

УДК 004.94 : 375.8

Ю. А. Быкадоров

Y. A. Bykadorau

УО «Белорусский государственный педагогический

университет имени Максима Танка»

(Минск, Беларусь)

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

RESEARCH OF GEOMETRIC PROBLEMS USING COMPUTER MATHEMATICS METHODS

В статье рассмотрены возможности использования систем компьютерной математики при решении расчетных геометрических задач на координатной плоскости.

The article discusses the possibilities of using modern computer mathematics systems when solving computational geometric problems on the coordinate plane.

Ключевые слова: компьютерная математика; геометрические задачи.

Keywords: computer mathematics; geometric problems.

Компьютерная математика — это совокупность теоретических, алгоритмических и программных средств, предназначенных для эффективного решения на компьютерах всех видов математических задач без программирования.

Основными средствами реализации возможностей компьютерной математики являются программные системы, которые называются системами компьютерной математики (СКМ).

В связи с ужесточением лицензионных требований к использованию программных средств изучение СКМ в школах и университетах если не прекратилось, но сильно сократилось. Ломая эту тенденцию, в старших классах средних школ Беларуси компьютерная математика уже изучается на повышенном уровне предмета «Информатика» [1].

Среди областей приоритетного использования СКМ в школе выделилось направление решения расчетных геометрических задач. Несколько таких задач описаны в [2, с.4–8].

К таким задачам относятся задачи определения координат замечательных точек треугольника, заданного координатами своих вершин: центров описанной и вписанной окружностей, ортоцентра, центров трех вписанных в треугольник окружностей (окружностей Мальфатти).

Энтузиастом этого направления использования СКМ является профессор В.Ф. Очков, работающий в Национальном исследовательском университете МЭИ. Именно он опубликовал [3] и организовал в интернете обсуждение задачи

о специальной точке прямоугольника. В электронном пособии для школьников [4] эта задача имеет следующую формулировку.

Упражнение. Дан прямоугольник ABCD со сторонами 5 и 15. Внутренняя точка прямоугольника P соединена с вершинами прямоугольника отрезками прямых, при этом угол между отрезками DP и CP равен 150° , а угол между отрезками CP и BP равен 45° (см. рис.1). Используя СКМ SMath Studio, найти длину отрезка AP и построить чертеж в графической области.

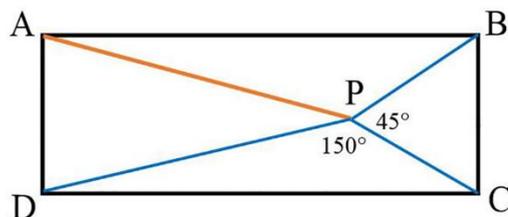


Рис. 1 – Прямоугольник и отрезки к упражнению

Для нахождения решения задачи с помощью СКМ, можно использовать несколько подходов. Главное при этом составить математическую модель, т.е. выбрать неизвестные величины и выразить их через известные, составив систему уравнений. Система уравнений именно тот объект, решение которого безукоризненно находят СКМ.

Именно различие подходящих математических моделей позволяет взглянуть на задачу с разных сторон.

Профессор В.Ф. Очков в [3] использовал гибридную математическую модель и выбрал в качестве неизвестных 4 длины отрезков из точки P в углы прямоугольника и угол APB. Связать 5 неизвестных ему удалось с помощью теоремы косинусов для четырех составляющих треугольников. При этом использовались углы с вершиной в точке P. Пятое уравнение связало выражение площади прямоугольника через произведение сторон с ее выражением через сумму площадей треугольников, найденных через полупериметры. Гибридная модель получилась остаточной сложной.

В [2,с.5–6] построена математическая модель, использующая угловые коэффициенты прямых на координатной плоскости. В системе координат с центром в точке D задать координаты углов прямоугольника не составляет труда, а неизвестными избраны координаты точки P. Именно положение этой точки полностью определяет длину искомого отрезка AP.

Для каждого внутреннего отрезка можно найти выражение углового коэффициента линии, на которой он лежит, через неизвестные координаты. Поскольку угловые коэффициенты — это тангенсы углов, формула разности тангенсов углов позволяет получить два уравнения: одно для разности углов 150° и второе для разности углов 30° .

Модель получилась проще и понятнее, поэтому задача и была предложена старшеклассникам в [4].

В [3] начал обсуждаться вопрос о том, что, допущение о возможность нахождения точки P за пределами прямоугольника, позволяет найти и другие решения задачи. Одно из таких решений при обсуждении было найдено в положении точки P ниже отрезка DC , поскольку отрезки DP и CP там могут образовать там угол 150° , а отрезки CP и BP — угол в 30° .

Использование гибридной математической модели не позволяет найти новое решение, так как пятое уравнение для сравнения площадей составить достаточно проблематично.

А вот модель, использующая угловые коэффициенты прямых на координатной плоскости, с легкостью решает такую задачу заменой в уравнениях знаков разности углов наклона прямых. Включая точку в прямоугольнике, всего получается 4 решения, три из которых находятся за пределами прямоугольника.

Дело остается за формулировкой задачи, так как однозначно угол между прямыми на плоскости задается, если задано, какая из них первая, а какая вторая. В этом смысле второе найденное решение задачи меняет угол между прямыми, на которых лежат отрезки DP и CP , хотя сами отрезки такой угол составляют.

Список использованных источников

1. Учебная программа по учебному предмету «Информатика» для XI класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения и воспитания (повышенный уровень) [Электронный ресурс]: Национальный образовательный портал. – Режим доступа: https://adu.by/images/2023/08/matem/up_inf_pv_11_rus_1.docx. – Дата доступа: 10.10.2024.

2. Быкадоров, Ю.А. Системы компьютерной математики на уроках информатики / Ю. А. Быкадоров, С. И. Зенько // Вестник МГИРО. – 2023. – № 3 (55). – С. 3–8.

3. Очков, В. Ф. Призрак колумбова решения Или Охота на волков [Электронный ресурс / В. Ф. Очков]. // Кафедра технологии воды и топлива НИУ МЭИ. – Режим доступа: <http://twt.mpei.ac.ru/ochkov/STEM-Geometry.pdf>. – Дата доступа: 10.10.2024.

4. Информатика. 11 класс (Повышенный уровень) : электронное приложение для повышенного уровня к учебному пособию «Информатика» [Электронный ресурс] / В. М. Котов [и др.] // Профильное обучение. – Режим доступа: <http://profil.adu.by/mod/page/view.php?id=4210>. – Дата доступа: 10.10.2024.