

Список литературы

1. Отечественные историки математики. Биобиблиографический справочник / Авторы-составители Г. И. Синкевич, Г. М. Полотовский. – СПб. : Издательский дом «Петрополис», 2025. –530 с.
2. Гильмуллин, М. Ф. История математики: Учебное пособие / М. Ф. Гильмуллин. – Екатеринбург: Ridero, 2018. – 456 с.
3. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход: учебник для среднего профессионального образования / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2024. –340 с.
4. Смирнова, И. М. Геометрические задачи с практическим содержанием: Учебное пособие / И. С. Смирнова, В. А. Смирнов. – М. : МЦНМО, 2010. –136 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПСИХОЛОГИИ ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

В. В. Липилина, к. пед. н., доцент,
Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия
e-mail: lipil@rambler.ru

Аннотация. В статье охарактеризованы ключевые аспекты, влияющие на успешность овладения навыками решения задач с параметрами, значимых для развития логического и критического мышления учащихся, их творческих способностей и уверенности в своих математических знаниях.

Ключевые слова: методика обучения решению задач с параметрами, психологические аспекты процесса решения задач, поиск нестандартных решений.

RESEARCH OF PSYCHOLOGY OF PROBLEM' SOLVING PROCESS WITH PARAMETERS IN HIGH SCHOOL MATHEMATICS COURSE

V. V. Lipilina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Togliatti State University,
Togliatti, Russia
e-mail: lipil@rambler.ru

Annotation. The article describes the key aspects that influence the success of mastering the skills of solving problems with parameters that are important for the development of logical and critical thinking of students, their creative abilities and confidence in their mathematical knowledge.

Keywords: methods of teaching problem solving with parameters, psychological aspects of the problem' solving process, search for non-standard solutions.

В современном образовательном пространстве важным является акцент на развитии личности каждого ученика. Математика занимает особое место в этом процессе, поскольку она не только развивает логическое мышление, но и способствует формированию творческого подхода к решению проблем. Одной из специализированных областей алгебры являются задачи с параметрами, которые представляют собой уникальный инструмент для изучения различных аспектов психологии учащихся. Глубина идей задач с параметрами позволяет выявлять категорию учащихся, которые в дальнейшем могут связать свою жизнь с точными науками. Исследование данной темы позволит оценить, как работа с такими задачами влияет

на умственное развитие школьников и как психологические аспекты, связанные с решением этих задач, могут быть использованы для повышения их учебных результатов.

Задачи с параметрами, обладающие развивающим характером, имеющие богатый общекультурный потенциал, стали объектом изучения многих математиков и методистов. В книгах таких авторов как М. И. Башмаков, В. В. Вавилов, М. А. Галицкий, В. И. Голубев, А. М. Гольдман, Г. В. Дорофеев, Л. И. Звавич, В. К. Марков, И. И. Мельников, В. В. Мирошин, В. И. Моденов, П. С. Моденов, А. Г. Мордкович, С. И. Новоселов, С. Н. Олехник, П. И. Пасиченко, М. К. Потапов, Н. Х. Розов, И. Н. Сергеев, С. А. Тынянкин, И. Ф. Шарыгин, Г. А. Ястребинецкий и многих других рассмотрен широкий класс задач с параметрами и различные методы их решения.

Задачи с параметрами в современной системе школьного математического образования пронизывают практически весь курс школьной математики. Учителя в некоторой степени избегают этих задач в своей практике и поэтому школьники неохотно приступают к решению таких задач, часто боятся их. Но на любом вступительном экзамене в ведущий вуз страны, проверяющем математическую подготовку на достаточно высоком уровне, имеются задачи такого вида. Обязательно присутствуют задачи с параметрами в тестах Единого государственного экзамена по математике [2] и это замечательно, в то время как в учебных пособиях и тестах для абитуриентов, например, Германии, Канады, задачи с параметрами не являются столь многоуровневыми, исследовательскими, они соответствуют среднему уровню сложности.

Задачи с параметрами [1, 3–6] представляют собой особый класс математических задач, требующих от учащихся: развитого логического мышления, умения проводить самостоятельные логические построения, способности к анализу и синтезу, гибкости мышления, умения обобщать и формулировать гипотезы, адаптироваться к изменениям условий, навыков исследовательской деятельности, что является важным не только в математике, но и в жизни.

Процесс решения задач с параметрами включает в себя множество психологических аспектов, которые имеют значение для образования и учения. Эти аспекты условно можно разделить на несколько категорий.

Когнитивные аспекты решения задач связаны с процессами восприятия, памяти и умственной активности учащихся. Исследования показывают, что учащиеся, которые обладают высокими когнитивными способностями, демонстрируют более высокий уровень успешности в решении задач с параметрами. Когнитивная нагрузка, возникающая во время решения задач, может быть как положительной, так и отрицательной. Положительная когнитивная нагрузка способствует глубокому пониманию и удерживанию информации, тогда как отрицательная может приводить к фрустрации и снижению мотивации. Уважение к психологическим особенностям каждого учащегося позволяет педагогам оптимизировать учебные процессы, чтобы минимизировать негативное влияние чрезмерной когнитивной нагрузки.

Эмоциональные аспекты также играют важную роль в процессе решения задач с параметрами. Учебный процесс, особенно в математике, может вызывать у учащихся различные эмоции: от уверенности до страха перед неудачами. Эти эмоции могут значительно влиять на успехи учеников в учебе. Негативные эмоции, такие как страх перед ошибкой или неуверенность в своих силах, могут блокировать способность учащихся решать задачи. В этом контексте важно создавать безопасные и поддерживающие условия для обучения. Напротив, положительные эмоции, такие как интерес и увлеченность задачами, могут значительно повысить мотивацию учащихся.

Опыт показывает, что учащиеся, преодолевшие страх перед решением задач с параметрами, увлекаются их красотой, разнообразием условий, приёмов и способов решения. Это способствует формированию ученической мотивации, эффективное решение задач формирует чувство гордости и удовлетворения от достижения результата, что в дальнейшем способствует укреплению самостоятельности учащихся.

Следует также учитывать социальные аспекты решения задач. Работа в группах или парах помогает учащимся не только делиться своими знаниями, но и развивать социальные навыки. Дискуссии, возникающие в процессе группового решения задач с параметрами, могут укреплять когнитивное восприятие материала. Учащиеся, объясняя свои подходы к решению задач другим, углубляют собственное понимание темы, учатся уважать мнение других, оспаривать и отстаивать свои идеи. Включение социальных аспектов способствует созданию интегративного подхода в обучении.

Приведем примеры задач с параметром, позволяющих помочь учащимся преодолеть страх перед решением задач этого вида.

Задача 1. При каком значении a графики функций $3x + 5y = 10$ и $2x + ay = 6$ пересекаются в точке, принадлежащей оси ординат?

Решение. Функция $3x + 5y = 10$ является линейной, её график – прямая, не параллельная оси Oy . Найдём точку пересечения этой прямой с осью Oy . Для этого подставим в уравнение рассматриваемой функции значение $x = 0$. Получим $y = 2$. Точка $(0; 2)$ – единственная точка на оси Oy , через которую проходит график функции $3x + 5y = 10$. Согласно условию задачи график функции $2x + ay = 6$ также проходит через эту точку, подставим её координаты в уравнение, задающее вторую функцию. Получим $2 \cdot 0 + a \cdot 2 = 6$, откуда находим $a = 3$.

Ответ: $a = 3$

Задача 2. Найдите все значения параметра a , при которых имеет ровно два решения система уравнений

$$\begin{cases} (x + a - 6)^2 + (y - a)^2 = 18, \\ \sqrt{x^2 + (y - 6)^2} + \sqrt{(x - 6)^2 + y^2} = 6\sqrt{2}. \end{cases}$$

Решение. Первое уравнение системы задает семейство окружностей с радиусом $R = 3\sqrt{2}$ и с центром $O(6 - a; a)$. Левая часть второго уравнения представляет собой сумму расстояний от точки $M(x; y)$ до точек $A(0; 6)$ и $B(6; 0)$: $MA = \sqrt{x^2 + (y - 6)^2}$, $MB = \sqrt{(x - 6)^2 + y^2}$. Заметим, что правая часть уравнения равна значению длины отрезка AB . Действительно, $AB = \sqrt{(6 - 0)^2 + (0 - 6)^2} = 6\sqrt{2}$. Равенство возможно, если $M \in AB$.

Переформулируем условие задачи на геометрический язык: найти все такие значения параметра a , при которых отрезок AB и окружность с центром в точке $O(6 - a; a)$ и радиусом $R = 3\sqrt{2}$ имеют ровно две точки пересечения.

Точки A и B лежат на прямой $y = -x + 6$, значит, точки отрезка AB имеют координаты $(x; -x + 6)$. Заметим, что все возможные центры семейства окружностей также лежат на этой прямой, а радиус окружности вдвое меньше отрезка AB . Две общие точки отрезка и окружности возможны только в случае, если центр окружности лежит в середине отрезка AB – в точке с координатами $(3; 3)$, тогда окружность имеет две общие точки с отрезком – это сами точки A и B (рисунок 1). Во всех других случаях окружность пересекает отрезок в одной точке, либо не пересекает вовсе.

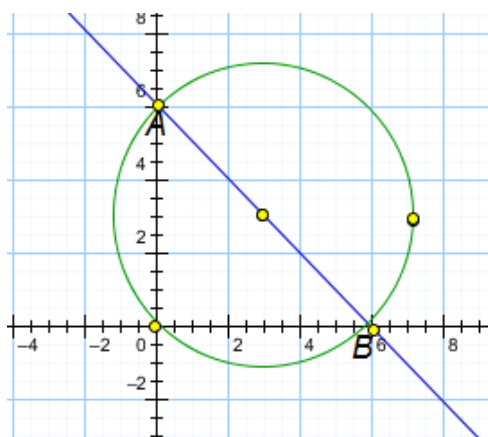


Рисунок 1

Таким образом, при $a = 3$ система уравнений имеет ровно два решения.

Ответ. $a = 3$.

Создание условий, при которых учащиеся могут развиваться как личности, имеет огромное значение для формирования успешных и уверенных в себе специалистов в будущем. Задачи с параметром имеют для этого значительный потенциал.

Список литературы

1. Азаров, А. И. Методы решения задач с параметрами. Математика для старшеклассников / А. И. Азаров, А. С. Барвенков, В. С. Федосенко. – Мн.: Аверсэв, 2003. – 272 с.
2. Высоцкий, В. С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В. С. Высоцкий. – М.: Научный мир, 2011. – 316 с.
3. Козко, А. И. Задачи с параметром и другие сложные задачи / А. И. Козко, В. Г. Чирский. – М.: МЦНМО, 2007. – 296 с.
4. Липилина, В. В. Сборник задач и другие материалы математических турниров и олимпиад / В. В. Липилина. – Оренбург: ОГУ, 2008. – 415 с.
5. Максютин, А. А. Задачный подход в обучении математике : монография / А. А. Максютин, Г. А. Клековкин. – М.; Самара : СФ ГОУ ВПО МГПУ, 2009. – 184 с.
6. Шевкин, А. В. Задачи с параметром: Линейные уравнения и их системы / А. В. Шевкин // Серия «Математика. Проверь себя». – М.: Русское слово – учебная книга», 2003. – 32 с.

ОБУЧЕНИЕ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ, СВОДЯЩИХСЯ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Н. И. Лобанова, к. пед. н.,

Центр внешкольной работы г. Зеленокумск, Советского района,
Зеленокумск, Ставропольский край, Россия,

В. Д. Селютин, д. пед. н., профессор,

Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева,
Орёл, Россия

e-mail: lobantchik@yandex.ru, selutin_v_d@mail.ru

Аннотация. В статье показывается, как включение элементов дифференциальных уравнений в программу по математике может способствовать более глубокому пониманию физических законов и развитию у школьников навыков решения физических задач. Такой подход повышает мотивацию к изучению математики и развивает навыки, необходимые для дальнейшего обучения в научных областях. Это инвестиция в будущее поколение учёных и инженеров.