

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ПО ИТОГАМ ЕГЭ 2025 ГОДА И ПУТИ ПРЕОДОЛЕНИЯ ЗАТРУДНЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Ю. А. Еловикова, к. ф.-м. н, доцент,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Россия, Брянск
e-mail: elov77@yandex.ru

Аннотация. В статье анализируются типичные ошибки выпускников при решении задач единого государственного экзамена по математике в 2025 году, предлагаются методические пути преодоления затруднений учащихся.

Ключевые слова: единый государственный экзамен, типичные ошибки в задачах ЕГЭ, пути преодоления затруднений.

ANALYSIS OF THE RESULTS OF MATHEMATICS TEACHING BASED ON THE RESULTS OF THE 2025 UNIFIED STATE EXAM AND WAYS TO OVERCOME STUDENTS' DIFFICULTIES

I. A. Elovikova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Bryansk State Academician I. G. Petrovski University,
Russia, Bryansk
e-mail: elov77@yandex.ru

Abstract. The article analyzes typical mistakes made by graduates when solving problems on the Unified State Mathematics Exam in 2025, and suggests methodological approaches to overcome students' difficulties.

Keywords: Unified State Exam, typical mistakes in Unified State Exam tasks, ways to overcome difficulties.

Общепринятой практикой во многих странах мира стало завершение ключевых этапов школьного образования единой итоговой аттестацией в той или иной форме. В России для оценки результатов освоения программ среднего общего образования самой распространённой формой итоговой аттестации является единый государственный экзамен (ЕГЭ) [2]. Результаты ЕГЭ позволяют не только эффективно провести приёмную кампанию в высшие учебные заведения, но и проанализировать проблемы, возникшие у выпускников при решении экзаменационных заданий. Это позволяет наметить направления совершенствования методики обучения предмету в школе.

В данной статье представлен анализ результатов ЕГЭ по профильной математике в 2025-м году в Брянской области и предложены методические пути преодоления затруднений учащихся при решении задач из программы экзамена. Анализ основан на данных, полученных при проверке экзаменационных работ участников экзамена экспертами предметной комиссии Брянской области, а также на статистике ответов на экзаменационные задания в 2025 г., предоставленной Федеральным институтом педагогических измерений (ФИПИ). Основное внимание уделено результатам решения задач курса алгебры и начал анализа с развернутой записью ответа.

Экзаменационный вариант содержал *семь тестовых заданий базового уровня*. Участники экзамена справились с ними достаточно успешно (средний процент правильно решивших базовые задания колеблется в пределах 79,8% – 96,6%).

Следующие *пять тестовых задач* имели *повышенный уровень сложности*. Для заданий этого уровня, по оценкам ФИПИ, средний процент успешных решений ниже 15%, что свидетельствует об определённых проблемах в обучении. В 2025-м году в Брянской области указанные задания решены в среднем значительно лучше этого уровня.

Остановимся подробнее на нескольких *заданиях с развёрнутым ответом*, имеющих *повышенный уровень сложности*. Ответы учащихся на эти задания эксперты могли подробно проанализировать с точки зрения наличия и типов ошибок, применяемых методов решения, способов оформления и т. п.

Рассмотрим результаты решения заданий 13, 15 и 16, которые встречаются в экзаменационных работах чаще всего. Из всех заданий с развёрнутым ответом, решение этих задач наиболее алгоритмизировано. В ходе обучения и подготовки к экзамену вместе с учащимися можно сформулировать ряд правил, обеспечивающих успешность решения. В связи с этим, особенно важно совершенствовать методику работы с этими заданиями, предупреждать типичные ошибки, упомянутые далее.

Задание 13. а) Решите уравнение $2 - 2\cos(\pi - 2x) + \sqrt{8}\cos x = \sqrt{6} + \sqrt{12}\cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

В среднем успешность решения этого задания составила 36,2%. Большое количество ошибок в данном задании, как и в предыдущие годы, допущено при группировке и разложении на множители выражений с тригонометрическими функциями и иррациональностями. В связи с этим при обучении необходимо уделять внимание тождественным преобразованиям смешанных выражений, содержащих как рациональные, так и иррациональные, тригонометрические функции, показательную и логарифмическую функции. Умение применять к таким выражениям формулы сокращенного умножения, методы разложения на множители и сокращения дробей требует отдельной отработки в ходе изучения соответствующих разделов математики.

При решении простейших тригонометрических уравнений серии решений зачастую записывались с помощью обратных тригонометрических функций

$(x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z})$, но на следующем этапе значение этих функций были

вычислены неверно, без соблюдения множества значений аркфункций (ошибочное решение: $x = \pm \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$). Если при этом множество корней уравнения оказывалось верным,

подобное оформление эксперт расценивал как недочет без снижения оценки. Однако, при обучении следует акцентировать внимание на корректном вычислении значений аркфункций.

В случаях, когда решение сводилось к квадратному уравнению с иррациональными коэффициентами, участники экзамена испытывали сложности при преобразовании иррациональных выражений (неверно вычисляли дискриминант, не могли представить его в виде полного квадрата, ошибались при вычислении корней). Для уверенной работы с иррациональностями требуется уделять достаточное внимание этой теме как в средней школе при изучении квадратного корня, так и в старших классах при изучении корня степени n . Прёмы работы с корнями целесообразно периодически повторять в старших

классах несмотря на то, что старшеклассники при преобразованиях зачастую предпочитают перейти от корня к дробной рациональной степени и использовать далее свойства степеней.

При отборе корней по тригонометрической окружности типичной ошибкой является неверное указание корней, принадлежащих заданной дуге, несоответствие записанных корней и их обозначений на окружности (или отсутствие обозначений), неверное или отсутствующее выделение дуги, соответствующей отрезку. При отборе корней методом перебора не рассматриваются значения параметра, при которых корень выходит за границы промежутка. При отборе корней с помощью неравенств самыми распространенными являются вычислительные ошибки. Учителю необходимо акцентировать внимание на требованиях, предъявляемых к различным способам отбора корней, ввиду отсутствия соответствующих алгоритмов во многих учебниках.

Задание 15. Решите неравенство $\frac{3 \cdot 27^x - 9^{x+1} + 3^{x+2} - 3}{50x^2 - 30x + 4,5} \geq 0$.

Успешность решения этого неравенства в среднем 23,1%. С учетом того, что неравенство смешанное и не совсем типично для массового решения в общеобразовательных классах, этот показатель можно считать приемлемым. Однако, есть ряд ошибок и недочетов в экзаменационных работах, вызывающих настороженность и требующих корректировки.

Чаще всего участники экзамена использовали для решения метод интервалов. Хаотичное оформление решения и отсутствие существенных этапов в некоторых работах свидетельствует о том, что шаги метода интервалов для функции произвольного вида авторы этих работ знают нечетко. Несмотря на то, что шаги метода интервалов в ряде учебников не выделены явно, учителю целесообразно сформулировать их для учеников, причем в наиболее общем виде (для работы не только с рациональными функциями). Следует также четко сформулировать правило чередования знаков рациональной функции, если ученики планируют использовать чередование.

Для разложения числителя на множители часто применялась замена переменной вида $t = 3^x$, но знаменатель дроби через эту величину выразить затруднительно. В ряде работ выпускники пытались применить метод интервалов к функции, содержащей две переменные, что невозможно согласно идее метода. Вообще, введение новой переменной в неравенствах требует отдельной отработки: после замены переменной следует решить до конца неравенство с ней и только затем, ориентируясь на множество значений новой переменной, с помощью систем и совокупностей простейших неравенств найти множество значений исходной переменной.

Другой недостаток, встречавшийся во многих работах, это безосновательное отбрасывание знаменателя дроби и решение неравенства только для числителя. Поскольку знаменатель представляет собой полный квадрат, это преобразование было равносильным (при учёте ОДЗ), но в решениях выпускников зачастую отсутствовало преобразование знаменателя и исследование его знака.

При решении неравенств повышенной сложности эффективным приёмом является опора на теоремы о равносильных преобразованиях уравнений и неравенств. В ходе обучения, на наш взгляд, стоит отказаться от интуитивных действий «отбросить», «не обращать внимание» по отношению к некоторому множителю, числителю, знаменателю дроби. Вместо этого следует применять равносильные преобразования умножения, деления обеих частей неравенства на выражение постоянного знака.

Задание 16. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит размером A миллионов рублей на срок 60 месяцев. Условия возврата кредита таковы: 1 числа каждого месяца сумма долга возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга; 15-го числа каждого

месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца; к 15 декабря 2031 года долг должен быть полностью погашен. Чему равно A , если общая сумма платежей в 2027 году составит 2508 тысяч рублей?

Это задание требовало грамотной работы с единицами измерения уже на этапе составления математической модели (уравнения). По условию, сумма кредита измеряется в млн. руб, а сумма платежей – в тыс. руб. Многие участники экзамена получали неверную математическую модель – уравнение, в котором в одной части присутствуют величины, измеряемые в млн. руб, а в другой части – величины в тыс. руб.

Другие типичные ошибки – рассмотрение суммы платежей не за 2027 год, а за другой период или за весь срок выплаты кредита, вычислительные ошибки.

Анализируя опыт последних лет, можно предположить, что успешность решения задач на кредит и вклад повышается в случае «стандартных» моделей (равные платежи, небольшое количество платежных периодов). Любое усложнение схемы кредитования или вклада приводит к ошибкам по причине попытки применить «стандартную» модель в «нестандартном» случае. Поэтому, помимо моделирования стандартных схем с равномерным уменьшением долга и равными платежами, следует при обучении рассматривать ситуации с заданным произвольно уменьшением долга (например, с помощью таблицы остатков долга или с помощью словесного описания) и заданным произвольно изменением платежей, уделяя особое внимание приёмам смыслового чтения при анализе условия. Для упрощения суммирования величин полезно провести работу по распознаванию арифметических прогрессий и применению формулы суммы членов прогрессии. Если процентная ставка представляет собой десятичную дробь и требуется возведение в степень (например, $1,25^3$) следует порекомендовать учащимся перейти к работе с обыкновенными дробями для уменьшения трудоемкости вычислений.

В завершение отметим важность умения выпускников обосновывать свои выводы, вести аргументированное доказательство выдвинутой гипотезы. Сформированность этих умений оценивается во всех задачах с развернутым ответом, рассмотренных в данной статье, и в еще большей степени – в задачах 14, 17, 19 на геометрическое и алгебраическое доказательство. Зачастую ошибки при решении этих задач возникают не по причине недостаточных математических знаний, а в связи с нарушением логики рассуждений. Проблеме предотвращения логических ошибок в задачах на доказательство из программы ЕГЭ посвящена статья [1].

Список литературы

1. Еловикова Ю.А. Анализ ошибок при решении задачи ЕГЭ высокого уровня сложности // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2023. – С. 248–251.
2. Приказ Минпросвещения России, Рособрнадзора № 233/552 от 04.04.2023 г. «Об утверждении Порядка проведения ГИА по образовательным программам среднего общего образования» [Электронный ресурс] / ФГБНУ ФИПИ: официальный сайт. URL: <https://fipi.ru/ege/normativno-pravovye-dokumenty> (дата обращения 01.06.2025).