

3. ТОП-200 сильнейших брендов Беларуси в 2023 году [Электронный ресурс] // Экономическая газета. – Режим доступа: <https://neg.by/novosti/otkrytj/top-200-silneyshikh-brendov-belarusi-v-2023-godu/>.- Дата доступа: 15.09.2024.

4. Гид по Беларуси: идеи для ваших путешествий! [Электронный ресурс] // Официальный сайт Республики Беларусь. – Режим доступа: https://www.belarus.by/ru/travel/top-guide-belarus/chto-posmotret-v-novogrudke-sokrovischa-pervoj-stolitsy-velikogo-knjazhestva-litovskogo-i-rodiny-adama-mitskevicha_i_0000127575.html.- Дата доступа: 15.09.2024.

УДК 372.8

Б.П. Ваньков, А.Б. Ваньков

B.P. Vankov, A.B. Vankov

ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический
университет им. Л.Н. Толстого»
(Тула, Россия)

О ФОРМИРОВАНИИ КУЛЬТУРЫ ЛОГИЧЕСКИХ РАССУЖДЕНИЙ

ON THE FORMATION OF A CULTURE OF LOGICAL REASONING

В статье описан опыт преподавания дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» в подготовке будущих учителей математики и информатики. Делается акцент на применение законов логики формальных теорий для формирования их профессиональных компетенций. Приведены примеры проекции точного определения алгоритма на школьные курсы математики и информатики.

The article describes the experience of teaching the discipline "Mathematical logic and theory of algorithms" in the preparation of future teachers of mathematics and computer science. The emphasis is placed on the application of the laws of logic of formal theories to form their professional competencies. Examples of the projection of the exact definition of the algorithm on school courses in mathematics and computer science are given.

Ключевые слова. Законы логики; алгоритм; свойства теории.

Key words. Laws of logic; algorithm; properties of theory.

ТГПУ им. Л.Н. Толстого имеет тридцатилетний опыт подготовки учителей математики и информатики. За это время у нас сложились традиции в области организации учебного процесса, наполнении образовательных программ актуальным содержанием и обеспечении взаимосвязи образовательного и воспитательного процесса для достижения высокого уровня профессиональных компетенций будущих учителей. Общеизвестно, что основы культуры логических рассуждений закладываются в первую очередь при изучении математики. При этом, как заметил Л.Н. Толстой, «...математика имеет задачей не обучение исчислению, но обучение приемам человеческой мысли при исчислении» [1]. Абсолютное большинство дисциплин

образовательной программы нацелены на формирование у будущих учителей навыка системно мыслить, но особенную роль в данном случае играет дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов». Она способствует приобретению знаний аксиоматической теории, логики исчисления высказываний и предикатов, законов построения формальных систем и т.д. и проекции этих знаний на содержание и понятийный аппарат школьных курсов математики и информатики.

Одним из основных видов использования логики в обучении математике является изучение строения математических утверждений и их равносильных преобразований. Например, по закону контрапозиции $A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$ для доказательства теоремы о том, что равноудалённые от сторон угла точки лежат на биссектрисе данного угла, удобно рассмотреть противоположную обратной ей, то есть, если точка не лежит на биссектрисе угла, то она не равноудалена от его сторон.

Законы поглощения и идемпотентности позволяют существенно упрощать утверждения, а выражение одних связок через другие вместе с законом двойного отрицания делает утверждения удобными для применения.

Знание и использование логических равносильностей характеризует логическую культуру педагога. В процессе усвоения основных законов рассматриваются задачи как на доказательство тождественно истинных формул, так и на их применение. При доказательстве тавтологий кроме построения таблицы истинности часто удачно применяется метод доказательства от противного, что закладывает возможность его использования для доказательства математических утверждений. Сами тавтологии используются для определения логической правильности утверждения, то есть является ли заключение логическим следствием конъюнкции посылок. Так как из истинности импликации $A \rightarrow B$ и посылки A следует истинность заключения B , то получаем возможность утверждать справедливость вывода логически правильного рассуждения при истинной посылке, что нашло широкое применение в разработке систем логического программирования.

Противоречия, то есть тождественно ложные формулы, позволяют выявлять несовместные утверждения. Сами законы логики применяются для равносильных преобразований формул и методов их обоснования. Например, преобразование сложных выражений, составляющих некоторую совокупность утверждений, может привести к очевидному результату. Это может быть, например, при составлении различных расписаний или выявлении заложенной в них сути.

При рассмотрении истинностных функций имеется возможность не только получать каждую из них для описания некоторой формулы, но и реализовывать любую при помощи совершенной дизъюнктивной или конъюнктивной нормальных форм, то есть конструировать релейно-контактные схемы. Здесь

отрабатываются навыки формализации утверждений, задающих функцию, применения равносильных преобразований как для рассмотрения условий, так и для упрощения результирующих форм.

При строгом формальном определении некоторой теории указывается множество символов, выделяются формулы, аксиомы и правила вывода. Вычислительные процессы, протекающие в компьютере, с формальной точки зрения могут ассоциироваться с понятием вывода формальной теории, а совокупность программ, поддерживающих его работу, может восприниматься как множество теорем некоторой формальной теории.

Следовательно, при помощи рассматриваемых теорем исчисления высказываний студенты имеют возможность обосновать основные свойства формальных теорий, такие как полнота, непротиворечивость, разрешимость и независимость системы аксиом. Так, по теореме о полноте формула является теоремой этой теории тогда и только тогда, когда она является тавтологией. По теореме о непротиворечивости ни для какой формулы в этой теории не может она и её отрицание быть теоремами. В силу теоремы о полноте исчисления высказываний построение таблицы истинности является алгоритмом для распознавания формулы как теоремы. Множества аксиом этой теории независимы, так как не могут выводиться из других при помощи правил вывода. Таким образом, закладывается строгое аксиоматическое определение теорий. Яркой иллюстрацией аксиоматического метода является изучаемая в школе евклидова геометрия [2].

В 1826 году русский математик Н.И. Лобачевский заменил аксиому параллельности Евклида её отрицанием, что привело к созданию неевклидовой геометрии, имеющей широкое применение в астрономии, физике элементарных частиц, архитектуре и т.д.

При изучении расширений теорий первого порядка показывается получение непротиворечивой теории при добавлении в качестве аксиом формул, не выводимых в прежней теории. Это приводит к непротиворечивости, в том числе, и геометрии Лобачевского. При этом из непротиворечивости геометрии Лобачевского следует независимость аксиомы параллельности Евклида от других аксиом евклидовой геометрии.

Наличие различных аксиоматик евклидовой геометрии, основанных на понятиях движения, численном расстоянии, вектора и т.п. способствует выбору более удобной с точки зрения методики и наглядности изложения.

Логика предикатов, в отличие от исчисления высказываний, уже не является разрешимой теорией, поэтому для доказательства теорем и решения различных проблем теории формальных систем становится особенно необходимой.

При этом теория алгоритмов закладывает основы алгоритмического мышления. Интуитивное понятие алгоритма широко используется не только в математике, но и в повседневной деятельности. Для формирования алгоритмического мышления и разрешения различных алгоритмических проблем рассматриваются различные уточнения понятия алгоритма. Машина Тьюринга, представляющая программу, преобразующую слова, записанные на потенциально бесконечной ленте, ассоциируется с совершенным компьютером с бесконечной памятью. Не имея ограничения в памяти, в силу возможности при необходимости приписывать новую ячейку для букв слева или справа от слова на ленте, учимся делать программу компактной.

Так, например, для вычисления функции деления числа, записанного последовательностью единиц, на два можно стирать (заменяя на 0) каждую вторую единицу. Тогда для получения частного все промежуточные нули надо будет убирать. Программа существенно упрощается, если, стирая крайнюю единицу, сдвинуться на другой край и при наличии там единицы, образовав тем самым пару единиц, стереть её, а вернувшись на прежний край, вместо 0 записать 1, то есть элемент частного, которое будет таким образом накапливаться в окончательном виде. Вычисление других функций способствует убеждению в справедливости тезиса Тьюринга о вычислимости тех и только тех числовых функций, которые являются вычислимыми при помощи машины Тьюринга. Программу машины Тьюринга можно ассоциировать с программой на языке программирования.

При рассмотрении нормальных алгоритмов Маркова имеем дело с символьными упорядоченными преобразованиями при помощи марковских подстановок. Для демонстрации возможностей нормальных алгоритмов в качестве примера рассматриваем олимпиадную задачу по программированию.

Миша предлагает Ксюше решить очень интересную задачку. Он записывает натуральное число N , состоящее из K цифр, и натуральное число M ($K > M$). Ксюша должна определить, какие M цифр нужно вычеркнуть из записи числа N , чтобы оставшиеся цифры составили наименьшее число. Ксюша должна выдать в порядке возрастания номера вычеркнутых цифр. Требуется написать программу, которая поможет Ксюше справиться с задачкой Миши.

Данная задача решается быстро и эффективно при помощи применения нормального алгоритма Маркова.

Уточнение понятия алгоритма при помощи рекурсивных функций Чёрча практически возвращает к аксиоматическому методу. При этом основные функции воспринимаются как аксиомы, операторы как правила вывода, а рекурсивность как выводимость.

Взаимосвязь логики, теории алгоритмов и компьютеров, способствующая развитию логической культуры и алгоритмического мышления, является важнейшей частью математического образования и, с нашей точки зрения, важным инструментом, который подготовит будущего учителя к обучению его учеников «...приемам человеческой мысли при исчислении».

Список использованных источников

1. Толстой Л.Н. Педагогические сочинения. – М., 1989 –С.244.
2. Большая советская энциклопедия:[в 30 т.] / гл. ред. А. М. Прохоров. – 3-е изд. – М. : Советская энциклопедия, 1973. Доступно по ссылке <https://www.booksite.ru/fulltext/1/001/008/130/index.htm>

УДК 372.851

С. И. Василец, Э. В. Шалик

S. I. Vasilets, E. V. Shalik

УО «Белорусский государственный педагогический
университет имени Максима Танка»
(Минск, Беларусь)

**РАСПРОСТРАНЕННЫЕ ОШИБКИ СТУДЕНТОВ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ
ПРЕДЕЛОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ**
**COMMON MISTAKES MADE BY STUDENTS WHEN
CALCULATING SEQUENCE LIMITS**

В статье проведен анализ типичных ошибок, допускаемых студентами при вычислении пределов числовых последовательностей, названы основные причины их возникновения и предложены краткие рекомендации по их предотвращению.

The article analyzes typical mistakes made by students when calculating the limits of numerical sequences, identifies the main causes of their occurrence and offers brief recommendations for their prevention.

Ключевые слова: числовая последовательность, предел, вычисление пределов, типичные ошибки.

Keywords: Numeric sequence, limit, calculation of limits, typical errors.

Понятия предела числовой последовательности и функции являются фундаментом для изучения основных положений математического анализа, поэтому недостаточное понимание темы и неумение вычислять пределы может негативно сказаться на дальнейшем обучении студентов. Основные сложности в вычислении пределов вызваны несколькими факторами:

1. Абстрактность понятия: понятие пределов часто рассматривается на абстрактном уровне, с использованием новой для вчерашних школьников символики.