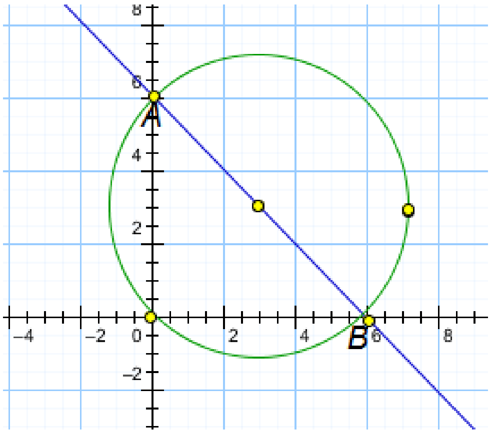

**Рисунок 1**

Таким образом, при $a = 3$ система уравнений имеет ровно два решения.

*Ответ.* $a = 3$.

Создание условий, при которых учащиеся могут развиваться как личности, имеет огромное значение для формирования успешных и уверенных в себе специалистов в будущем. Задачи с параметром имеют для этого значительный потенциал.

***Список литературы***

1. Азаров, А. И. Методы решения задач с параметрами. Математика для старшеклассников / А. И. Азаров, А. С. Барвенов, В. С. Федосенко. – . Мн.: Аверсэв, 2003. – 272 с.

2. Высоцкий, В. С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В. С. Высоцкий. – М.: Научный мир, 2011. – 316 с.

3. Козко, А. И. Задачи с параметром и другие сложные задачи / А. И. Козко,В. Г. Чирский. – М.: МЦНМО, 2007. – 296 с.

4. Липилина, В. В. Сборник задач и другие материалы математических турниров и олимпиад / В. В. Липилина. – Оренбург: ОГУ, 2008. – 415 с.

5. Максютин, А. А. Задачный подход в обучении математике : монография / А. А. Максютин, Г. А. Клековкин. – М.; Самара : СФ ГОУ ВПО МГПУ, 2009. – 184 с.

6. Шевкин, А. В. Задачи с параметром: Линейные уравнения и их системы / А. В. Шевкин // Серия «Математика. Проверь себя». – М.: Русское слово – учебная книга», 2003. – 32 с.

## ОБУЧЕНИЕ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ, СВОДЯЩИХСЯ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

**Н. И. Лобанова**, к. пед. н.,
Центр внешкольной работы г. Зеленокумска, Советского района,
Зеленокумск, Ставропольский край, Россия,
**В. Д. Селютин**, д. пед. н., профессор,
Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева,
Орёл, Россия
e-mail: lobantchik@yandex.ru, selutin_v_d@mail.ru

*Аннотация*. В статье показывается, как включение элементов дифференциальных уравнений в программу по математике может способствовать более глубокому пониманию физических законов и развитию у школьников навыков решения физических задач. Такой подход повышает мотивацию к изучению математики и развивает навыки, необходимые для дальнейшего обучения в научных областях. Это инвестиция в будущее поколение учёных и инженеров.

*Ключевые слова:* дифференциальные уравнения, методика обучения решению физических задач, школьники.

## TEACHING SCHOOLCHILDREN TO SOLVE PHYSICAL PROBLEMS THAT REDUCE TO DIFFERENTIAL EQUATIONS

**N. I. Lobanova**, Candidate of Pedagogical Sciences,
Center for extracurricular activities in Zelenokumsk,
Sovetsky district, Zelenokumsk, Stavropol Territory, Russia,
**V. D. Selyutin**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
I. S. Turgeniv Oryol State University,
Orel, Russia
e-mail: lobantchik@yandex.ru, selutin_v_d@mail.ru

*Annotation.* The article shows how the inclusion of elements of differential equations in the mathematics curriculum can contribute to a deeper understanding of physical laws and the development of students' skills in solving physics problems. This approach increases motivation to study mathematics and develops the skills necessary for further study in scientific fields. This is an investment in the future generation of scientists and engineers.

*Keywords:* differential equations, methods of teaching solving physical problems, schoolchildren.

Физика и математика – две неразрывно связанные дисциплины. Физические законы часто выражаются математическими формулами, а математические инструменты позволяют анализировать и предсказывать физические явления. Однако, в школьной программе некоторые разделы этих предметов часто преподаются изолированно, что может затруднить понимание взаимосвязи между ними. В частности, использование дифференциальных уравнений, мощного инструмента математического анализа, часто остаётся за рамками школьного курса физики, хотя они позволяют решать широкий спектр физических задач [2, 3].

В этой статье мы рассмотрим, как можно интегрировать изучение дифференциальных уравнений в занятия по математике, чтобы помочь школьникам лучше понимать и решать физические задачи.

*Почему дифференциальные уравнения важны для физики?*

Дифференциальные уравнения описывают взаимосвязь между функцией и её производными. В физике это означает, что они описывают, как физическая величина (например, положение, скорость, температура) изменяется во времени или пространстве. Многие фундаментальные законы физики, такие как второй закон Ньютона, закон радиоактивного распада, закон охлаждения Ньютона, выражаются в форме дифференциальных уравнений.

Использование дифференциальных уравнений позволяет:

– *более точно моделировать физические процессы*: в отличие от упрощённых формул, которые часто используются в школьной физике, дифференциальные уравнения позволяют учитывать изменяющиеся условия и более сложные зависимости;

– *решать задачи, которые невозможно решить другими методами*: многие задачи, связанные с движением с переменным ускорением, колебаниями, теплопередачей и другими сложными явлениями, требуют использования дифференциальных уравнений [1, 2];

– *углубить понимание физических законов*: решение дифференциальных уравнений позволяет увидеть, как физические законы проявляются в конкретных ситуациях и как различные параметры влияют на поведение системы.

– *развить навыки математического моделирования*: использование дифференциальных уравнений для решения физических задач развивает навыки построения математических моделей, анализа результатов и интерпретации их в физическом контексте [4].

***Как интегрировать дифференциальные уравнения в занятия по математике?***

Внедрение дифференциальных уравнений в школьную программу требует продуманного подхода. Вот несколько идей.

- *Начать с простых примеров*: начать с простых дифференциальных уравнений первого порядка, которые можно решить аналитически. Например, уравнение, описывающее радиоактивный распад или закон охлаждения Ньютона.
- *Использовать физические задачи в качестве мотивации*: представлять дифференциальные уравнения не как абстрактные математические объекты, а как инструменты для решения конкретных физических задач. Например, предложить задачу о движении тела под действием силы сопротивления воздуха, которая пропорциональна скорости.
- *Визуализировать решения*: использовать графики и анимации, чтобы показать, как решения дифференциальных уравнений соответствуют физическим процессам. Это поможет школьникам лучше понять смысл полученных результатов.
- *Использовать компьютерное моделирование*: существуют различные программные пакеты, которые позволяют решать дифференциальные уравнения численно и визуализировать результаты. Это позволяет исследовать более сложные задачи, которые невозможно решить аналитически [1].
- *Связывать с другими темами математики*: подчёркивать связь дифференциальных уравнений с другими темами математики, такими как производные, интегралы, функции и графики.
- *Предлагать проектные работы*: предложить школьникам выполнить проектные работы, в которых они будут использовать дифференциальные уравнения для моделирования реальных физических явлений.

***Примеры задач, которые можно решить с помощью дифференциальных уравнений*** [1].

- *Колебания маятника*: описать движение маятника с учётом силы трения. Это приводит к дифференциальному уравнению второго порядка, которое можно решить численно или приближённо.
- *Радиоактивный распад*: определить количество радиоактивного вещества, оставшегося через определённое время, используя закон радиоактивного распада, который выражается дифференциальным уравнением первого порядка.
- *Закон охлаждения Ньютона*: рассчитать время, необходимое для охлаждения тела до определённой температуры, используя закон охлаждения Ньютона, который также выражается дифференциальным уравнением первого порядка.
- *Движение заряженной частицы в магнитном поле*: описать траекторию заряженной частицы, движущейся в однородном магнитном поле. Это приводит к системе дифференциальных уравнений второго порядка.
- *Рост популяции*: моделировать рост популяции с учётом различных факторов, таких как рождаемость, смертность и конкуренция. Это приводит к дифференциальным уравнениям, описывающим динамику популяции.
- *Распространение тепла*: описать распространение тепла в стержне или пластине, используя уравнение теплопроводности, которое является дифференциальным уравнением

в частных производных. (Этот пример может быть более сложным и подходить для продвинутых школьников).

- *Движение тела под действием силы сопротивления воздуха*: рассмотреть движение тела, брошенного вертикально вверх, учитывая силу сопротивления воздуха, пропорциональную скорости. Это приводит к дифференциальному уравнению первого порядка, которое можно решить аналитически.

***Преимущества включения дифференциальных уравнений в программу по математике для школьников.***

– *Повышение мотивации к изучению математики*: когда школьники видят, как математика применяется для решения реальных физических задач, они становятся более мотивированными к её изучению.

– *Углубление понимания физики*: использование дифференциальных уравнений позволяет школьникам лучше понимать физические законы и их применение.

– *Развитие навыков математического моделирования*: школьники учатся строить математические модели физических явлений, анализировать результаты и интерпретировать их в физическом контексте.

– *Подготовка к дальнейшему обучению*: знание дифференциальных уравнений является важным преимуществом для школьников, планирующих изучать физику, инженерию или другие научные дисциплины в университете.

***Трудности и пути их преодоления.***

- *Недостаточная математическая подготовка*: школьники могут испытывать трудности с пониманием концепций, связанных с производными и интегралами. Необходимо уделить достаточно времени повторению и закреплению этих понятий.
- *Сложность решения дифференциальных уравнений*: некоторые дифференциальные уравнения могут быть сложными для решения аналитически. В этом случае можно использовать численные методы или компьютерное моделирование.
- *Нехватка времени*: включение дифференциальных уравнений в программу может потребовать дополнительного времени. Необходимо тщательно планировать занятия и выбирать задачи, которые соответствуют уровню подготовки школьников.
- *Отсутствие ресурсов*: необходимы учебные материалы и программное обеспечение, которые позволяют решать дифференциальные уравнения и визуализировать результаты.

***Заключение.*** Интеграция изучения дифференциальных уравнений в занятия по математике может значительно улучшить понимание физики и развить навыки математического моделирования у школьников. Хотя это требует дополнительных усилий и ресурсов, преимущества такого подхода очевидны. Это позволит школьникам увидеть взаимосвязь между математикой и физикой, повысить их мотивацию к обучению и подготовить к дальнейшему изучению научных дисциплин. Важно начинать с простых примеров, использовать физические задачи в качестве мотивации и визуализировать решения, чтобы сделать этот процесс более доступным и интересным для школьников.

***Список литературы***

1. Лобанова, Н. И. Изучение старшеклассниками дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования как средство формирования целостной картины мира Дисс. … кандидата пед. / Н. И. Лобанова; Орлов. гос. ун-т им. И.С. Тургенева. – Орёл, 2024. – 230 с.

2. Лобанова, Н. И. Элементы теории дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования / Н. И. Лобанова // Интернет-журнал «Мир науки». –2016. – Том 4, № 6. – URL: http://mir-nauki.com/PDF/32PDMN616.pdf (дата обращения 27.06.2025).

3. Родионов, М. А. Дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных : учебное пособие / М. А. Родионов, Н. Н. Яремко, А. В. Везденева. – Пенза, 2008. – 144 с.
4. Шукурова, Ш, Н. Применение дифференциальных уравнений в физических науках / Ш. Н. Шукурова // Символ науки. – 2023. – №12. – С. 1–2.

# БАРИЦЕНТРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

**К. С. Малинникова**, студент,
**М. А. Степанова**, к. ф.-м. н., доцент,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: ksunik1ksunik@gmail.com, ratkebug@yandex.ru
*Аннотация.* Рассматривается суть барицентрического метода решения планиметрических задач как метода геометрии масс; выделены этапы решения задач барицентрическим методом; представлены группы планиметрических задач, решение которых упрощается при применении барицентрического метода; обоснована возможность организации факультативного курса для учащихся 9 классов.
*Ключевые слова:* барицентрические координаты, барицентрический метод, планиметрическая задача.

## BARYCENTRIC COORDINATES IN SCHOOL GEOMETRY COURSE

**K. S. Malinnikova,** Student
**M. A. Stepanova**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: ksunik1ksunik@gmail.com, ratkebug@yandex.ru

*Abstract.* The essence of the barycentric method for solving planimetric problems as a method of mass geometry is considered; there are highlighted the stages of solving problems using the barycentric method; groups of planimetric problems, the solution of which is simplified when using the barycentric method, are given in the article; the author justifies the possibility of organizing an optional course for 9th grade students.
*Keywords:* barycentric coordinates, barycentric method, planimetric problem.

В рамках дипломного исследования по теме «Барицентрические координаты в евклидовом пространстве», проводимого на факультете математики РГПУ им. А. И. Герцена, мы обратили внимание на приложение барицентрических координат в различных областях науки и техники (многомерная и проективная геометрии, вычислительная математика, компьютерная графика и физическое моделирование, химия и генетика и т. д.) и к решению геометрических задач различного уровня сложности.

В своем развитии барицентрические координаты и барицентрический метод прошли несколько ступеней: *начало идеи барицентрического метода (метода масс)* (Архимед, III век до н.э.), *формализация центра масс* (XVIII в., Жозеф-Луи Лагранж), *геометрическая интерпретация* (XIX в., Август Фердинанд Мебиус), *расширение на многомерные пространства* (с XX века по настоящее время).