ФОРМИРОВАНИЕ САМОРЕГУЛЯЦИИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ТЕОРЕМ

А. С. Землянский, аспирант,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: zemlianskii.as18@physics.msu.ru

Аннотация. В настоящей статье конкретизируется работа структурно-функциональных звеньев процесса саморегуляции, предложенных О. А. Конопкиным, направленная на формирование у школьников саморегуляции. В качестве примера рассматривается доказательство теоремы сложения вероятностей. Рассматриваются методические приёмы в рамках деятельности такого вида.

Ключевые слова: саморегуляция деятельности, доказательство теорем теории вероятностей, теорема сложения вероятностей.

FORMING SELF-REGULATION IN STUDENTS WHILE PROVING PROBABILITY THEOREMES

A. S. Zemlyansky, Postgraduate Student,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia
e-mail: zemlianskii.as18@physics.msu.ru

Annotation. This article elaborates on the work of the structural-functional components of the self-regulation process proposed by O.A. Konopkin, aimed at developing self-regulation in school students. As an example, the proof of the addition theorem of probability is examined. Methodological techniques within this type of activity are also discussed.

Keywords: self-regulation of activity, proof of probability theorems, the addition theorem of probability.

Одним из требований к результатам обучения, устанавливаемых Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования [5], является готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни. Достижение указанных целей невозможно без умения личности самостоятельно регулировать собственную деятельность. По определению, данному О. А. Конопкиным, саморегуляция – «системно-организованный процесс внутренней психической активности человека по инициации, построению, поддержанию и управлению разными видами и формами произвольной активности, непосредственно реализующей достижение принимаемых человеком целей» [3]. Саморегуляция считается высшим модусом активности и самостоятельности человека. Таким образом, стандарт предусматривает формирование саморегуляции в процессе обучения каждому предмету, в том числе и математике. На сегодняшний день довольно подробно рассмотрена проблема формирования саморегуляции школьников при обучении алгебре и геометрии, например, в работах [1, 2], однако данный вопрос в контексте обучения теории вероятностей практически не изучен. С 1 сентября 2023 года предмет «Вероятность и статистика» стал обязательным в российских школах. Возникает противоречие между требованиями стандарта к личностным и метапредметным результатам обучения и недостаточным количеством теоретических исследований, посвящённых формированию саморегуляции при обучении данному предмету.

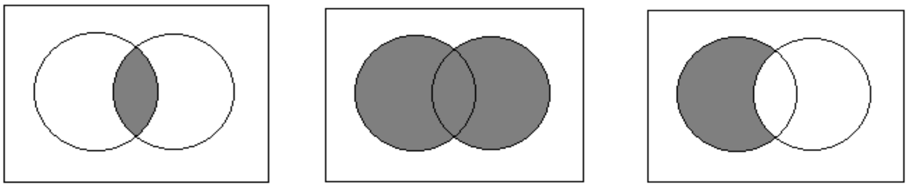
На уроках математики формирование саморегуляции школьников может происходить при обучении понятиям, доказательствам теорем и решению задач.

В структуре саморегуляции О. А. Конопкин [4] выделяет следующие функциональные звенья: цель деятельности, субъективная модель значимых условий, программа исполнительских действий, система субъективных критериев достижения цели, контроль и оценка реальных результатов, решение о коррекции системы. Рассмотрим работу всех вышеперечисленных структурно-функциональных звеньев на примере доказательства теоремы о сложении вероятностей.

Предполагаемая *цель деятельности:* найти в некотором стохастическом эксперименте вероятность события $D = A \cup B$, если у событий A и B есть непустое пересечение $C = A \cap B$ и вероятности $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$ известны.

Учащиеся могут составить *модель значимых условий* при помощи учителя, отвечая на предлагаемые им вопросы. Можно ли для вычисления $P(D)$ воспользоваться формулой $P(D) = P(A) + P(B)$? (Предполагаемый ответ: нет, нельзя, поскольку события A и B не являются несовместными.) Можно ли с помощью событий A, B, C, D выделить несовместные? (Можно ввести событие $A_1 = A \cap \overline{C}$, при этом пары событий A_1 и C, а также A_1 и B являются несовместными.) Можно ли выполнить графическую интерпретацию? Таким образом, в *модель значимых условий* можно включить пары событий A_1 и C, A_1 и B, а также правило сложения вероятности несовместных событий.

Разработаем *программу исполнительских действий:* введём событие $A_1 = A \cap \overline{C}$ заметим, что события A_1 и C, а также A_1 и B несовместны. Затем выполним графическую интерпретацию стохастического эксперимента (рисунок 1).



а) *б)* *в)*

Рисунок 1 – Иллюстрация к доказательству теоремы сложения. На рисунке *а)* серым цветом выделено событие *C*, на рисунке *б)* – событие *D*, на рисунке *с)* – событие A_1

После применим дважды правило сложения вероятности несовместных событий, в результате чего получим систему уравнений:

$$\begin{cases} P(A) = P(A_1) + P(C), \\ P(D) = P(A_1) + P(B). \end{cases}$$

На данном этапе доказательства учащиеся могут провести *оценку результатов.* Они замечают, что в обоих равенствах фигурирует вероятность события $P(A_1)$, что может указывать на целесообразность использования данного факта в дальнейших рассуждениях.

Возникает новая *цель деятельности:* исследовать полученную ранее систему уравнений с учётом сделанного наблюдения.

Вновь моделируем условия. Учитель спрашивает у учеников, какие способы решения систем линейных уравнений им известны. (Предполагаемый ответ: выразить вероятность $P(A_1)$ из первого уравнения и подставить во второе). Таким образом, в *модель значимых условий* вводим метод подстановки для решения систем уравнений.

Составим для данного этапа доказательства *программу исполнительских действий.* Выражаем $P(A_1)$ из первого уравнения полученной ранее системы:

$P(A_1) = P(A) - P(C)$.

Далее выполняем подстановку во второе уравнение системы:

$P(D) = P(A) - P(C) + P(B).$

Или же $P(A \cup B) = P(\mathrm{A}) - P(A \cap B) + P(B)$.

Обратимся к *системе субъектных критериев достижения цели.* Выражение для вероятности события $P\ (A \cup B)$, которое требовалось получить, найдено. Однако, перед тем как объявить теорему доказанной, необходимо выполнить *контроль* проведённых рассуждений. Для этого учитель предлагает обратиться к поясняющему рисунку и интерпретировать вероятность случайного события как площадь фигуры. При попытке найти вероятность искомого события как сумму $P(A)$ и $P(B)$ учащиеся замечают, что пересечение учитывается дважды. Следовательно, нужно один раз провести вычитание. Выполнив все вышеперечисленные действия, учащиеся получат ту же формулу и убедятся в истинности предыдущих рассуждений. Теорема доказана.

После проведения доказательства данной теоремы на уроке учитель может провести опрос среди учеников: было ли рассмотренное доказательство с опорой на структурно-функциональные звенья саморегуляции понятным? В качестве домашнего задания ученикам может быть предложено самостоятельно перечислить последовательность собственных действий в процессе саморегуляции, после чего с опорой на сформулированное предписание доказать теорему о вероятности трёх несовместных событий. Для трех совместных событий примерный ход рассуждений учащегося может быть таким.

Цель деятельности: требуется найти вероятность события $H = A \cup B\ \cup C$, если у событий A, B и C есть непустое пересечение $D = A \cap B \cap C$, при этом известны вероятности $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$, а также $P(A \cap C), P(B \cap C), P(A \cap B), P(A \cap B \cap C)$.

При составлении *модели значимых условий* учащийся будет *прогнозировать*, что предполагаемая формула будет похожа на ту, что была получена на уроке, поэтому будет *планировать* выполнить графическую интерпретацию условия, на основе которой будет выделять пары несовместных событий, для которых он будет применять уже известное ему правило. Вдобавок, учащийся будет считать целесообразным использовать при доказательстве результат теоремы, изученной на уроке, а именно получить систему из двух уравнений и впоследствии её решить.

Тогда *программа исполнительских действий учащегося* может иметь следующий вид: введём события $a = A\ \cap \overline{B \cup C}, b = B\ \cap \overline{A \cup C}, c = C\ \cap \overline{A \cup C}, d = A \cup B \cup C, e = A \cap C \cap \bar{d}$, $f = A \cap B \cap \bar{d}, g = B \cap C \cap \bar{d}$. При этом отметим, что все события $a - g$ несовместны, кроме того, несовместными являются пары следующих событий: a и $B\ \cup C$, сумма которых равна H, a и $e \cup d \cup f$, сумма которых равна A, f и d, сумма которых равна $A \cap B$. Выполним графическую интерпретацию стохастического эксперимента (рисунок 2).

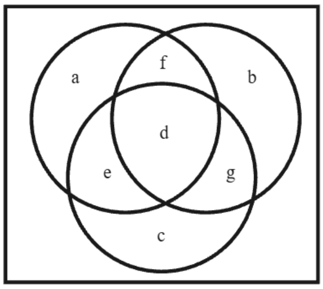


Рисунок 2 – Иллюстрация к доказательству теоремы сложения трёх несовместных событий

На рисунке 2 малыми латинскими буквами обозначены следующие события: $a = A\ \cap \overline{B \cup C}$, $b = B\ \cap \overline{A \cup C}$, $c = C\ \cap \overline{A \cup C}$, $d = A \cup B \cup C$, $e = \mathrm{A} \cap C \cap \bar{d}$, $f = A \cap B \cap \bar{d},\ g = B \cap C \cap \bar{d}$.

По аналогии с теоремой суммы двух событий получим систему:

$$\begin{cases} P(H) = P(a) + P(B \cup C), \\ P(A) = P(a) + P(A \cap C) + P(f). \end{cases}$$

Выразим $P(a)$ из первого уравнения полученной системы и выполним подстановку во второе уравнение, дополнительно учитывая, что $P(f) = P(A \cap B) - P(d)$. В результате получим:

$$P(H) = P(A) - P(A \cap C) - P(A \cap B) + P(d) + P(B) + P(C) - P(B \cap C).$$

Вероятность получена, можно ли убедиться в истинности? Да, можно, ведь $P(H) = P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) + P(f) + P(g) = P(a \cup e \cup d \cup f) + P(b \cup f \cup d \cup g) +$ $+ P(c \cup e \cup d \cup g) - P(e \cup d) - P(f \cup d) - P(g \cup d) + P(d)$. Полученные выражения аналогичны, значит, всё правильно.

Выполнив самостоятельное доказательство с использованием данной схемы-предписания, учащиеся отмечают, что такой приём обучения способствует более сознательному освоению учебной информации, а значит, его можно будет успешно применять и в своей будущей деятельности, не только учебно-познавательной.

Список литературы

1. Беребердина, С. П. Обогащение регуляторного опыта учащихся 7–9 классов в обучении алгебре: дисс. канд. пед. наук: 13.00.02 / С. П. Беребердина; Моск. гор. пед. ун-т. – М : МПГУ, 2018. – 203 с.
2. Боженкова, Л. И. Методическая система обучения геометрии, ориентированная на интеллектуальное воспитание учащихся общеобразовательной школы: дисс. докт. пед. наук: 13.00.02 / Л. И. Боженкова; Моск. гор. пед. ун-т. – М. : МПГУ, 2007. – 424 с.
3. Конопкин, О. А. Психическая саморегуляция произвольной активности человека / Вопросы психологии. – 1995. –№ 1. – С. 5–12.
4. Конопкин, О. А. Психологические механизмы регуляции деятельности / Предисл. В. И. Моросановой. – М. : ЛЕНАНД, 2011. – 320 с.
5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64101) с изменениями от 17.08.2022.

О КУРСЕ «ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА» ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 4–5-х КЛАССОВ

С. П. Зубова, к. пед. н., доцент,

Л. В. Лысогорова, к. пед. н., доцент,

Самарский государственный социально-педагогический университет,

Самара, Россия

e-mail: zubova@pgsga.ru, lysogorova@pgsga.ru

Аннотация. Курс «Олимпиадная математика» для обучающихся 4–5-х классов направлен на развитие логического и нестандартного мышления, а также на подготовку к математическим олимпиадам и конкурсам. Особое внимание уделяется разбору олимпиадных заданий.

Ключевые слова: олимпиадная математика, нестандартные задачи, логическое мышление, подготовка к олимпиадам, математические конкурсы, развитие математических способностей.