

элементов (рисунок 2, д). Указанный приём составления задач назовём *приёмом удаления элемента из объединения ключевых геометрических конструкций*.

Задача 2. Две окружности разных радиусов, имеющие точку касания A , лежат по одну сторону от их общей касательной AM . Вершины B и H треугольника ABH лежат на этих окружностях так, что прямая BH является касательной к окружности меньшего радиуса. Найдите угол между прямыми BA и AM , если $\angle ABH = 30^\circ$, $\angle BAH = 40^\circ$.

Итак, согласно предложенной методике разработка системы учебных заданий по планиметрии, развивающих поисковую деятельность учащихся, предполагает выполнение следующих действий: выявить ключевые геометрические конструкции и составить задания для ознакомления с ними; разработать задания для формирования представлений о структуре процесса поиска и приёме пересечения ключевых геометрических конструкций; создать задания для организации поисковых процессов при изучении определений понятий, формулировок и доказательств утверждений, при решении задач, требующих комплексного применения различных ключевых геометрических конструкций; упорядочить разработанные задания.

Список литературы

1. Ворушило-Звежинская, Е. В. Структура процессов поиска и поисковой деятельности учащихся при обучении планиметрии / Е. В. Ворушило-Звежинская // Матэматыка і фізіка. – 2025. – № 4 (158). – С. 8–21.
2. Немов, Р. С. Психология : учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений : В 3 кн. / Р. С. Немов. – 4-е изд. – М. : ВЛАДОС, 2003. – Кн. 1 : Общие основы психологии. – 688 с.
3. Тухолко, Л. Л. Обучение поиску решения планиметрических задач с использованием геометрических конструкций / Л. Л. Тухолко, Е. В. Ворушило-Звежинская // Матэматыка і фізіка, 2024. – №3. – С. 3–19.
4. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л. Л. Тухолко. – Мн. : БГПУ, 2019. – 246 с. URL: <https://elib.bspu.by/handle/doc/61919> (дата обращения: 14.05.2025).
5. Учебная программа по учебному предмету «Математика» для IX класса учреждений образования, реализующих образовательные программы общего среднего образования с русским языком обучения и воспитания [Электронный ресурс] // Национальный образовательный портал. – URL: https://adu.by/images/2023/08/matem/up_mat_9_rus_1.docx (дата обращения: 29.06.2025).

О ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СТАТИСТИКИ В УЧЕБНОМ КУРСЕ «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

Т. А. Гаваза, к. пед. н.,
Псковский государственный университет,
Псков, Россия
e-mail: gavaza@pskgu.ru

Аннотация. Описан опыт преподавания элементов описательной статистики на базовом уровне для учащихся 7-х классов. Описаны причины возникновения трудностей при изучении статистики, пути их преодоления. Представлена последовательность изучения основных понятий статистики, темы уроков, методические рекомендации.

Ключевые слова: новый учебный курс, анализ данных, элементы описательной статистики, методические рекомендации.

ABOUT THE SEQUENCE OF STUDYING THE ELEMENTS OF STATISTICS IN THE TRAINING COURSE «PROBABILITY AND STATISTICS»

T. A. Gavaza, Candidate of Pedagogical Sciences,
Pskov State University,
Pskov, Russia
e-mail: gavaza@pskgu.ru

Abstract. The experience of teaching elements of descriptive statistics at a basic level for 7th grade students is described. The reasons for difficulties in studying statistics and ways to overcome them are described. The article presents the sequence of studying the basic concepts of statistics, lesson topics and methodological recommendations.

Keywords: new course, data analysis, elements of descriptive statistics, methodological recommendations.

В настоящее время согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, утвержденному 31 мая 2021 года [6] в предмете «Математика» предусмотрены три отдельных учебных курса: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Этому нововведению предшествовал практически 20-летний опыт интеграции разделов теории вероятностей и математической статистики и устоявшегося школьного курса математики. Казалось бы, у учителей математики была возможность за это время привыкнуть к наличию стохастической линии, необходимости её преподавать, накопить опыт преподавания. Однако, как и двадцать лет назад, учителя испытывают страх перед новым учебным курсом.

Этот страх вызван недостаточной уверенностью в глубине своих знаний и в практических навыках по решению вероятностно-статистических задач. Содержание курса, заявленного в Федеральных рабочих программах по учебному предмету «Математика» для 7–9-х классов [7] выходит за рамки классического определения вероятности, простейших статистических расчетов, простейших комбинаторных задач. Неуверенность связана с недостаточным представлением о связях между содержательно-методическими линиями: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», что непосредственно влияет на умение представить логику изучения вероятностных и статистических понятий с 7-го по 9-й класс и дальше, на разработку и проведение уроков, на методику обучения и соответственно результаты обучения. В настоящий момент имеются учебные пособия по новому курсу [2, 4] и методические рекомендации для учителя [3, 5], однако их недостаточно. В связи с этим в статье представлено описание возможного варианта прохождения учебного курса для 7-го класса, в частности статистической линии, на основе анализа школьных учебных пособий и методических рекомендаций для учителей, опыта преподавания автором теории вероятностей и математической статистики в вузе и школе.

Анализ Федеральной рабочей программы [7] показал, что учебный курс с 7-го по 9-й класс начинается с изучения или повторения элементов описательной статистики. Обоснование данного подхода было представлено еще в 2009 году в методических рекомендациях «О теории вероятностей и статистике в школьном курсе» [1]. Положительные моменты, на которые обращали внимание авторы, были следующие: «материал описательной статистики (таблицы и диаграммы) прост для освоения в 7-м классе, при обсуждении реальных статистических данных хорошо иллюстрируется само понятие случайной изменчивости окружающего нас мира, у учителей на простом материале есть возможность повторить

и закрепить ряд тем, пройденных в школьном курсе ранее (скажем, проценты)» [1, с. 4]. Нельзя не согласиться с приведенными выше аргументами, однако опыт преподавания в школе показал, что материал описательной статистики не является простым для обучающихся. С чем это связано?

Во-первых, с отсутствием понимания учащимися того, что, изучая элементы статистики, они изучают математику. Это обусловлено тем, что при проведении анализа данных математических расчетов может быть немного.

Во-вторых, это недостаточный уровень графической культуры, который проявляется в неумении обучающимися грамотно, быстро и аккуратно строить таблицы и графики с использованием чертёжных инструментов.

В-третьих, недостаточный уровень развития вычислительных навыков, понимания и вычисления процентов, умения пользоваться калькулятором и/или электронными таблицами, читать, записывать и использовать формулы для расчетов.

Результат логико-дидактического анализа ранее изученного математического материала позволяет описать, на какие основные знания и умения, полученные в 5–6-х классах, необходимо опираться учителю, приступающему к преподаванию описательной статистики в 7 классе:

- 1) числа и действия с ними (особое внимание необходимо обратить на дроби, понятие пропорции, проценты, правила округления числа, масштаб);
- 2) угол, величина угла, использование транспортира для построения и измерения угла;
- 3) формулы, запись формулы, вычисление с использованием формулы;
- 4) построение числовой прямой, прямоугольной системы координат, координат точки, точек по координатам; использование масштаба для построения системы координат, диаграмм;
- 5) вычисления на калькуляторе;
- 6) построение циркулем, линейкой.

Согласно Федеральной рабочей программе [7] в 7-м классе темы курса «Вероятность и статистика» изучаются в следующей последовательности: «Представление данных», «Описательная статистика», «Случайная изменчивость», «Введение в теорию графов», «Вероятность и частота случайного эксперимента».

Первые три темы непосредственно связаны с формированием статистической культуры учащихся, а именно умением поводить анализ данных и получать необходимую информацию о каком-либо объекте или процессе на основе полученных данных. В связи с этим, изучение статистики рекомендуется начать с формирования у учащихся представления о том, что такое данные, как они связаны с информацией. Дальнейшее изучение элементов статистики рекомендуется непосредственно связать с этапами статистического исследования: сбор данных и их упорядочивание при помощи таблиц, визуализация данных при помощи диаграмм (столбчатых, круговых, линейчатых), расчет статистических показателей: структурных (мода и медиана), обобщающего (среднее значение), вариации (размах).

Учитывая уровень подготовленности, возраст, особенности учащихся данные понятия необходимо вводить на элементарном уровне, с использованием достаточного количества примеров реальных статистических данных, привлечением учащихся к их сбору. Однако при этом рекомендуется использовать обозначения статистических показателей и формулы, знакомя тем самым учащихся с языком математики, развивая их математическую культуру. Формирование навыка вычисления показателя по формуле рекомендуется проводить по схеме: запись обозначения статистического показателя – формула в общем виде – подстановка значений – результат. В ходе данной работы происходит знакомство учащихся

с математическими моделями, развивается математическая грамотность, как компонент функциональной грамотности. При обучении учащихся 7-го класса основам статистики на основе опыта преподавания в вузе дисциплин «Анализ данных», «Теория вероятностей и математическая статистика» для будущих учителей математики, методических рекомендаций к учебным пособиям была разработана следующая последовательность и тематика уроков:

Тема: Представление данных.

Урок 1. Данные и информация.

Уроки 2–4. Табличный анализ данных. Таблицы.

Уроки 5–6. Графический анализ данных. Диаграммы.

Уроки 7–8. Повторяющиеся данные. Частоты в массиве данных.

Уроки 9–10. Группировка данных и гистограммы.

Тема: Описательная статистика.

Уроки 1–2. Среднее арифметическое. Среднее арифметическое и частоты.

Урок 3. Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического.

Уроки 4–5. Мода, медиана и среднее значение.

Урок 6. Наибольшее и наименьшее значение. Размах.

Уроки 7. Статистический практикум.

Тема: Случайная изменчивость.

Уроки 1–2. Урок-обсуждение.

Урок 3. Урок-практикум. Выборка и случайная изменчивость.

Урок 4. Урок-конференция. Статистка в моей жизни.

При проведении уроков положительный результат могут дать следующие формы работы учащихся:

1. Составление вместе учителем опорного конспекта теоретического материала, изучаемого на уроке (уроки первой и второй тем).

2. В качестве домашнего задания поиск и конспектирование ответов на вопросы из учебника (урок-обсуждение).

3. Сбор и обработка статистических данных по тематике, связанной с самими учащимися, использование данных, связанных с регионом проживания (урок-конференция).

4. Выполнение расчетных заданий в паре.

5. Использование калькулятора при проведении проверочных работ.

На основе наблюдений, проведенных во время уроков, анализа предметных результатов обучения элементам статистики можно сделать следующие выводы: у учащихся необходимо сформировать представление, что статистика – это тоже математика, которая непосредственно применяется для описания процессов в окружающем мире; при введении новых понятий и методов необходимо учитывать уровень подготовки учащихся, сохраняя при этом всю строгость и красоту математических формул и методов; изучение элементов статистики способствует развитию функциональной грамотности учащихся, достижению личностных и метапредметных результатов обучения.

Список литературы

1. Бунимович, Е. А. О теории вероятностей и статистике в школьном курсе (методические рекомендации) / Е. А. Бунимович, Ю. Н. Тюрин [и др.] // Математика в школе. – № 7, 2009. – С. 3–13.

2. Высоцкий, И. Р. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: базовый уровень: учебное пособие / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. – М. : Просвещение, 2024. – 240 с.

3. Высоцкий, И. Р. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: базовый уровень: методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. – М. : Просвещение, 2023. – 38 с.

4. Мордкович, А. Г. Математика. Алгебра. Вероятность и статистика: 7-й класс: базовый уровень: учебное пособие: в 2-х ч. / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов [и др.] – М. : Просвещение, 2024. – 167 с.

5. Мордкович, А. Г. Алгебра. Вероятность и статистика: 7-й класс: базовый уровень: методическое пособие / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов [и др.]/ – М.: Просвещение, 2024. – 80 с.

6. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – URL: <https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2024/03/prikaz-ministerstva-prosveshheniya-rossijskoj-federaczii-%E2%84%96-110-ot-19.02.2024.pdf> (дата обращения 19.03.2025).

7. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» базовый уровень. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/06/05_frp_matematika-5-9-klassy_baza_17062025_itog-na-sajt.pdf (дата обращения 19.03.2025).

ТВОРЧЕСТВО УЧАЩИХСЯ КАК ЕСТЕСТВЕННЫЙ ВАРИАНТ ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЕЛ

Э. Г. Гельфман, д. пед. н., профессор,

Л. Н. Демидова, старший преподаватель,

А. Г. Подстригич, к. пед. н., доцент,

Томский государственный педагогический университет,

Томск, Россия

e-mail: mina.gelfman@yandex.ru, i923728@mail.ru,

anpodstrigich@mail.ru

Аннотация. Творчество учащихся рассматривается на примере обучения математике в качестве естественного варианта изучения чисел, способствующего созданию творческой образовательной среды с условиями для индивидуализации обучения математике, осуществления интеллектуального выбора, проявления интеллектуальной инициативы и собственного познавательного стиля, для обогащения умственного опыта ученика, анализа ошибок и преодоления психологической инерции мышления, рождения новых смыслов и включения индивидуальных возможностей у педагогов и обучающихся. При этом творчество является инструментом по анализу и построению учебного текста как полифункциональной психодидактической системы [4].

Ключевые слова: учебные тексты, математика, творческая среда обучения, интеллектуальная инициатива, анализ ошибок, инерция мышления, творческий потенциал, самореализация.

STUDENTS' CREATIVITY AS A NATURAL OPTION STUDYING NUMBERS

E. G. Gelfman, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,

L. N. Demidova, Senior Lecturer,

A. G. Podstrigich, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,

Tomsk State Pedagogical University,

Tomsk, Russia

e-mail: mina.gelfman@yandex.ru, i923728@mail.ru,

anpodstrigich@mail.ru

Annotation. Student creativity is considered on the example of teaching mathematics as a natural variant of studying numbers, which contributes to the creation of a creative educational environment with conditions for individualizing mathematics teaching, making intellectual choices, showing