

2) Поскольку нет ограничения на выбор угла, тупым может быть как $\angle AXB > 90^\circ$, так и $\angle XAB > 90^\circ$.

3) Проведем касательные через точку A и точку B .

4) Рассмотрим полуплоскости α и β без (AB) , иначе $X \in AB$ (п.1) либо точка X принадлежит касательным. Тогда $\triangle AXB$ – прямоугольный, в нем не может быть тупых углов.

5) Значит, ГМТ X , чтобы $\triangle AXB$ – тупоугольный – все точки круга и полуплоскости α и β без (AB) , но без границ полуплоскости и круга.

Аналогичные задачи можно рассмотреть для случаев остроугольного и прямоугольного треугольников. Частичное их нахождение было рассмотрено ранее.

Чертеж и геометрические конструкции являются неотъемлемыми инструментами для решения геометрических задач. Чертеж обеспечивает визуальное представление условия задачи и способствует обнаружению закономерностей, обеспечивая эвристическую функцию геометрических конструкций. Эффективное использование этих инструментов требует глубокого понимания геометрических принципов, интуиции и умения видеть возможности для применения известных теорем в новых ситуациях.

Геометрические конструкции являются не просто вспомогательными элементами решения геометрических задач, а критически важным инструментом, определяющим возможность и эффективность решения. Они обеспечивают возможность формализации интуитивных представлений, выявления скрытых геометрических отношений и сведения сложных задач к последовательности более простых, решаемых на основе известных теорем и свойств.

Список литературы

1. Мерзляк, А. Г. Геометрия. 7–9 классы : учебник для общеобразовательных организаций. Углубленный уровень / А. Г. Мерзляк, В. М. Поляков. – М. : Просвещение, 2021. – 367 с.
2. Смирнова, И. В. Геометрические конструкции как средство обучения геометрии учащихся на углубленном уровне / И. В. Смирнова // Наука в мегаполисе Science in a Megapolis. – 2025. – № 5(73). URL: <https://mgpu-media.ru/issues/issue-73/innovatsionnye-obrazovatelnye-tehnologii/geometricheskie-konstruktsii-kak-sredstvo-obucheniya-geometrii-uchashchikhsya-na-uglublennom-urovne.html> (дата обращения 30.06.2025).
3. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л. Л. Тухолко. – Минск : БГПУ, 2019. – 248 с.

СРЕДСТВА ПРЕОДОЛЕНИЯ ФОРМАЛИЗМА ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ (НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В 5 КЛАССЕ)

М. В. Солдаева, к. пед. н.,

Российский государственный педагогический университет имени А. И. Герцена,

Санкт-Петербург, Россия

e-mail: soldaevamv@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается проблема формализма в обучении математике в 5-м классе, особенно проявляющаяся при решении текстовых задач. Анализируются когнитивные, дидактические и возрастные причины возникновения формального подхода к обучению. Обоснованы средства преодоления формализма: практико-ориентированные задачи, моделирование, использование различных способов решения, межпредметные связи и развитие рефлексии. Методическая интерпретация задачи из Всероссийской проверочной

работы демонстрирует, как использование этих средств способствует осмысленному обучению и развитию математического мышления.

Ключевые слова: формализм, текстовая задача, математическое мышление, моделирование, межпредметные связи.

MEANS OF OVERCOMING FORMALISM IN MATHEMATICS EDUCATION (USING THE EXAMPLE OF SOLVING WORD PROBLEMS IN GRADE 5)

M. V. Soldaeva, Candidate of Pedagogical Sciences,
A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: soldaevamv@gmail.com

Abstract. The article examines the issue of formalism in teaching mathematics in Grade 5, particularly in the context of solving word problems. It analyzes cognitive, didactic, and age-related factors that contribute to the emergence of a formal approach in learning. The article substantiates the means of overcoming formalism: practice-oriented problems, modeling, use of multiple solution strategies, interdisciplinary connections, and the development of reflection. A methodological analysis of a typical exam problem demonstrates how these strategies foster meaningful understanding and mathematical thinking.

Keywords: formalism, word problem, mathematical thinking, modeling, interdisciplinary links.

В условиях современной школы проблема формализма в математическом образовании обостряется из-за стремительного обновления учебных программ и доминирования тестовых форм контроля, вынуждающих школьников заучивать алгоритмы решения, не погружаясь в их смысловое основание [1, 2]. Особенно уязвимыми оказываются пятиклассники, которым предстоит переход от арифметики начальной школы к более абстрактным представлениям основной школы. Если на этом этапе не показать обучающимся, как математический язык описывает реальные процессы, возникает разрыв между символом и смыслом, который в дальнейшем тяжело восполнить [4].

Текстовые задачи – едва ли не единственный тип заданий, где обучающийся видит «сюжет» и может соотнести его с личным опытом. Однако и они превращаются в формальные операции, если учитель ограничивается единственным «правильным» алгоритмом. Поэтому работа обучающихся с задачами, должна быть организована с опорой на их субъектный опыт, а также побуждать осмысленно строить модель и критически оценивать найденное решение [3, 6, 7].

Исследователи связывают формализм с явлением инструментального понимания, когда ученик оперирует знаками без осмысления их семантики [1]. На уровне 5 класса это проявляется особенно ярко: обучающийся уже владеет «арифметическим аппаратом» начальной школы, но ещё не сформировал устойчивых понятий о переменной, отношении величин и дроби, что делает переход к более абстрактным темам уязвимым для формального усвоения [2, 4]. Согласно исследованиям В. В. Кулявцевой «когнитивная нагрузка возрастает по мере увеличения символических обозначений, что приводит к опоре на запоминание, а не на понимание» [2].

С точки зрения когнитивной психологии пятиклассники находятся на границе конкретно-операционального и формально-операционального этапов (по Ж. Пиаже), поэтому при резком увеличении символической нагрузки (дроби, десятичные, буквенные обозначения)

рабочая память быстро заполняется, и обучающийся обращается к механическому воспроизведению алгоритма как к стратегии экономии когнитивных ресурсов [2].

Дидактические факторы также усиливают формализм: ускоренное прохождение тем, ориентация на одношаговые тестовые задания, отсутствие времени на обсуждение различных моделей и жизненных контекстов, а также оценивание, сосредоточенное на правильном ответе, а не на рассуждении [1, 4].

Ключевые причины возникновения формализма именно у пятиклассников можно сгруппировать следующим образом: переходная зона «арифметика → алгебра»: знакомые слова («часть», «разность») внезапно связываются с новыми буквенными символами, вызывая смешение смыслов [4]; резкое увеличение объёма абстрактных понятий (дроби, проценты, координаты), что повышает когнитивную нагрузку [2]; субъективное представление о математике как наборе «быстрых счётных приёмов», закреплённое практикой тестирования, где важна скорость, а не обоснование [1]; несформированность метапредметных действий самоконтроля и рефлексии, без которых алгоритм воспринимается как внешнее требование [2].

Ниже представлены средства, которые доказали свою эффективность в работе с текстовыми задачами.

Практико-ориентированные задачи. Учитель предлагает условия, близкие к повседневному опыту обучающихся, подчёркивая «зачем» нужен расчёт.

Моделирование и множественные представления. Обучающиеся переводят условие задачи в разные формы: схему, таблицу, рисунок, вербальное объяснение. Такое разнообразие способствует лучшему пониманию смысловой структуры задачи и уменьшает риск механического переноса формулы. Е. Н. Пугачёва подчёркивает: «Моделирование помогает школьникам осуществлять переход от образного представления к знаковому, не теряя смысла» [4].

Использование различных способов решения. Для одной и той же задачи учащиеся пробуют разные подходы: арифметический, алгебраический, графический. Это формирует осознанный выбор стратегии, развивает гибкость мышления и понимание структуры задачи [5].

Организация межпредметных связей. Математические задачи строятся на межпредметной основе – с включением знаний по географии, биологии, истории. Это способствует смысловой насыщенности материала и развитию универсальных учебных действий [5].

Рефлексия и самооценка. После решения задач обучающиеся заполняют чек-листы, формулируют рассуждения, анализируют ошибки. Это способствует осознанному контролю за действиями и развивает учебную самостоятельность [2].

Рассмотренные выше средства особенно эффективно проявляются в работе с текстовыми задачами, близкими к формату Всероссийской проверочной работы (ВПР). Приведённый ниже пример иллюстрирует, как теоретические подходы могут быть использованы на практике.

Задача: Автомобиль ехал из одного города в другой. Первую половину пути он проехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину – со скоростью 40 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля на всём пути?

На первый взгляд задача типична для курса математики 5-го класса. Однако без смысловой проработки она быстро превращается в формальный шаблон: обучающиеся по привычке складывают скорости или усредняют их без анализа. Это и есть проявление формализма, на преодоление которого направлены методы, рассмотренные выше.

Учителю следует начать с обсуждения реальной ситуации: как влияет изменение скорости на время в пути? Можно задать вопросы: «Когда вы добираетесь до школы быстрее – если идёте всю дорогу с одной скоростью или если половину пути идёте медленно?» Это активизирует личный опыт учащихся и делает задачу значимой [3].

Далее можно построить схему пути (отрезок, деленный на две равные части) и на ней отметить скорости. Важно показать, что время, затраченное на каждую часть, разное. Можно построить таблицу: путь – одинаковый, а время рассчитывается по формуле $t = \frac{s}{v}$. Обучающиеся могут предложить: а) найти время на каждый участок и сумму времени, затем общий путь и среднюю скорость; б) применить формулу средней скорости при разном времени движения. Обсуждение этих подходов позволяет увидеть структуру задачи и сделать осознанный выбор способа.

Обсуждение аналогии с физикой: движение, скорость, время – это не только математика. Можно обсудить, как подобные рассуждения важны при чтении дорожных знаков, планировании поездок [5]. Работу с обучающимися можно завершить следующим образом: «Что мне помогло понять задачу?», «Почему мой первый способ не сработал?», «Как я объяснил бы эту задачу другу?» Это помогает осмыслить процесс и избежать «догадочного» подхода в будущем [2].

Преодоление формализма в обучении математике требует опоры на возрастные и когнитивные особенности младших подростков. Одним из ключевых средств выступает контекстуализация задач: формализм зачастую обусловлен отрывом содержания от повседневного опыта учащихся. Практико-ориентированные условия, связанные с покупками, измерениями, движением, позволяют перевести абстрактные понятия в осмысленную форму, особенно при изучении величин и задач на движение.

Визуализация также способствует осмысленному усвоению. Использование схем, рисунков и табличных моделей поддерживает учащихся с недостаточно развитым абстрактным мышлением. Типовые шаблоны, такие как «лента времени», позволяют структурировать информацию и облегчить поиск стратегии решения.

Разнообразие способов решения способствует формированию математической гибкости и препятствует сведению мышления к механическому воспроизведению алгоритма. Обсуждение альтернативных подходов помогает перейти от формального выполнения к пониманию.

Межпредметные связи обеспечивают включённость математического содержания в общий образовательный контекст. Обсуждение смыслов задач в рамках географии, литературы или естествознания способствует целостному восприятию знаний.

Наконец, включение элементов рефлексии и формирующего оценивания позволяет зафиксировать не только результат, но и осмыслить процесс. Анализ шагов, трудностей и успешных стратегий повышает учебную осознанность и снижает уровень формального усвоения.

Таким образом, методическая работа учителя должна быть направлена на смысловую интерпретацию задачи, поддержку разных каналов восприятия и постепенное развитие рефлексии. Эти действия обеспечивают устойчивый результат и делают математику не только понятной, но и интересной.

Список литературы

1. Зотова, Л. Е. Формирование осмысленных действий при решении текстовых задач в основной школе / Л. Е. Зотова // Математика в школе. – 2015. – №3. – С. 25–29.
2. Кулявцева, А. В. Особенности когнитивной деятельности учащихся при обучении алгебре / А. В. Кулявцева. – М. : Педагогика, 2018.

3. Леонтьев, А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Смысл, 2001. – 352 с.
4. Пугачёва, Е. Н. Моделирование как средство понимания математических задач / Е. Н. Пугачёва. – М.: Просвещение, 2016.
5. Солдаева, М. В. Реализация целостного подхода к обучению математике как условие достижения понимания / М. В. Солдаева // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. 2013. – № 161. – С. 202–05.
6. Шевкин, А. В. Задачи как средство формирования математической грамотности / А. В. Шевкин. – М. : Бином, 2020.
7. Якиманская, И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. – М. : Сентябрь, 2000. – 112 с.

ПОЧЕМУ АРХИВ? ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ АРХИВНЫХ ДОКУМЕНТОВ

С. И. Торопова, к. пед. н.,
Вятский государственный университет,
Киров, Россия
e-mail: svetori82@mail.ru

Аннотация. Рассматривается пример использования практико-ориентированных задач, составленных на основе архивных документов, посвященных идее создания и реализации Александро-Невского собора в г. Вятке как храма-памятника героям Отечественной войны 1812 г. Показано, что данные задачи способствуют воспитанию обучающихся с учетом стратегических приоритетов современного российского образования.

Ключевые слова: практико-ориентированные задачи, воспитание, Александро-Невский собор.

WHY ARCHIVE? TEACHING MATHEMATICS BASED ON ARCHIVAL DOCUMENTS

S. I. Toropova, Candidate of Pedagogical Sciences,
Vyatka State University,
Kirov, Russia
e-mail: svetori82@mail.ru

Annotation. The article examines an example of using practice-oriented tasks compiled on the basis of archival documents dedicated to the idea of design and construction the Alexander Nevsky Cathedral in Vyatka as a memorial temple to the heroes of the Patriotic War of 1812. It is shown that these tasks contribute to the upbringing of pupils taking into account the strategic priorities of modern Russian education.

Keywords: practice-oriented tasks, upbringing, Alexander Nevsky Cathedral.

Современные общественно-политические реалии, приоритеты российской образовательной политики и усиление роли воспитания актуализируют проблему формирования гражданской идентичности и культурно-исторической памяти молодежи, в том числе в процессе обучения математике. По мнению М. В. Егуповой и Е. В. Соколовой, определенным воспитательным потенциалом обладают практико-ориентированные задачи по математике, через фабулы которых возможно познакомить учащихся с новой для них информацией об окружающем мире и об общественно-значимых событиях,