учителя с учащимися, объяснения учащихся (словесные приемы). Как пишет И. П. Подласый, при наглядной демонстрации учебной модели изучаемого объекта или явления «слово учителя не играет главной роли, но оно постоянно сопутствует наблюдению» [7, с. 192].

Выделение методических форм на основе различных вариантов сочетаний основных и сопутствующих приемов было результатом теоретического осмысления получен-

ного в ходе исследования практического материала – планов-конспектов и протоколов уроков математики, проведенных учителями начальных классов г. Гомеля, Заславля, Минска, п. Боровляны, п. Самохваловичи (всего было проанализировано 243 протокола уроков). Было выделено шесть методических форм совместной деятельности учителя и учащихся на уроке математики. Дадим представление этих форм в таблице 1, а краткое описание специфики деятельности учителя и учащихся – в таблице 2.

**Таблица 1 – Методические формы совместной деятельности учителя и учащихся при использовании учебного моделирования на уроках математики**

Словесные приемы	Наглядно-практические приемы	Фронтальная демонстрация модели учителем («Смотри!»)	Фронтальная демонстрация модели и индивидуальная практика учащихся по ее построению («Смотри и делай!»)	Индивидуальная практика учащихся по построению модели («Делай!»)
Рассказ учителя («Слушай!»)		<b>Форма 1</b> Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями в сочетании с рассказом учителя	<b>Форма 3</b> Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями вместе с аналогичной практической работой учащихся в сочетании с рассказом учителя	<b>Форма 5</b> Самостоятельная практическая работа учеников с учебными моделями в сочетании с рассказом учителя
Беседа учителя с учащимися «Слушай и говори!»		<b>Форма 2</b> Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями в сочетании с беседой учителя и учащихся	<b>Форма 4</b> Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями вместе с аналогичной практической работой учащихся в сочетании с беседой учителя и учащихся	<b>Форма 6</b> Самостоятельная практическая работа учеников с учебными моделями в сочетании с беседой учителя и учащихся

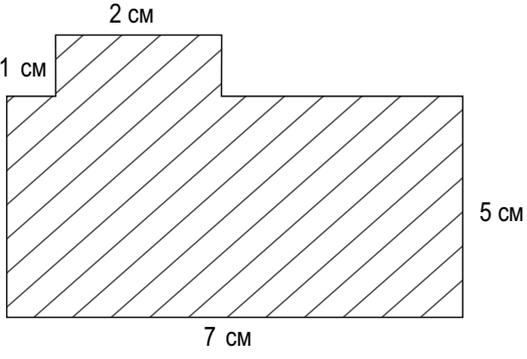
**Таблица 2 – Описание методических форм совместной деятельности учителя и учащихся при использовании учебного моделирования на уроках математики**

Варианты форм	Действия учителя	Действия учащегося
Форма 1 «Смотри и слушай!»	Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями и объяснение в виде монолога (рассказ)	Слушание и наблюдение за действиями учителя, осмысление учебного материала
Форма 2 «Смотри, слушай и говори!»	Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями и объяснение в виде диалога (беседа)	Слушание и наблюдение за действиями учителя, участие в беседе, формулирование вопросов и ответы на вопросы, осмысление учебного материала
Форма 3 «Смотри и делай, слушай!»	Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями и объяснение в виде монолога (рассказ)	Слушание и наблюдение за действиями учителя, совместное с учителем построение модели в рабочей тетради по предложенному на доске или в учебнике образцу, осмысление учебного материала
Форма 4 «Смотри и делай, слушай и говори!»	Фронтальная демонстрация способа работы с учебными моделями и объяснение в виде диалога (беседа)	Слушание и наблюдение за действиями учителя, совместное с учителем построение модели в рабочей тетради по предложенному на доске или в учебнике образцу, участие в беседе, формулирование вопросов и ответы на вопросы, осмысление учебного материала
Форма 5 «Делай и слушай!»	Объяснение в виде монолога (рассказ) без показа способа работы с учебными моделями	Слушание учителя, практическая работа учеников по построению модели без опоры на образец, осмысление учебного материала
Форма 6 «Делай, слушай и говори!»	Объяснение в виде диалога (беседа) без показа способа работы с учебными моделями	Слушание учителя, практическая работа по построению модели без опоры на образец, участие в беседе, формулирование вопросов и ответов на вопросы, осмысление учебного материала

В качестве примера приведем фрагмент одного из протоколов уроков математики, где применялась четвертая форма при изучении геометрического материала: учитель сам строит модель геометрической фигуры

и ведет беседу с учащимися, учащиеся слушают и наблюдают за действиями учителя, отвечают на вопросы и выполняют практические действия с такой же моделью геометрической фигуры (таблица 3).

Таблица 3 – Фрагмент протокола урока с примером использования формы 4  
(учитель Е. Н. Дударевич, г. Борисов)

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
<p>– Дети, давайте вместе решим задачу: Нужно найти площадь фигуры, показанной на доске. У вас такие же фигуры есть на столах.</p>  <p>– Как можно найти площадь такой фигуры?</p> <p>– А если у нас нет палетки? Можем ли мы сразу найти площадь этой фигуры?</p> <p>– Почему?</p> <p>– А площадь какой фигуры можно легко вычислить по формуле?</p> <p>– А можно ли разделить нашу фигуру на удобные для вычисления площади части, чтобы каждая часть была прямоугольной формы?</p> <p>– Разделите фигуру на удобные части. Покажите эти части – можете отогнуть или отрезать часть фигуры.</p> <p>– Изменилась ли площадь всей фигуры, если мы разрежали ее на части?</p> <p>– Знаем ли мы, как найти площадь каждой из получившихся фигур?</p> <p>– Измерьте стороны прямоугольников и вычислите значения площадей.</p> <p>– Итак, мы нашли площадь каждого отдельного прямоугольника, а как найти площадь всей фигуры?</p> <p>– Что мы сделали, чтобы найти площадь всей фигуры? Как запишем решение задачи?</p>	<p><i>Дети рассматривают модели геометрической фигуры, изображенной на доске, у себя на столах.</i></p> <p>– Можно воспользоваться палеткой.</p> <p>– Без палетки площадь фигуры сразу найти нельзя</p> <p>– Нет правила, формулы, по которой можно было бы определить площадь такой сложной фигуры.</p> <p>– Прямоугольника, квадрата.</p> <p>– Да, можно! Фигуру можно разделить на два прямоугольника.</p> <p><i>Большая часть детей отрезают ножницами часть фигуры так, что получаются два прямоугольника. Два ученика делают по два разреза так, что получаются три прямоугольника.</i></p> <p>– Нет, площадь осталась прежней, изменилась только форма, теперь у нас есть две части, которые вместе дают целое.</p> <p><i>Два ученика уточняют, что у них получились три части, из которых можно составить прежнюю фигуру.</i></p> <p>– Нужно применить формулу площади прямоугольника.</p> <p><i>Дети выполняют необходимые измерения и вычисления.</i></p> <p>– Мы должны сложить полученные значения площадей.</p> <p><i>Дети записывают решение задачи.</i></p>

### Б. Исследование и интерпретация предпочтений учителей в выборе методических форм работы с учебными моделями математических понятий

На данном этапе исследования мы проанализировали, насколько часто учителя начальных классов в практике обучения математике отдают предпочтение той или иной методической форме работы с визуальными учебными моделями изучаемых понятий. Анализ протоколов уроков позволил заметить, что на этапе объяснения нового материала (или при объяснении сложного задания) учителя отдают предпочтение второй методической форме (40 %), а после нее – первой (31 %). Исследование показало, что построение моделей самими учащимися вместе с учителем (формы 3 и 4), и особенно – самостоятельное построение моделей детьми без опоры на фронтальный образец (формы 5 и 6), используется значительно реже. Полученные результаты показаны в таблице 4.

Проведенное исследование показало, что учебное моделирование может быть как активным, так и пассивным методом обучения (классификация Е. Я. Голанта), в зависимости от используемой формы взаимосвязанной деятельности учителя и учащихся. Моделирование как *активный* метод обучения реализуется с помощью таких форм сочетания основных и сопутствующих приемов метода учебного моделирования, где дея-

тельность учащихся носит более активный характер, то есть учащийся не только *слушает* и *смотрит*, но и *делает*. При объяснении нового учебного материала к ним можно отнести формы 3, 4, 5 и 6. При этом формы 5 и 6 соответствуют большей степени мыслительной активности учащихся, чем формы 3 и 4, поскольку предполагают построение учебной модели без опоры на образец. Соответственно моделирование как *пассивный* метод обучения реализуется при таком сочетании основных и сопутствующих приемов, где деятельность учащихся носит менее активный характер, то есть ребенок в основном *слушает* и *смотрит* (это формы 1 и 2). Резюмируя полученные фактические данные, отметим, что «пассивное моделирование» при объяснении нового учебного материала использовалось учителями в 71 % случаев (это формы 1 и 2). Следовательно, учащийся только в 29 % случаев получал возможность построить учебную модель самостоятельно.

Выявленный факт свидетельствует о том, что общепризнанный в современном дидактическом дискурсе деятельностный подход в обучении, согласно которому мыслительная и практическая самостоятельность учащихся являются важными факторами повышения результативности учебного процесса, не реализуется в полной мере в практике начального обучения математике.

Таблица 4 – Предпочитаемые на практике методические формы совместной деятельности учителя и учащихся при использовании учебного моделирования на уроке математики

Количество фрагментов уроков по объяснению нового материала	Использованные методические формы					
	Форма 1	Форма 2	Форма 3	Форма 4	Форма 5	Форма 6
243	75	97	41	15	6	9
100 %	31 %	40 %	17 %	6 %	2 %	4 %

**Таблица 5 – Результаты многокритериальной оценки эффективности использования шести методических форм работы с учебными моделями на уроках математики**

Критерии, их вес Формы	Временные затраты учителя 0,2	Понимание материала учащимися 0,3	Прочность усвоения материала учащимися 0,3	Познавательная самостоятельность учащихся 0,2	Взвешенная оценка
Форма 1	5	4	1	1	2,7
Форма 2	4	5	2	2	3,3
Форма 3	3	5	4	4	4,1
Форма 4	3	5	5	4	4,4
Форма 5	2	2	5	5	3,5
Форма 6	1	3	5	5	3,6

После анализа практики работы с моделями на уроках математики мы провели процедуру многокритериальной оценки эффективности использования каждой из шести методических форм. Эта оценка была выполнена для того, чтобы определить теоретические предпочтения учителей и сравнить их с выявленными практическими предпочтениями. Был выбран и адаптирован к рассматриваемой проблеме один из методов многокритериальной оценки – метод взвешенной суммы оценок критериев, описанный в работе [8]. Критерии и веса для каждого критерия были разработаны с помощью социологического метода экспертной оценки учителями высшей категории со стажем работы более 10 лет. Все методические формы было предложено оценить по каждому из критериев на основе 5-балльной шкалы (5 баллов – самая высокая оценка, 1 балл – самая низкая). Многокритериальная оценка осуществлялась в форме очного коллективного обсуждения группой экспертов из 28 человек. Результаты экспертной оценки показаны в таблице 5.

В соответствии с результатами многокритериальной оценки наиболее эффективной при объяснении нового или сложного материала учителя признали четвертую форму (4,4), а наименее эффективной – первую (2,7). В то же время в реальной практике работы эти учителя использовали четвертую форму только в 6 % случаев, а первую форму – в 31 % случаев.

С целью определения возможных причин выявленного «разрыва» между теорией и практикой применения учителями методических знаний и умений на уроках математики мы провели беседы с учителями начальных классов, участвовавших в работе экспертной группы. Анализ мнений учителей по этой проблеме позволил сделать вывод о том, что в основе данного противоречия лежит внутренний конфликт методических целей с *различным временным горизонтом*. Например, экономия времени и понимание учащимися учебного материала на данном уроке являются для учителей важными целями с близким временным горизонтом, которых можно достичь в краткосрочном учебном периоде (на текущем уроке). В то же время прочность усвоения учебного материала и формирование познавательной самостоятельности рассматриваются как значимые цели с дальним временным горизонтом, достижение которых можно будет оценить только через некоторый (иногда довольно значительный) промежуток времени. Результаты нашего исследования свидетельствуют о том, что при конфликте методических целей с различным временным горизонтом большинство учителей *делают выбор в пользу цели с близким временным горизонтом*.

В ходе бесед с учителями было установлено, что на их выбор в пользу краткосрочных методических целей большое влияние оказывают как социальные проблемы избы-

точного контроля за деятельностью учителя, так и индивидуальные трудности педагога, связанные с не всегда достаточным уровнем профессионального мастерства. Одной из причин выбора учителем тех или иных форм является также внутренняя мотивация самих учащихся на использование приемов работы, в основе которых лежит более активная помощь учителя, что помогает учащимся быстро и без особых интеллектуальных затруднений понять задачу и записать ее решение. Подобные проблемы мотивации учащихся, по мнению экспертов, могут возникать и при их обучении на следующей ступени общего среднего образования [9].

#### **В. Экспериментальная проверка взаимосвязи между использованными методическими формами работы с учебными моделями математических понятий и результатами учебной деятельности учащихся 1–4 классов**

Следующим этапом в исследовании была экспериментальная проверка эффективности применения каждой из шести форм работы с учебными моделями математических понятий на уроках математики. Экспериментальное обучение проводилось под нашим руководством в рамках дипломных и магистерских исследований, а также в ходе экспериментальной работы, которая выполнялась в гимназии № 30 г. Минска, гимназии № 51 г. Гомеля, Заславской гимназии, общеобразовательных школах п. Боровляны и п. Самохваловичи в сотрудничестве с учителями на-

чальных классов. Мы рассматривали применение различных методических форм на примере основных содержательных линий начального курса математики: изучение арифметического материала, обучение решению задач, работа с геометрическим материалом, изучение величин и алгебраического материала. Учащиеся классов, отобранных для экспериментального обучения, имели приблизительно равную успеваемость по математике. Всего в экспериментальном обучении участвовали 16 классов, в которых занимались 324 учащихся 1–4 классов.

В ходе экспериментального обучения учителя провели по шесть уроков, на каждом из которых использовались последовательно шесть методических форм деятельности учителя и учащихся при объяснении нового учебного материала по математике с применением учебного моделирования. В конце каждого урока проводилась краткая проверочная работа по новой теме. Подобная проверочная работа без предварительной к ней подготовки проводилась также через две недели на одном из уроков. Работы учащихся проверялись: определялся процент верных ответов от общего числа ответов сразу после объяснения и через две недели после объяснения, а также оценивался объем забытого учебного материала как разность между результатами в краткосрочном и долгосрочном периоде. Покажем результаты проведенного экспериментального обучения в таблице 6.

**Таблица 6 – Результаты экспериментальной проверки эффективности методических форм работы с учебными моделями на уроках математики**

Критерии оценки \ Используемые формы	Форма 1	Форма 2	Форма 3	Форма 4	Форма 5	Форма 6
Результат усвоения материала (краткосрочный период)	68 %	77 %	82 %	86 %	76 %	70 %
Результат усвоения материала (долгосрочный период)	24 %	56 %	62 %	68 %	60 %	59 %
«Объем забывания» учебного материала	44 %	21 %	20 %	18 %	16 %	11 %

Полученные результаты говорят о том, что методические формы 1 и 2, предпочитаемые учителями в практике обучения начальному курсу математике, не приводят к лучшим учебным достижениям учащихся даже в краткосрочном периоде.

Проведенное экспериментальное обучение подтвердило, что применение учебного моделирования на уроках математики эффективнее реализуется в формах, предполагающих использование моделирования как активного метода обучения (формы 3, 4, 5 и 6). В ходе третьего этапа исследования были также получены результаты, дополняющие и уточняющие представления методической науки о применении моделирования как пассивного и активного метода обучения.

Было обнаружено, что результаты усвоения учебного математического материала с использованием форм 1 и 2 (ориентированных на «пассивное моделирование») и с использованием форм 3–6 (ориентированных на «активное моделирование»), имеют не очень значительные различия в краткосрочном периоде (от 68 % до 86 %) и гораздо большие различия в долгосрочном периоде (от 24 % до 86 %). «Объем забывания» учебного математического материала при пассивном моделировании оказался в два раза большим, чем при использовании активного моделирования. Это можно объяснить тем, что формы, ориентированные на активную работу с моделями, имеют направленность на достижение методических целей с дальним временным горизонтом (например, формирование познавательной самостоятельности), что способствует более долговременному сохранению в памяти усвоенного учебного материала.

Было также выявлено, что в зависимости от выбранной формы, ориентированной на активное моделирование, эффективность в краткосрочном и долгосрочном периодах может быть различной. В частности, в краткосрочном и долгосрочном периодах применение форм 3 и 4 привело к лучшим результатам, чем применение форм 5 и 6. Этот факт мы связываем с тем, что самостоятельное построение визуальной модели понятия без опоры на образец не всегда доступно учащимся 6–10-летнего возраста, так как в основе умения моделировать лежат мыслительные операции (анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование и др.), которые в этом возрасте еще не сформиро-

ваны на достаточном для выполнения сложных интеллектуальных действий уровне. Результаты экспериментального обучения также показали, что применение форм 5 и 6 привело к лучшим результатам по критерию «объем забывания»: был показан результат в полтора раза лучший, чем при использовании форм 3 и 4 (учащиеся, усвоившие учебный материал на уроке, «потеряли» не более 16 % учебной информации). Этот факт мы связываем с тем, что при построении учебной модели математического понятия без опоры на образец учащийся проявляет мыслительную активность на максимально возможном для себя уровне. Несмотря на то что только небольшая часть учащихся была способна построить визуальную модель полностью самостоятельно, усвоенный ими учебный материал прочно сохранился в памяти.

**Заключение.** Проведенное исследование позволяет сформулировать следующие выводы:

1. Было выделено шесть основных методических форм обучения начальному курсу математики с использованием учебных моделей математических понятий, в основе которых лежат варианты сочетаний основных (наглядно-практических) и сопутствующих (словесных) приемов обучения.
2. В практике работы на уроках математики учителями значительно чаще использовались формы 1 и 2, ориентированные на применение моделирования как пассивного метода обучения, когда учащийся работает с моделями, предложенными учителем. Однако анализ теоретических предпочтений учителей показал большое расхождение между их практическими и теоретическими выборами: наиболее эффективной учителя признали форму 4, направленную на применение моделирования как активного метода обучения, когда учащийся сам строит модель математического понятия, а наименее эффективной – форму 1, ориентированную на пассивное использование предложенных учителем моделей.
3. Одной из основных причин практических предпочтений методических форм 1 и 2, по мнению опрошенных учителей, является конфликт методических целей с различным временным горизонтом: важные

цели, которые представляется возможным достичь в краткосрочном периоде (например, экономия времени на уроке), предпочитают значимым целям, которые можно достичь в долгосрочном периоде (например, формирование познавательной самостоятельности).

4. Использование форм работы с учебными моделями математических понятий, ориентированных на использование моделирования как активного метода обучения (формы 3, 4, 5 и 6), в сравнении с использованием форм 1 и 2, позволяет получить более высокие результаты усвоения учебного математического материала в краткосрочном периоде, но выявленные различия не значительны. Однако методические формы 3, 4, 5 и 6 в сравнении с формами 1 и 2 позволяют получить значительные различия в усвоении учебного материала в долгосрочном периоде.
5. Наличие образца работы с учебной моделью изучаемого понятия, характерного для форм 3 и 4, дает лучший результат усвоения материала по математике как сразу после объяснения, так и после временного перерыва, чем применение форм 5 и 6, где образец не используется, что связано с особенностями мыслительной деятельности учащихся I ступени общего среднего образования.
6. Применение на уроках математики форм 5 и 6, где образец работы с учебной моделью математического понятия отсутствует, обеспечивают в сравнении с формами 3 и 4 более прочное сохранение учебной информации после временного перерыва у той группы учащихся, которая усвоила материал сразу после объяснения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Харламов, И. Ф. Педагогика : учеб. пособие / И. Ф. Харламов. – 4-е изд. – М. : Гардарики, 2002. – 519 с.
2. Дахин, А. Н. Педагогическое моделирование: сущность, эффективность и неопределенность / А. Н. Дахин // Педагогика, 2003. – № 4. – С. 21–26.
3. Вартофский, М. Модели. Репрезентация и научное понимание / М. Вартофский; пер. с англ. – Общ. ред. и послесл. И. Б. Новика и В. Н. Садовского. — М. : Прогресс, 1988. – 507 с.
4. Урбан, М. А. Задания с учебными моделями в системе работы над простой арифметической задачей / М. А. Урбан // Печатковская школа. – 2011. – № 7. – С. 6–11.
5. Мельников, О. И. Моделирование на уроках математики в начальной школе: возможности младшего школьника и готовность учителя / О. И. Мельников, М. А. Урбан // Весті ВДПУ. – Серія 3. – № 4 (66). – 2010. – С. 36–41.
6. Сергеев, С. И. Компьютерная визуализация в математическом образовании как практическая педагогическая задача / С. И. Сергеев, М. А. Урбан // Problems of Education in the 21st Century, ISSN 1822-7864. – Volume 49. – 2012. – P. 95–103.
7. Подласый, И. П. Педагогика начальной школы : учебник / И. П. Подласый. – М. : Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС, 2008. – 405 с.
8. Подиновский, В. В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений : учеб. пособие / В. В. Подиновский. – М. : Физматлит, 2007. – 64 с.
9. Кузнецова, Е. П. Внутренняя мотивация учащихся при обучении алгебре и оценка их достижений при самостоятельной работе / Е. П. Кузнецова // Математическое образование : материалы респ. конф., Ереван, 23–24 окт. 2014 г. – Ереван, 2014. – С. 24–26.

#### SUMMARY

*Educational modeling is used in primary education to explain mathematical reasoning, however, not every model facilitates understanding of mathematical ideas. Therefore, the search for effective forms of using models in math's teaching is a topical issue of primary education. The purpose of the research, the results of which are presented in this article, is the development, substantiation and experimental verification of efficiency for six methodical forms of work with models on maths lessons that have been distinguished during the research.*

Поступила в редакцию 29.09.2015 г.