

линейной функции с помощью электронной таблицы MS Excel, изменяли цвет графика, параметры линейной функции, размер шрифта. Уровень математической подготовки учащихся на начало эксперимента был одинаковым.

Результаты проверочной работы по итогам изучения темы «Линейная функция» показали, что в процессе проектной деятельности учащиеся экспериментальной группы лучше усвоили материал темы. Кроме того, результаты выполнения проекта с использованием технологии лепбука, представленные на рисунке 1, свидетельствуют о том, что применение этой технологии способствует развитию креативности учащихся, навыков визуализации реальных процессов с помощью графиков функции, умению работать в команде.

Заключение. Креативный проект, основанный на технологии «Лепбук», способствует не только улучшению понимания учебного материала, но и развитию навыков графического моделирования, дизайна, презентации, командного взаимодействия и креативности учащихся в рамках STEM-подхода. Учащиеся осознали значение линейной функции в реальной жизни и получили возможность выразить её визуально.

Список литературы

1. Алгебра. 7 класс: учебник / А. Акмалов [и др.]. – Ташкент: Республиканский центр образования, 2022. – 192 с.
2. Джуманиезова, Ю. К. «Рабочая тетрадь по алгебре (Линейная функция)». – Ташкент: Ideal poligraph MCHJ, 2023. – 64 с.

О ПОНЯТИИ «ФУНКЦИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ: ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИКЕ

Л. Н. Евелина, к. пед. н., доцент,

О. М. Кечина, к. физ.-мат. н.,

Самарский государственный социально-педагогический университет,

Самара, Россия

e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru, omka-83@mail.ru

Аннотация. Обобщены сведения о функции в школьном курсе математики и рассмотрены особенности их усвоения на разных этапах обучения. Авторы уделяют внимание как вопросам теории, так и практическим приложениям.

Ключевые слова: функциональная линия в школьном курсе математики, виды и свойства функций.

ABOUT THE CONCEPT OF «FUNCTION» IN THE SCHOOL MATHEMATICS COURSE: FROM THEORY TO PRACTICE

L. N. Evelina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,

O. M. Kechina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,

Samara State University of Social Sciences and Education,

Samara, Russia

e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru; omka-83@mail.ru

Annotation. The information about the function in the school mathematics course is summarized and the features of their assimilation at different stages of learning are considered. The authors pay attention to both theoretical and practical applications.

Keywords: functional line in the school mathematics course, types and properties of functions.

Понятие «функция» является одной из фундаментальных теоретических основ не только школьного курса математики, но и всего научного объёма математических знаний. Впервые термин «функция» был введён в научную сферу в XVII веке и сразу стал обрастать различными новыми понятиями, с ним связанными и расширяющими область их применения. Трудности при введении понятия функции связаны с понятиями непрерывности и бесконечности, что оказалось затруднительно описать математическим языком с помощью символов. Практически все явления природы и процессы в науке и обществе становятся доступными для исследования с помощью функций. Мир постоянно меняется, и эти изменения более актуальны и понятны для изучения через функциональный аппарат.

Обращаясь к школьному курсу математики, необходимо отметить, что здесь ограничиваемся понятием функции одной переменной, при этом последовательность введения функциональной терминологии повторяет в сокращённом варианте логику введения функций в науке: сначала школьники проходят пропедевтический этап, на котором постепенно усваивают понятие зависимости (выражения) одной переменной от значений входящих переменных, наблюдают с помощью графиков и рисунков характер зависимости; затем начинается формальный этап, состоящий из двух частей – сначала вводят определение функции, рассматривают различные зависимости (линейная, квадратичная и другие) с выявлением их свойств и их иллюстрацией на графиках, а затем переходят к изучению функций с производной и первообразной, в результате чего у школьников появляется возможность описать поведение функции в любой её точке [1].

Знание теоретических основ функциональной модели в школьном курсе математики является обязательным для овладения навыками их освоения и применения [6, 7]. Поэтому каждый учитель должен понимать всю ответственность в грамотном представлении теории на уроках, в организации учебно-познавательной деятельности школьников с акцентом на самостоятельное усвоение всех существенных и несущественных свойств, в подборе задач как для индивидуального решения, так и обсуждения плана действий в совместной деятельности. Все содержательные и деятельностные аспекты в изучении темы должны быть тщательно продуманы, особенно на начальном этапе знакомства со всеми понятиями, чтобы в дальнейшем осознанность в их применении не стала препятствием адекватного составления функциональной модели и её представления в различных ситуациях.

Каковы же основные методические направления в усвоении функциональной линии в школьном курсе математики? Прежде всего, это само понятие функции, в котором отражена зависимость между элементами двух множеств (эта зависимость может быть различной, но обязательно каждому значению переменной из одного множества соответствует не более одного значения из другого множества) [3]. При этом сами множества могут быть конечными или бесконечными, непрерывными или разрывными, ограниченными или неограниченными. Учителю необходимо представить примеры всех изучаемых в школе функциональных зависимостей. Будет уместно привести примеры их воплощения в реальной жизни через графическую иллюстрацию [9]. Далее очень важно грамотное усвоение всех вводимых свойств также с их наглядной иллюстрацией графиками. Важно не только видеть изучаемые свойства на графиках и читать их, но и оперировать ими в символическом представлении. Практика работы со студентами – будущими учителями математики – показывает, что именно аналитические рассуждения вызывают наибольшие трудности, что связано с недостаточным их усвоением на уроках математики в школе. Основными изучаемыми в школьном курсе свойствами являются: чётность (нечётность); периодичность; монотонность; нули функции; знакопостоянство; наличие точек экстремума; наибольшие и наименьшие значения; наличие точек перегиба; асимптоты. При этом сначала школьники узнают о свойствах основных

элементарных функций, изучение которых происходит в 7–9-х классах на отведённых для каждой из них уроках [7]. Как обобщение изученных на данном этапе функций целесообразно предлагать учащимся построить и описать свойства заданной функции на основе полученных с помощью элементарных преобразований графиков основной функции (сдвиг, растяжение (сжатие), симметрия относительно прямой или точки). Помимо построения графиков, уместно предлагать задачи, где график функции становится средством решения, например, уравнения или неравенства или их системы, задачи с практическим сюжетом [2, 4, 5].

Следующий этап – изучение функций с помощью аппарата дифференциального исчисления, позволяющего исследовать поведение функции в каждой точке области её определения [6]. Здесь становится доступным изучение более сложных функциональных зависимостей, исследование их свойств и построение графиков. Практические задачи тоже становятся более разнообразными. На основе исследования свойств функции и построения с их помощью графика можно решать сложные задачи с параметрами, нестандартные комбинированные уравнения или неравенства и их системы [5].

Начальный этап введения формальных сведений о функции требует от учителя тщательного подбора упражнений на усвоение существенных свойств и варьирование несущественных. Как правило, авторы учебников предлагают подобные задания в теоретической части учебника и среди первых заданий к содержанию учебного материала. При этом учитель должен понимать их значимость для учащихся, и на этом этапе целесообразно формулировать как можно больше требований к задаче по данным в ней условиям, а не стремиться рассмотреть как можно больше однотипных задач, чтобы ученики увидели различные возможные ситуации и извлекли для себя варианты их исследования. По мере расширения сведений о функциях важно соблюдать в обучении принципы преемственности, систематичности, последовательности, научности, сознательности. Однако на этапе обобщения и систематизации учебного материала не следует предлагать ученикам уже рассмотренные ранее задания, если только не стоит вопрос об отыскании различных способов их решения. Здесь становятся целесообразными нестандартные задачи, при решении которых достаточно усвоенных теоретических сведений.

Приведём примеры таких задач на применение свойств функций.

1. Решите неравенства: а) $\log_3(5x + 8) < -3x - 2$; б) $\sqrt{x-1} + x \geq \frac{3}{x-1}$.

Используется свойство монотонности функций в левой и правой частях неравенств.

2. Решите уравнение: $2^{-\cos x} = \log_{\pi} x + \log_x \pi$. Применяются: ограниченность функции косинуса, монотонность показательной функции, свойство взаимно обратных выражений.

3. Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $(a^2 - 1)x^2 + (2a + 1)x - 3 = 0$ имеют разные знаки и лежат по разные стороны от числа 1. Используются свойства и график квадратичной функции.

4. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $b^2x^2 - btg(\cos x) + 1 = 0$ имеет единственное решение. Используются свойство чётности функции в левой части уравнения.

При решении следующих оптимизационных прикладных задач применяется алгоритм нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции с помощью производной.

5. Найдите наибольшее значение периметра прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат, и с диагональю OM , где O – начало координат, а M – точка на графике функции $y = 9 \ln(11 - 2x) + 2x$, где $2,2 \leq x \leq 3,3$.

6. Требуется огородить забором прямоугольный участок площадью 294 м^2 и разделить этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина всего забора окажется наименьшей?

7. Предприятие получило заказ на изготовление солнечных батарей в форме прямоугольных пластин площадью 72 дм^2 . Каждая батарея должна состоять из шести одинаковых элементов прямоугольной формы, расположенных в два ряда (по три элемента в ряд). Для соединения соседних элементов используется шов со специальным покрытием. Определите размеры элемента батареи, при которых общая длина всех соединительных швов будет минимальной. В ответе также укажите минимальное значение общей длины соединительных швов.

При решении следующих двух задач применяется геометрический смысл производной функции в точке.

8. На графике функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$ найти все такие точки, в которых касательная, проведённая к графику, параллельна прямой $y = 3x - 2$.

9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линией $y = \frac{x+1}{x-1}$, касательной к ней в точке $M(2; 3)$, и прямой $x = 4$.

Усвоение различных существенных свойств функциональной модели происходит сначала на этапе изучения теоретического материала, а затем наступает осознание и несущественных свойств при решении разнообразных практических задач, тем самым достигается свободное владение всем аппаратом.

Список литературы

1. Евелина, Л. Н. О роли функции в подготовке учителя математики в условиях вузовского обучения / Л. Н. Евелина, О. М. Кечина // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: сборник тезисов докладов междунар. научн. конф., Елец, 20 – 22 сент. 2024 г./ Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина. – Елец., 2024. С. 117–122.

2. Евелина, Л. Н. О роли графика в профессиональной подготовке учителя математики / Л. Н. Евелина, О. М. Кечина // Современные проблемы математики и математического образования: сборник научн. статей Междунар. научн. конф. «75 Герценовские чтения» / Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена; под ред. В. В. Орлова и М. Я. Якубсона. – СПб.: РГПУ им. А. И. Герцена, 2022. – С. 78–85.

3. Мордкович, А. Г. Беседы с учителями математики : Учебно-методическое пособие / А. Г. Мордкович. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Оникс 21 век; Мир и Образование, 2005. – 336 с.

4. Новиков, А. Д. О методике исследования функций в школе и вузе в контексте фундаментализации математического образования / А. Д. Новиков // Вестник Ленинградского государственного университета им. А. С. Пушкина. – СПб. : Ленинградский государственный университет им. А. С. Пушкина. – 2010. –Т. 3, № 2. – С. 34–44.

5. Свойства функций при решении нестандартных уравнений и неравенств: методическая разработка по курсам элементарной математики и методики преподавания математики / Н. С. Новичкова, Л. К. Садыкова. – Самара: Изд-во СГПУ, 2005. – 90 с.

6. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика (базовый / углубленный уровень) (для 10–11 классов образовательных организаций). ФГБОУ Институт стратегии развития образования. – М., 2023. – 65 с.

7. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (углубленный уровень) (для 7–9 классов образовательных организаций). ФГБОУ Институт стратегии развития образования. – М., 2023. – 101 с.

8. Цукарь, А. Я. Изучение функций в VII классе с помощью средств образного характера / А. Я. Цукарь // Математика в школе. – 2000. – № 4. – С. 20–27.