2. Числа 2^{2025} и 5^{2025} выписаны одно за другим в десятичной записи. Сколько всего цифр выписано? Здесь уместно сначала рассмотреть частные случаи с маленькими степенями и сформулировать гипотезу. *Sage* позволяет её проверить.

```
sage: a = 2^2025; b = 5^2025
sage: str_a = str(a);  str_b = str(b)
sage: len(str_a + str_b)
      2026
```

3. Какой остаток получится при делении числа $\underbrace{2025\,2025\ldots2025}_{100}$ на 133?

Для решения этой задачи можно организовать цикл, но есть способ проще.

```
sage: str_n = '2025' * 100 # создаём строку из ста блоков 2025
sage: n = Integer(str_n) # преобразовываем строку в целое число
sage: mod(n,133) # получаем остаток
      30
```

В этой задаче вполне уместно провести небольшое исследование и составить таблицу остатков в зависимости от количества блоков, например, от 1 до 100. Более того, учащиеся могут провести эксперименты даже для ещё не решённых задач.

Таким образом, все более очевидной становится необходимость учета новых тенденций в обучении математике: уделение большего внимания развитию средств математического мышления, внедрение исследовательских и экспериментальных методов, а также систем компьютерной алгебры в учебные курсы математики. Эксперименты в системах компьютерной алгебры при правильном использовании «накачивают» ум и гипотезами, и примерами, и конструкциями.

Список литературы

1. Попков, Р. А. Алгебра vs компьютерная алгебра в контексте массового математического образования / Р. А. Попков, М. А. Москаленко, А. В. Табиева, М. В. Матвеева // Современное профессиональное образование. – 2024. –№ 3. – С. 50–53.

2. Тестов, В. А., Исследовательское обучение математике и системы компьютерной алгебры / В. А. Тестов, Р. А. Попков //Вестник Сыктывкарского университета. – Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – Вып. 4 (53). – С. 52−68. URL: https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_4_52 (дата обращения 22.03.2025).

3. Тестов, В. А. Формирование структур математического мышления при обучении математике в цифровую эру / В. А. Тестов // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2025. – № 3 (март). – С. 204–217.

4. Тестов, В. А. Цифровизация науки и образования как результат синергии процессов информатизации и математизации / В. А. Тестов //Педагогическая информатика. – 2024. – № 2. – С. 111–120.

СИНГУЛЯРНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИХ РОЛЬ В РАЗВИТИИ ТВОРЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ

В. Г. Ермаков, д. пед. н., к. ф.-м. н., доцент,
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины,
Гомель, Беларусь
e-mail: vgermakov@gmail.com

Аннотация. Проблема развития творческого потенциала учащихся в процессе обучения математике и пути её решения рассмотрены в статье в двух крайних случаях – в регулярном

учебном процессе и в условиях кризисных обострений образовательного процесса, порождаемых, в частности, понятиями высокого уровня абстрактности.
Ключевые слова: математическое образование, творческий потенциал учащихся, сингулярные методы обучения.

SINGULAR METHODS OF TEACHING MATHEMATICS AND THEIR ROLE IN DEVELOPING THE CREATIVE POTENTIAL OF SCHOOLCHILDREN AND STUDENTS

V. G. Ermakov, Doctor of Pedagogical Sciences,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Francisk Skorina Gomel State University,
Gomel, Belarus
e-mail: vgermakov@gmail.com
*Annotation***.** The problem of developing students' creative potential in the process of learning mathematics and possible ways to address it are examined in this article through two extreme cases: in the context of regular educational activities and under crisis-related tensions in the educational process caused, in particular, by concepts of a high level of abstraction.
Keywords: mathematical education, creative potential of students, singular teaching methods.

Согласно теории поэтапного формирования профессионального творчества, построенной Н. Н. Нечаевым, «творчество не связано непосредственно с родом, видом профессии, а выражает наличие психологического противоречия между возможностями человека и требованиями задачи» [5, с. 42]. Так как каждый человек может оказаться в ситуации, когда его наличных возможностей недостаточно для преодоления разрыва между тем, что есть, и тем, что должно быть, то с психологической точки зрения творчество присуще всем, однако рассматривать его необходимо относительно каждого отдельного индивида. Учитывая огромный объём и сложную структуру математических знаний, накопленных в течение многих столетий, актуальность и возможности развития творческого потенциала учащихся в системе математического образования неисчислимо велики, но велики и препятствия, возникающие на пути формирования этого потенциала.

Сложный баланс между возможностями и препятствиями на этом пути можно оценить, обратившись к истории математики. Так, Ван дер Варден на основе системного анализа клинописных источников доказал высокий уровень развития математики в Вавилоне и Египте, но особенно ценным является его описание вклада в математику Фалеса (600 лет до н.э.). По его словам, «нам теперь известно, что математика начинается не с Фалеса, а по меньшей мере за 1200 лет до него, в Вавилоне» [1, с. 123]. Во время Фалеса египетская и вавилонская математика давно уже были мертвыми знаниями, Фалес же получил заслуженную славу того, кто дал логическое построение геометрии и ввел доказательство в геометрию. Хорошо известно, насколько мощным был подъем математики в Древней Греции, в том числе, благодаря этому достижению Фалеса, но заметим, он взялся за «распредмечивание» – ни много ни мало – всей вавилонской математики. Очевидно, с задачей такой сложности мало кто еще мог бы справиться. Отсюда следует, что «разрыв между тем, что есть, и тем, что должно быть» запустит творческую деятельность только при условии его досягаемости для индивида, в противном случае эффект может быть противоположным. Поэтому дозировка величины разрывов должна стать постоянной заботой системы образования.

Во времена Древней Греции названная дозировка в педагогических целях действительно осуществлялась и весьма тонко. Так, отметив меняющийся уровень строгости изложения в «Началах» Евклида, Ван дер Варден пришел к заключению о том, что Евклид не был великим математиком, а свою славу заслужил благодаря своему исключительному педагогическому дарованию. Дидактические достоинства его геометрии проявились, например, в том, что «трудную теорию пропорций по Евдоксу он откладывает до V книги «Начал», а важнейшие темы школьной геометрии излагает в книгах I–IV без пропорций!» [1, с. 269]. Эти четыре книги доступны широкому кругу учеников, а доступность более трудных вопросов обеспечивается дополнительной подготовкой. Отсюда следует, что педагогическая составляющая бурного развития математики в Древней Греции была весьма значительной, при этом в центре событий находилась текущая подстройка уровня трудности заданий, которая должна была стимулировать развитие мышления, но так, чтобы мысль не останавливалась.

Еще один знаковый момент в истории математики древнего мира связан с открытием несоизмеримости стороны и диагонали квадрата. Из-за того, что выразить их соотношение при помощи рациональных чисел нельзя, а других чисел математики того времени не знали, возник запрет на использование чисел в описании геометрических объектов. Пришлось прибегнуть к пропорциям, однако, «чтобы получать результаты этим в высшей степени сложным методом, нужно было еще обладать математическим гением» [1, с. 360]. Греки нашли выход в устной передаче сведений, но, когда в силу ряда причин уменьшилось число математиков-гениев, учащиеся перед непреодолимым для них препятствием оставались без должной помощи, теряли интерес к математике, а без носителей этого знания произошел закат европейской математики, продлившийся более тысячи лет. Заметим, одной из внутренних причин заката стала частная математическая проблема, остроту которой не удается сгладить простым способом. В этой особой точке материала учащимся нужна активная, корректирующая, развивающая помощь педагога. Такого рода особые (сингулярные) методы обучения, слабо формализуемые и используемые в кризисной ситуации, уместно выделить в отдельный (второй) контур управления образовательным процессом. В настоящее время поводов для перехода к двухконтурному управлению много. Ради сжатия растущих объёмов сведений идеал Аристотеля отброшен, начала дедуктивных систем перестали быть самоочевидными истинами, ими становятся ключевые теоремы, превращенные в определения и вводимые без обоснований и мотивировок. В статье «Математика с человеческим лицом» В. И. Арнольд отметил: «Психологические трудности, к которым это приводит читателя, почти непреодолимы для нормального человека». Очевидно, уровень абстрактности этих понятий будет расти и дальше, а с ним будет расти и угроза выученной беспомощности учащихся. При этом в соответствии с давней традицией применения аксиоматического метода обучения время на пропедевтику таких понятий не отводят вовсе.

Андре Фуше в книге «Педагогика математики» отметил поразительное и длящееся на протяжении всей истории педагогики математики чередование двух противоположных методов – догматического и эвристического. В одном случае усилия педагога направляются на развитие индивида при помощи эвристического метода, не считаясь с затраченным временем, в другом случае они направлены на потребности общества в сохранении накапливаемых знаний и опыта, тогда ради экономии времени используют догматический метод, а нужды индивида игнорируют. Начала современных аксиоматических теорий как раз и демонстрируют, что вследствие бурного развития математики эти чередования в конечном счете привели учащихся к тупику.

Способы разрешения этой ситуации рассмотрим на примере курса «Общая топология», в которой двухтысячелетняя предыстория развития её исходных понятий отброшена, а студенты должны подняться на эту вершину за нулевое время. Ввиду этих ограничений полноценную пропедевтику данных понятий можно осуществить только при высокой активности самих студентов. Для восполнения пропусков между ступенями любой оптимальной, но неизбежно разреженной пропедевтической лестницы студентам потребуется высокий уровень самодеятельности и весь их творческий потенциал. Принципиальный момент в проектировании выхода из данного тупика состоит в том, что разрывы между уровнем развития этих качеств, на который студенты уже вышли, и уровнем, который им необходим, очень велики, но при удачной дозировке величины разрывов на каждом шаге движения по лестнице трудностей требуемые качества как раз и будут развиваться. Особая сложность в этом деле заключается в необходимости текущую дозировку величины разрывов выстраивать адресно – по отношению к каждому отдельно взятому студенту. Поэтому на данном этапе обучения педагог должен вступить в прямой контакт со студентами, например, в рамках контрольных мероприятий, проводимых в устной форме, в режиме активной оппозиции их ответам и с ориентацией на выявление пробелов в подготовке студентов с целью тут же и помочь в их устранении. Возможности переключения ведущей функции текущего контроля с регистрирующей на формирующую и развивающую описаны в статье [2]. М. Г. Ярошевский, характеризуя роль Сократа в возникновении «педагогики творчества», написал: «Если он и действует по программе, заданной лидером-руководителем в системе определенных вопросов, то его ответ – не производное эрудиции, а истинное творчество, открытие нового» (цит. по [5, с. 81]). Еще одно требование, вытекающее из задачи освоения сложного понятия, состоит в том, чтобы каждую ступень пропедевтической лестницы студенты осваивали с максимальным качеством. Тогда их самооценка и уровень притязаний будут расти, учебный процесс ускорится, это позволит наверстать время, потраченное на корректирующее обучение, и получить длительные позитивные эффекты. К этому следует добавить, что сингулярные методы обучения, разработанные для решения задач предельной сложности, важны и сами по себе и могут применяться широко.

Не менее серьезным источником угнетения творческого потенциала учащегося является накопление случайных сбоев на длинных цепях взаимосвязанного материала. Он проявляется, в частности, в резком обострении проблемы школьной и вузовской неуспешности. Поэтому наряду с импульсными методами корректирующего обучения вблизи понятий высокого уровня абстрактности нужны стохастические методы развития творческого потенциала учащихся. Различных методов решения этой задачи очень много, конкретный личный вклад в эту общую копилку представлен в статье [3]. Авторская концепция индивидуально-командных турниров как адаптивной системы педагогической коррекции содержит условия, при которых дозировку величины разрыва, доступного учащемуся, они осуществляют сами. Это стимулирует развитие их рефлексии, как необходимой основы становления субъектом учебной деятельности.

Важные ориентиры в решении проблемы развития творческого потенциала студентов на высшей ступени образования Н. Н. Нечаев указал в теории поэтапного формирования профессионального творчества, острая потребность в которой возникла из-за ситуации, когда система подготовки архитекторов стала массовой и студенты начинали специальное обучение «с профессионального нуля» [5, с. 59]. Заметим, здесь речь тоже идет о кризисном обострении образовательного процесса, для разрешения которого понадобилось ввести три промежуточных стадии подготовки – от самой несамостоятельной и максимально контролируемой педагогом до высшего уровня творчества – творчества не интуитивнослучайного, а сознательно-необходимого – «свободной деятельности со знанием дела» (Ф. Энгельс) [5, с. 84].

В заключение сформулируем обоснованное в монографии [4] и подтверждаемое в практической работе на всех ступенях образования положение о том, что переход на двухконтурное управление образовательными процессами, в котором один контур направлен прежде всего на развитие учащихся и укрепление их творческого потенциала, позволит обеспечивать динамическую устойчивость и эффективность образовательного процесса несмотря на противодействие деструктивных факторов. Там же указаны пути подготовки педагогов к более сложным моделям управления и организационные возможности последипломной поддержки их антикризисного творчества.

Список литературы

1. Ван дер Варден, Б. Л. Пробуждающаяся наука: Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Б. Л. Ван дер Варден. – пер. с голланд. И. Н. Веселовского. – М.: Физматгиз, 1959. – 460 с.
2. Ермаков, В. Г. Авторская операционализация метода зачетов и его применение к решению проблемы школьной неуспешности / В. Г. Ермаков // Красноярское образование: вектор развития. – 2022. – № 5. – С. 112–120.
3. Ермаков, В. Г. Авторские индивидуально-командные турниры как адаптивная система педагогической коррекции / В. Г. Ермаков // Информатизация образования и методика электронного обучения: Материалы II Международной научной конференции (г. Красноярск, 25-28 сентября 2018 г.). В 2 ч. Ч.1 / под общ. ред. М. В. Носкова. – Красноярск: СФУ, 2018. – С. 153–157.
4. Ермаков, В. Г. Педагогическая теория устойчивости: методологические очерки : монография. В 2-х т. / Под ред. д.ф.н. Н. В. Гусевой. – Усть-Каменогорск, 2023. – 551 с.
5. Нечаев, Н. Н. Профессионализм как основа профессиональной мобильности: Материалы к пятому заседанию методологического семинара 8 февраля 2005 г. – М. : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2005. – 92 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫХ ЛЕКЦИЙ ДЛЯ МУЗЕЯ ЗАНИМАТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ СЕВЕРНОГО (АРКТИЧЕСКОГО) ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

М. В. Шабанова, д. пед. н., профессор,
М. А. Павлова, к. пед. н., доцент,
А. Ю. Курохтина, студент,
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,
Архангельск, Россия
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru,
m.pavlova@narfu.ru, kurokhtina.02@mail.ru

Аннотация. Музей занимательной математики Северного (Арктического) федерального университета имени М. В. Ломоносова (САФУ) создан в 2023 году. Экспозиции музея создаются и пополняются силами школьников и студентов в рамках проектно-исследовательской деятельности, учебных и производственных практик. Основным направлением деятельности музея является популяризация математики. В статье описаны методические особенности организации и проведения студентами научно-популярных лекций для школьников, посвященных вопросам истории математики с использованием музейных экспонатов и экспозиций. Представлены три тематических цикла лекций: история одного открытия, путешествие в прошлое математики, математика вчера, сегодня, завтра.