Список литературы

1. Жук, А. И. Технологии использования инструментов искусственного интеллекта в образовательном процессе / А. И. Жук, А. А. Францкевич // Адукацыя і выхаванне. – 2025. – № 6. – С. 5–18.
2. Жук, А. И. Функциональная грамотность обучающихся / А. И. Жук, О. Л. Жук [и др.]. – Мн. : Аверсэв. – 2025. – 240 с.
3. Концепция развития педагогического образования в Республике Беларусь на 2021–2025 годы : Приказ Министра обр. Респ. Беларусь от 13 мая 2021 г. № 366. // Национальный образовательный портал. URL: https://www.adu.by/images/2021/06/koncepcija-razvitija-pedagogicheskogo-obrazovanija.pdf (дата обращения: 23.06.2025).
4. Концепция цифровой трансформации образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы. – Минск: Министерство образования РБ, 2019. – 18 с. – URL: https://crit.bspu.by/wp-content/uploads/2021/08/concept.pdf (дата обращения: 30.05.2025).
5. Примерные учебные планы по специальности 6-05-0113-04 (по предметным областям) / Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка // Республиканский портал проектов образовательных стандартов высшего образования. – URL: https://edustandart.by/component/jak2filter/?Itemid=119&theme=proekty&category_id=1,2,3,4,5,6,7,9,10,11,12,13,14,15,16,17&xf_1[0]=2&xf_20[0]=2&xf_21[0]=2&xf_18[0]=7 (дата обращения 30.05.2025).

ПРОИСХОЖДЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ «МОДЕЛИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ»

А. В. Ястребов, д. пед. н., профессор,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
Ярославль, Россия
e-mail: alexander.yastrebov47@gmail.com

Аннотация. Полное и подробное изложение концепции, заявленной в названии, сделано в книгах [1, 2]. В данной статье описано *происхождение* концепции, которое ранее не излагалось. Речь идет о серии рассуждений, которые, в конце концов, позволили сформулировать основные положения концепции.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, учебный процесс, моделирование.

ON THE ORIGIN OF THE CONCEPTION «TEACHING MATHEMATICS AS A MODEL OF RESEARCH»

A. V. Yastrebov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinskii,
Yaroslavl, Russia
e-mail: alexander.yastrebov47@gmail.com

Annotation. A complete exposition of the conception is presented in the books [1, 2]. At the present paper, we will describe *the origin* of the conception, which was not presented in the past. We will describe the author’s reasoning, which lead us to the main statements of the conception.

Key words: research, teaching, modelling.

В 1989 г. автор этих строк был экстренно командирован на Кубу в качестве научного консультанта кафедры алгебры и геометрии Высшего педагогического института г. Пинар-дель-Рио. Экстренность командировки и несовершенство бюрократической системы привели к тому, что командируемый не был проинструктирован ни о целях, ни о содержании его будущей работы. Все решения пришлось принимать на месте на основе поступающей информации, поэтому автор позволит себе писать далее от первого лица.

Прежде всего, выяснилось, что мне предстоит обучать не студентов, а преподавателей кафедры. Кроме того, обнаружились противоречивые свойства подготовки преподавателей: зная большое количество математических фактов, они довольно плохо знали математику. Причина состояла в наличии серьезных ментальных барьеров в восприятии ими различных разделов математики. Наконец, оказалось, что книжный фонд крайне изношен и грозит исчезновением в течение немногих лет. В этих условиях было принято решение *обучить преподавателей технологии написания учебных пособий.*

Далее последовала серия парадоксальных рассуждений: будучи формально неверными или неполными, они содержали в себе рациональные фрагменты, из которых постепенно выкристаллизовывалась концепция. Отдаю оценку рассуждений на суд читателя.

Первое впечатление состояло в том, что писать пособия просто. Действительно, содержание пособия предопределено программой или стандартом, формулировки определений и теорем давно стали каноническими, а доказательства отшлифованы временем, поэтому потенциальному автору остается простое действие – скрупулезно изложить известные науке факты. Увы, такое рассуждение не объясняло ни трудностей написания хорошего учебника, ни необходимости периодического обновления учебников, ни многого другого.

Второе рассуждение носило личностный характер: *учебник* автора должен помогать его *преподаванию*, а преподавание невольно отражает его *исследования*. Так возникла третья итерация, то есть вопрос о том, каковы базовые свойства исследовательской деятельности в области математики. Другими словами, нужно было понять, как занимались математикой её создатели, например, Фалес, Евклид, Ньютон, Лейбниц, Кардано, Гаусс, Вейерштрасс, Лобачевский, Гильберт, Колмогоров… Все они жили в разные века и тысячелетия, в разных странах и на разных континентах, говорили на разных языках и принадлежали разным культурам, имели разные социальные статусы и цели и, главное, *исследовали разные объекты*. На первый взгляд, они имели крайне мало общего, однако по какой-то причине они все стали характеризоваться как математики. По-видимому, существовали какие-то фундаментальные, неотъемлемые, имманентные свойства их творчества и результатов, которые не зависели ни от чего: ни от исторического периода, ни от конкретного объекта исследования, ни от глубины исследований... Когда *и если* такие свойства будут найдены, именно их и следует выявлять в процессе обучения математике. Это была первая здравая мысль будущей концепции.

Биографии классиков были недоступны на Кубе, а трудности синтеза разнотипных биографий очевидны, поэтому пришлось совершить «подмену» и анализировать мой личный процесс обучения в аспирантуре и последующую защиту диссертации. Полгода аспирантуры и год армии ушли на поиск научной задачи, последующие два года ушли на получение математических теорем, а последние полгода – на оформление текста диссертации. Затем началась реформа ВАКа 1975 года, которая отсрочила защиту на три года.

Итак, в 1975 г. за душой у меня были четыре года труда, напряженного, интересного, разнообразного, поучительного, такого труда, который сделал меня другим человеком. На руках была диссертация объёмом 106 страниц и неясные перспективы. Серьезные (и горестные) размышления о том времени неожиданно привели к пониманию того, что моя личная ситуация хорошо описана в … Большой Советской Энциклопедии: «Наука – сфера человеческой *деятельности*, функцией которой является выработка и теоретическая систематизация объективных *знаний* о действительности… Понятие науки включает в себя как *деятельность* по получению нового знания, так и *результат* этой деятельности – сумму полученных к данному моменту научных знаний».

Выделенные курсивом слова цитаты говорят о ***деятельностно-продуктивном дуализме математики*** (ДПД). Развернутую формулировку можно найти в [2, раздел 2.3]. Так было найдено первое из имманентных свойств математики, о которых говорилось двумя абзацами выше. Не менее важна педагогическая рекомендация, вытекающая из свойства математики как науки: *обучение математике должно быть ориентировано, причём одновременно и в равной мере, как на передачу системы математических знаний, так и на формирование умений и навыков деятельности внутри математики.*

Обнаруженное свойство математики подсказало, что направлением дальнейшей работы может стать поиск *других* дуалистических свойств математики. Они нашлись сравнительно просто в работах классиков. Так, Дж. фон Нейман писал о том, что существует два типа движущих идей современной математики: идеи естественнонаучного, эмпирического происхождения и теоретические идеи, появившиеся внутри математики. Такая точка зрения говорит об ***эмпирико-теоретическом дуализме математики*** (ЭТД) [2, раздел 2.3]. В дополнение к этому А. Пуанкаре писал о том, что природа умозаключения в математике является одновременно и индуктивной, и дедуктивной. Интуиция, основанная на индуктивных умозаключениях, служит средством первичного получения результата, а логика, основанная на дедукции, служит средством его строгого обоснования [2, раздел 2.3]. Так мы пришли к ***индуктивно-дедуктивному дуализму математики*** (ИДД).

Еще одно фундаментальное свойство описывает взаимодействие науки под названием «математика» и представителя этой науки – учёного-математика. Мы говорим о том, что математике присущ ***личностно-социальный дуализм*** (ЛСД). Его суть состоит в том, что имеют место несколько дополняющих друг друга фактов: (а) каждый математический результат изобретается *лично* тем или иным конкретным математиком; (б) математика может существовать только благодаря наличию особого социального института – *научного сообщества;* (в) изобретённый результат становится фактом науки только в результате его *принятия* научным сообществом; (г) процесс принятия нового результата включает в себя *обмен информацией* о содержании нового результата и различные виды экспертных оценок.

В дополнение к системе дуалистических свойств математики укажем на свойства ещё двух объектов: персоны исследователя и области исследований.

Во-первых, работе математика присуще свойство, которое мы назовём ***уникальностью научной деятельности*** (УНД)**.** Суть его проста: математик решает уникальную, единственную в своём роде задачу, предназначенную только ему. Мотивом к длительному и большому усилию, которого требует научная работа, является сочетание общезначимости предполагаемого результата и того факта, что результат будет преподнесён человечеству лично его изобретателем.

Во-вторых, в каждый момент времени наука занимается только тем, что интересно здесь и сейчас, то есть вводит в обиход и исследует новые объекты, выявляет неизвестные свойства известных объектов и т. п. Как следствие, необходимо отобразить в учебных курсах ***содержание математических исследований*** (СМИ), ведущихся в настоящее время или проведённых в прошлом.

Итак, выявлено шесть свойств, которые относятся к науке под названием «математика» и к деятельности представителя этой науки под названием «математик». При всей абстрактности сформулированных положений они позволяют дать ряд педагогических рекомендаций по организации учебного процесса. Приведем их.

1) Целесообразно предлагать студентам такие задания, в процессе выполнения которых они смогут сделать некоторые *самостоятельные* выводы (ДПД).

2) Целесообразно формулировать задания таким образом, чтобы при их выполнении приходилось делать *как индуктивные, так и дедуктивные* умозаключения (ИДД).

3) Целесообразно распределять задания между частями академической группы с целью получения каждой микрогруппой таких утверждений, которые будут служить предметом *информационного обмена* (ЛСД).

4) Целесообразно добиваться максимально возможной *персонализации* заданий (УНД).

5) Целесообразно адаптировать важные математические теоремы и/или этапы их доказательства до уровня учебных задач. Тем самым *содержание реальных математических исследований* (СМИ) будет отражено в учебном процессе.

6) В практике преподавания уже давно существует традиция, которая состоит в выявлении *естественнонаучного происхождения* некоторых важных математических понятий: производной, интеграла, дифференциального уравнения. Целесообразно усилить эту традицию путём рассмотрения задач, приводящих к понятию системы линейных уравнений, понятию группы и т. д. (ЭТД).

В книгах [1, 2] приведены многочисленные педагогические сценарии, которые позволяют реализовать сделанные рекомендации на основе разнотипного и разноуровневого математического материала. Здесь мы приведем пример сценария, который выявляет взаимосвязи между простыми понятиями функционально-графической линии школьного курса, реализуя при этом сделанные выше рекомендации.

Сценарий. Трем микрогруппам (МКГ), независимым друг от друга, предлагается следующее задание. «Рассмотрите в совокупности группу функций и найдите их общее свойство. Вычислите производные этих функций и выясните, обладают ли они каким-либо общим свойством. Сформулируйте гипотезу и докажите её истинность.»

МКГ-1. Функции $\frac{1}{x}$, x^3, $\sin x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{sgn} x$;

МКГ-2. Функции x^2, $\frac{1}{x^4}$, $\cos x$, $|x|$, $\Delta(x)$;

МКГ-3. Функции $\cos x$, $\operatorname{tg} 2x$, $\sin 3x$, $const$, $\{x\}$.

Методологический компонент задания наиболее интересен. Действительно, МКГ-1 обнаруживает, что все предложенные функции являются нечетными, а все вычисленные производные – четными. Естественно предположить, что производная нечетной функции (если она существует) является четной, что на поверку оказывается истинным. Тем самым иллюстрируются ИДД и ДПД математики. Другие микрогруппы получают другие теоремы того же типа и уровня сложности, так что возникает база для обмена полученными результатами. Так иллюстрируется ЛСД математики.

Лингвистический компонент задания состоит в рассмотрении шести глаголов, участвующих в её формулировке, которые означают шесть различных умственных действий. Доказательство, столь характерное для математики, стоит последним в списке и в данной задаче является отнюдь не самым трудным.

Технический компонент задания состоит в наличии «неудобных» для дифференцирования неэлементарных функций $\operatorname{sgn} x$, $\Delta(x)$, $\{x\}$ и $|x|$. Если действовать по определению, то мы получим производные функций, заданные словесно:

$$\operatorname{sgn}' x = \Delta'(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x < 0; \end{cases} \quad \{x\}' = 1, \text{если } x \notin \mathbb{Z}; \quad |x|' = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ -1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Между тем, эти же производные можно задать аналитически:

$$\operatorname{sgn}' x = \Delta'(x) = \frac{0}{x}; \quad \{x\}' = \frac{\sin \pi x}{\sin \pi x}; \quad |x|' = \frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x}.$$

Так неожиданно обнаруживается, что производная неэлементарной функции может оказаться элементарной, то есть что дифференцирование «упрощает» функцию.

Педагогический компонент задания выявляется в процессе анализа сценария работы с ним в терминах компетентностного подхода к преподаванию. Можно показать, что этот сценарий участвует в формировании целого ряда ключевых компетенций из популярного списка А. В. Хуторского: коммуникативной, учебно-познавательной, информационной, социально-трудовой и компетенции личного самосовершенствования.

Автор убежден в том, что канонический материал учебных курсов может быть дидактически обработан таким образом, что реализация полученных сценариев позволит моделировать в учебном процессе многие свойства исследовательской работы.

Список литературы

1. Ястребов, А. В. Исследовательское обучение математике в школе / А. В. Ястребов. – М. : МЦНМО, 2022. – 176 с.

2. Ястребов, А. В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований / А. В. Ястребов. – М. : МЦНМО, 2023. – 337 с.

РОЛЬ ДИАЛОГОВЫХ ВИДЕОЛЕКЦИЙ В РАЗВИТИИ МЕТОДИЧЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА СТУДЕНТОВ

И. Е. Малова, д. пед. н., профессор,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Брянск, Россия,
Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН,
Владикавказ, Россия
e-mail: mira44@yandex.ru

Аннотация. Раскрыты особенности диалоговых видеолекций по методике обучения учащихся; обосновано, почему эти особенности способствуют методическому творчеству будущих учителей; представлены методические решения, которые не использовались в традиционном формате лекций.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, информатики, физики, базовые методики обучения математике, информатике, физике.

THE ROLE OF DIALOG VIDEO LECTURES IN THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' METHODICAL CREATIVITY

I. E. Malova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Bryansk State Academician I. G. Petrovski University,
Bryansk, Russia,
Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Center
of the Russian Academy of Sciences,
Vladikavkaz, Russia
e-mail: mira44@yandex.ru

Annotation. The features of dialog video lectures on the teaching methods of pupils are revealed; it is substantiated why these features contribute to the methodical creativity of future teachers; methodical solutions that were not used in the traditional lecture format are presented.

Keywords: methodical training of mathematics teachers, methods of teaching mathematics, methods of teaching computer science, methods of teaching physics.