Контрольно-результативный блок модели представлен уровнями достижения личностных и метапредметных результатов учащихся основной школы, диагностическим инструментарием, анализом достижений и коррекцией процесса в случае необходимости. Обратим внимание, что мы измеряли два разных вида результатов (личностные и метапредметные), поэтому привлекали к работе классных руководителей и команду психологов.

На основе описанной модели нами разработана методика использования элементов истории математики для достижения личностных и метапредметных результатов школьников при обучении геометрии в 7–9-х классах, эффективность которой доказана экспериментально с привлечением методов математической статистики.

#### Список литературы

- 1. Безенкова, Е. В. Использование заданий с элементами истории математики в процессе обучения геометрии в 7–9-х классах / Е. В. Безенкова // Математическая подготовка в школе и вузе: содержание и технологии : Материалы 43-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Сыктывкар, 26–28 сентября 2024 г. / Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина. Сыктывкар, 2024. С. 271–275.
- 2. Богатырев, А. И. Теоретические основы педагогического моделирования: сущность и эффективность / А. И. Богатырев, И. М. Устинова. URL: http://www.rusnauka.com/SND/Pedagogica/2\_bogatyrev%20a.i..doc.htm (дата обращения: 12.06.2025).
- 3. Ковалева, Г. И. Теория и практика обучения будущих учителей математики конструированию систем задач : монография / Г. И. Ковалева. Волгоград : Перемена, 2012. 214 с.
- 4. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. М. : Педагогика, 1981.-184 с.
- 5. Новиков, А. М. Построение образовательных моделей. Как строится образовательная модель? / А. М. Новиков, Д. А. Новиков // Инновационные проекты и программы в образовании. -2010. -№ 1. -C. 3–9.

# О РОЛИ ИНСТРУМЕНТОВ И СРЕДСТВ В РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ

Е. А. Богданова, к. пед. н., доцент,

П. С. Богданов, к. ф.-м. н.,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева,

С. Н. Богданов, к. ф.-м. н., доцент,

Самарский филиал Московского городского педагогического университета,

Самара, Россия

e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com, poulsmb@rambler.ru,

bogdanovsan@rambler.ru

Аннотация. В данной статье показано, что выбор инструментов и средств, используемых при решении практико-ориентированных метрических задач с «неопределенными исходными данными», существенно влияет на построение математической модели.

*Ключевые слова*: практико-ориентированные задачи, инструменты и средства, технологии виртуальной реальности.

### ON THE ROLE OF TOOLS AND MEANS IN GEOMETRIC PRACTICE-ORIENTED PROBLEMS SOLVING

E. A. Bogdanova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, P. S. Bogdanov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,

Samara National Research University named after academician S. P. Korolev,

S. N. Bogdanov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate professor,

Samara Branch of the Moscow City University

Samara, Russia

e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com, poulsmb@rambler.ru, bogdanovsan@rambler.ru

Annotation. This article shows that the choice of tools and means used in solving practice-oriented metric problems with "uncertain initial data" significantly affects the construction of a mathematical model

Keywords: practice-oriented problems, tools and means, virtual reality technologies.

Одним из важнейших направлений совершенствования школьного математического формирование функциональной математической является учащихся, которая включает в себя умения по использованию математических знаний для решения разнообразных задач межпредметного и практико-ориентированного содержания. В таких задачах значительную роль играют геометрические знания, приобретенные время учебы. О необходимости обучения решению практикошкольниками во ориентированных задач в курсе школьной геометрии сказано и в Федеральном государственном стандарте общего среднего образования, где утверждается, что требования к предметным результатам освоения математики должны отражать применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения задач с практическим содержанием, а также указывается на необходимость сформировать у обучающихся умения моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат [7]. Эти умения лежат в основе решения любой практико-ориентированной задачи.

В соответствии с определением, данным М. В. Егуповой в работе [4], геометрической практико-ориентированной задачей будем называть задачу, основанную на содержательной модели реального объекта или процесса, математическая модель которого может быть построена с использованием средств геометрии.

Практико-ориентированные геометрические задачи чрезвычайно разнообразны как по содержанию, так и по уровню сложности. Например, такие задачи есть в контрольно-измерительных материалах ОГЭ и базового ЕГЭ. Практико-ориентированные задачи имеются в небольшом количестве в стандартных школьных учебниках геометрии, например, учебнике Л. С. Атанасяна [5]. Аналогичные задания используются при проведении олимпиад [6]. В задачах из перечисленных источников чаще всего математическая модель уже задана в условии, поэтому для получения верного ответа учащимся необходимо лишь использовать известные им математические факты. Такие задачи в основном носят метрический характер, а числовые значения величин, от которых отталкивается решение задачи, как правило, приведены в её формулировке.

С точки зрения формирования прикладных умений учащихся гораздо более интересны задачи, в условии которых не указано, какие конкретные величины можно использовать для их решения. Поэтому математическая модель таких задач определяется неоднозначно. Практико-

ориентированные геометрические задания подобного типа можно найти, например, в серии пособий для 7–9-х классов авторов Ю. А. Глазкова, М. В. Егуповой [1–3].

Большинство реальных практических заданий геометрического характера относятся либо к конструктивным задачам, связанным с построением фигур по заданным условиям, либо к метрическим задачам, в которых требуется найти значение некоторой геометрической величины. Как правило, в реальности при решении таких заданий используются некоторые инструменты. Поэтому вариативность решения в практико-ориентированных задачах, в частности, может достигаться за счет выбора инструментов и средств, задействованных в них. Под инструментами и средствами будем понимать материальные или виртуальные объекты, которые используются в решении практической задачи, связанной с применением геометрии в реальной ситуации. Например, обычный шнур с колышками может применяться для построения на местности отрезка, прямого угла, окружности, эллипса, равностороннего треугольника и т. д. 3D-принтер является средством воспроизведения некоторой материальной пространственной фигуры, которую нужно построить согласно условиям задачи.

От выбора инструментов и средств существенно зависит математическая модель, используемая в решении задачи. Так, инструменты, позволяющие производить замеры линейных или угловых величин, играют важнейшую роль при решении метрических практических задач. Продемонстрируем это на примере.

Задача 1. На ровном участке земли стоят столбы линии электропередач, которые располагаются по прямой на одном и том же расстоянии друг от друга. У друзей – Коли, Саши и Пети – имеется доступ лишь к трем столбам, которые на рисунке 1 обозначены *A*, *B* и *C*, при этом между двумя соседними столбами имеются некоторые препятствия, не позволяющие напрямую замерить расстояние между ними. Друзьям необходимо найти расстояние между двумя соседними столбами. Как они могут решить стоящую перед ними задачу?

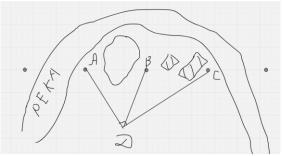


Рисунок 1

Решение. 1) Пусть в распоряжении друзей имеется рулетка и подручные средства: веревка (шнур), колышки. На веревке отмеряем последовательно отрезки длиной 3 м, 4 м и 5 м, на концах которых завязываем узлы. Начало отрезка длиной 3 м и конец отрезка длиной 5 м связываем одним узлом. Каждый из трех друзей берется за один узел, и они натягивают отрезки веревки так, что получается прямоугольный треугольник. Затем они выбирают на местности такое положение этого треугольника, чтобы один катет был направлен на основание столба A, а другой катет на основание столба C. Тогда расстояние от вершины прямого угла до основания столба B будет искомым, так как медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы. Это расстояние уже можно замерить рулеткой.

2) Пусть в распоряжении друзей имеется рулетка и инструмент или прибор, позволяющий измерять углы на местности.

В этом случае, находясь в произвольной точке D, из которой видны основания столбов A и B, замеряем угол ADB, затем рулеткой измеряем расстояния AD и DB, и по теореме косинусов вычисляем искомое расстояние AB.

Приведенные различные решения рассмотренной задачи демонстрируют существенное влияние применяемых инструментов на ход её решения. На наш взгляд, перечисление разрешенных к использованию инструментов усиливает практический смысл задачи. В таких задачах значительно сокращается неопределенность в построении математической модели, и поэтому их более удобно использовать в классно-урочной форме организации занятий и на олимпиадах. Задачи же с незаданным инструментарием более пригодны для осуществления исследовательской деятельности учащихся, поскольку, чем больше степень неопределенности задачи, тем больше простора для исследований.

Тем не менее, и для конкретной совокупности инструментов и средств возможно создание нескольких математических моделей для решения данной практической задачи, поскольку одни и те же инструменты позволяют замерять значения различных геометрических величин. Например, используя набор инструментов и средств из первого решения рассмотренной выше задачи, можно найти расстояния от произвольной точки D до столбов A, B, C и для вычисления AC, а значит, и AB, применить теорему о том, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

Таким образом, построение различных математических моделей для решения практико-ориентированных метрических задач с «неопределенными исходными данными» можно осуществлять по следующей схеме: сначала определяемся с инструментами и средствами, затем с измеряемыми с их помощью величинами, значения которых позволят однозначно решить задачу.

Все рассмотренные решения сформулированной выше задачи можно назвать «теоретическими», поскольку при этом ни один инструмент реально не использовался. Для решения метрических практических задач в условиях, максимально приближенных к реальным, необходимо использовать конкретные числовые значения измеряемых величин, которые должны быть получены экспериментально. Для этого не обязательно задействовать специальные приборы, можно воспользоваться программами виртуальной реальности. Технологии виртуальной реальности позволяют моделировать объекты окружающей действительности, а также процессы их взаимодействия при затруднениях в проведении реального практического опыта с ними. Ясно, что групповой выход в виртуальную реальность сопряжен с временными и другими затратами, а для целого класса вообще не реален. Но необходимые замеры В виртуальной реальности с применением электронных инструментов может делать один учащийся, а все остальные должны произвести расчеты.

В целом, инструментарий и средства играют ключевую роль в практико-ориентированном обучении и решении геометрических задач, помогая обучающимся развивать свои навыки и применять теоретические знания на практике.

### Список литературы

- 1. Глазков, Ю. А. Тренажер по геометрии: 7 класс. К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» / Ю. А. Глазков, М. В. Егупова. М. : Экзамен, 2019. 80 с.
- 2. Глазков, Ю. А. Тренажер по геометрии: 8 класс. К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» / Ю. А. Глазков, М. В. Егупова. М.: Экзамен, 2019. 80 с.
- 3. Глазков, Ю. А. Тренажер по геометрии: 9 класс. Кучебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» / Ю. А. Глазков, М. В. Егупова. М. : Экзамен, 2021. 78 с.
- 4. Егупова, М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: проблемы и перспективы научных исследований // Наука и школа. -2022.-N 4. C. 85–95.

- 5. Математика. Геометрия: 7–9-е классы : базовый уровень : учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутусов, С. Б. Кадомцев [и др.]. М. : Просвещение, 2023. 416 с.
- 6. Олимпиада школьников «Шаг в будущее». Профиль: математика. Заключительный этап. 2021. 10 класс. Вариант 1. URL: https://rsr-olymp.ru/upload/files/tasks//168/2021/23219714-tasks-math-10-final-21-22.pdf (дата обращения 11.06.2025).
- 7. Федеральный государственный стандарт общего среднего образования. URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-soo (дата обращения 06.06.2025).

### ЭСТЕТИЧЕСКОЕ ВОСПИТАНИЕ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Л. И. Боженкова, д. пед. н., профессор,

Мордовский государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева, Саранск, Россия

e-mail: krasel1@yandex.ru

Аннотация. Дана трактовка понятия «эстетическое воспитание в обучении математике», которое рассматривается с учётом эстетики математического мышления (Вейль), а также с позиций межпредметных связей математики и искусства. Показана связь направлений эстетического воспитания с результатами освоения математики.

*Ключевые слова:* эстетическое, красота математики, математическое мышление, эстетическое воспитание, виды деятельности, результаты освоения математики.

## AESTHETIC EDUCATION AND THE PLANNED RESULTS OF TEACHING TO MATHEMATICS

L. I. Bozhenkova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Mordovian State Pedagogical University, Saransk, Russia

e-mail: krasel1@yandex.ru

*Abstract*. The interpretation of the concept of «aesthetic education in teaching maths» is given, which is considered in the context of the aesthetics of mathematical thinking (Weil) and from the perspective of interdisciplinary connections between maths and art. The connection of the directions of aesthetic education with the results of mastering maths is shown.

*Keywords:* aesthetic, beauty of mathematics, mathematical thinking, aesthetic education, types of activities, results of mastering mathematics.

Эстетическое воспитание является направлений воспитательной ОДНИМ ИЗ обновлённому ФГОС ОО, где деятельности, согласно даны целевые установки, конкретизирующиеся в ФРП «Математика». Указывается, что личностные результаты освоения программы по математике на всех уровнях в направлении эстетического воспитания (ЭВ) характеризуются «способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве» [10, п. 147.3.1]. Отмечается, что изучение математики способствует ЭВ учащихся. Очевидно, что для достижения результатов освоения математики в контексте ЭВ учащихся, необходимы детализация приведённых требований, основанных на базовых понятиях эстетики, и установление связей её важнейших категорий с содержанием и процессом обучения математике.