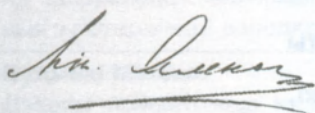


Задания с учебными моделями в системе работы над простой арифметической задачей

Как эффективно учить первоклассников решать арифметические задачи? Традиционный путь – работа с текстовой задачей. М. А. Урбан – известный ученый-методист, один из авторов учебного пособия по математике для I класса – предлагает и научно обосновывает другой подход: обучение решению арифметических задач посредством учебных моделей.

Научный редактор



М. А. УРБАН,

кандидат педагогических наук,
доцент кафедры естественнонаучных дисциплин БГПУ им. М. Танка.

The article analyzes the issue of getting acquainted with a text sum at mathematics classes in the first school year, the practicability and necessity of using the simulation method while introducing text sums. Basic types of learning models are outlined, which can be used in resolving a mathematical sum: object models, verbal models, schematic models and mathematical models.

Методика обучения решению текстовых арифметических задач — одна из основных содержательных линий в системе математической подготовки младших школьников. В соответствии с учебной программой по математике для начальной школы, действующей в Республике Беларусь, простые арифметические задачи начинают изучаться в I классе [см. 8].

Столь раннее знакомство с текстовой арифметической задачей — в методической теории и практике привычный и хорошо знакомый учителям подход. Тем не менее современная методическая наука считает его небесспорным. В последнее время ведущие эксперты в области начального математического образования правомерно подвергают сомнению идею раннего ознакомления детей с текстовой задачей на “формальном” уровне. Одной из основных причин переосмысления сложившегося подхода является понимание того, что при работе над задачей первоочередная проблема для ребенка — семантический анализ ее текста, поскольку навык сознательного чтения у шестилеток сформирован еще не в должной степени. Неглубокое, “скользящее” прочтение текста (как правило, вслед за учителем) часто приводит к поверхностному восприятию условия задачи и ее требования и как следствие — к беспорядочным попыткам “угадать” решение вместо того, чтобы его “найти”.

Интересное и в некотором смысле “революционное” решение этой проблемы впервые сформулировано Н. Б. Истоминой [см. 2]. Так, было предложено знакомить детей со структурой задачи и с соответствующей терминологией не в первом, а во втором классе — после более чем годового подготовительного периода, который предусматривает выполнение детьми большого количества разнообразных упражнений, связанных с “переходом” от моделей одного вида к моделям другого вида (от иллюстрации — к схеме, от схемы — к выражению и т. п.). Подобная практика формирует у ребенка необходимые для поиска решения задачи “базовые”

КОНСУЛЬТАЦЫ ВУЧОНЫХ

Задания с учебными моделями в системе работы над простой арифметической задачей

интеллектуальные умения, которые впоследствии (когда навык сознательного чтения сформирован и анализ текста задачи завершается полным пониманием каждой смысловой ее части) становятся опорой при работе не только над простой, но и над составной задачей.

Мы считаем возможным обучать детей решению простой задачи уже в I классе при условии максимальной “настройки” всей системы работы в соответствии с возможностями учеников данной возрастной группы. Как правило, эта “настройка” связана с попытками снизить формализм в обучении решению текстовой задачи за счет различных методических приемов и комплексов дидактических заданий. Этот подход нашел отражение в новом учебном пособии по математике для I класса авторов Г. Л. Муравьевой и М. А. Урбан (пособие находится в печати). Система работы над простой арифметической задачей, реализованная в пособии, основана на активном и целенаправленном применении учебных моделей.

В дидактике под моделью понимают объект, который используется в учебно-познавательной деятельности с целью замещения другого объекта (оригинала) для получения субъективно новой информации о нем. При этом оригинал по сравнению с моделью может иметь большее количество качественных и количественных характеристик, модель же воспроизводит только наиболее существенные с точки зрения данного учебно-познавательного контекста характеристики объекта-оригинала [см. 10].

Учебное моделирование прошло долгий путь от первых попыток его апробации при обучении младших школьников в блестящих, поистине “прорывных” исследованиях В. В. Давыдова и Д. Б. Эльконина в 60-х годах XX века — до признания его в качестве одного из значимых методов обучения как в начальной, так и в средней школе в начале XXI века. На необходимость приобщения учеников общеобразовательной школы к методу моделирования обращается особое внимание в концепции учебного предмета “Математика” [см. 4], а также в образовательном стандарте учебного предмета “Математика” (I—XI классы) [см. 11], действующих в Республике Беларусь.

Однако и сегодня практика применения учебных моделей в начальной школе, как правило, теоретически не осмысливается учителями, носит эпизодический, бессистемный характер и вследствие этого недостаточно эффективна. Об этом, в частности, свидетельствуют данные, представленные в статье, написанной нами в соавторстве с О. И. Мельниковым [см. 5].

Благодаря возможности наглядно представлять наиболее существенные характеристики изучаемого объекта модель служит весьма продуктивным видом визуализации. Модель делает “прозрачными” (понятными) те стороны изучаемого объекта, которые в реальности могут быть не представлены в явном для ребенка виде. Поскольку мышление детей младшего школьного возраста по преимуществу наглядно-образное, опора на модели делает возможным при-

общение учеников к некоторым (пусть самым простым) теоретическим обобщениям. Это весьма значимо на первых шагах обучения решению задачи, особенно в рассматриваемой ситуации, когда текст задачи в силу особенностей восприятия шестилеток не всегда позволяет детям увидеть существенные характеристики задачи, на основе которых выбирается арифметическое действие. Отсюда понятно, почему так много усилий прилагают опытные учителя для того, чтобы дети осознали текст задачи и поняли причину выбора того или иного арифметического действия. В последнее время все более популярным становится использование в этих целях различных учебных моделей.

Однако для того, чтобы работа с моделями приводила к максимальной “отдаче”, их применение должно быть последовательным и систематическим.

Заметим, что сам по себе текст арифметической задачи многими учителями в практике начального обучения математике рассматривается как “точка отсчета”, аналог фрагмента реальности. Между тем Л. М. Фридман обращает внимание на то, что задача является моделью проблемной ситуации, в которую попадает субъект в процессе своей деятельности [см. 9]. В предлагаемой нами системе заданий текст задачи — это вербальная модель-описание конкретной ситуации, где объектам присущи некоторые количественные характеристики. Таким образом, “точка отсчета” — это конкретная ситуация, а не текст, ее описывающий.

В связи с особенностями восприятия текста задачи шестилетним ребенком можно отметить наличие большого круга проблем, связанных с пониманием им этого текста и с переводом текста задачи на язык математических выражений. Восприятие и понимание смысла конкретной иллюстрации дается ребенку данной возрастной группы намного легче, чем восприятие и понимание текста. И это не удивительно: такой сложнейший навык, как навык сознательного чтения, еще не сформирован у ребенка в должной степени, на что мы уже обращали внимание. Таким образом, если для взрослого человека текст задачи действительно является по своей сути аналогом фрагмента реальности, который нужно перевести на язык математики, то для ребенка текст задачи пока еще не фрагмент реальности, а довольно сложная для осмысления ее вербальная модель.

Развивая положения, выдвинутые Л. М. Фридманом [см. 9], мы выделяем четыре вида моделей, которые используются при работе над текстовой арифметической задачей на уроках математики в начальной школе.

1. Предметные модели. Служат для максимально близкого к реальности визуального представления задачной ситуации. Примерами таких моделей могут быть сюжетные иллюстрации, а также отдельные предметы или их изображения (рис. 1), которые позволяют отобразить количественные характеристики данных задачи и отношения между ними.



Рис. 1. Примеры предметных моделей

Предметные модели, которые предлагаются к текстовой задаче, настолько близки к реальности, что позволяют детям очень быстро “увидеть” данные задачи (а порой даже получить ответ задачи пересчетом). Поскольку к моменту ознакомления с текстовой задачей по новому учебному пособию (авторов Г. Л. Муравьевой, М. А. Урбан) ребенок уже поупражнялся в соотношении предметных иллюстраций и математических выражений, переход от предметной модели к математической (выражению вида $3 + 2$, например) дается ему сравнительно легко.

2. Вербальные модели. К этой группе мы относим в первую очередь сам текст задачи (вербальная модель конкретной задачной ситуации). В нем информация о данных и искомом предлагается в “непереработанном” виде. Это значит, что в тексте задачи могут быть как существенные, так и несущественные данные задачи. Как правило, числа являются существенными данными, а имена, например, несущественными. Кроме того, к этой группе мы относим и различные виды кратких записей текста задачи, где информация о данных и искомом подается в “переработанном” виде (например, выбраны существенные признаки задачной ситуации, отброшены несущественные; числовые данные представлены в структурированном виде).

При этом краткая запись текста задачи может содержать различное количество элементов моделей других видов (рис. 2).

Коля — 3	
Таня — ?, на 2	
Всего — ?	

Коля — 3 ябл.	} (?)
Таня — ?, на 2 ябл. больше	

Рис. 2. Примеры вербальной модели (краткой записи текста задачи)

Для некоторых текстовых задач более удобной формой вербальной модели является таблица. Чаще всего в процессе обучения математике в начальной школе таблица используется в качестве модели к задачам с пропорциональными величинами (рис. 3).

	Масса 1 ящика, кг	Количество ящиков, шт.	Масса всех ящиков, кг
Сливы	?	7	(?)
Груши	?	10	?, на 75 кг больше

Рис. 3. Пример вербальной модели (краткой записи текста задачи) в табличной форме

3. Схематические модели. Как и предметные, служат для визуального представления задачной ситуации, однако в качестве “строительного материала” используются не конкретные предметы и их изображения, а различного рода условные обозначения, которые заменяют реальные предметы (например, круги, квадраты, отрезки, точки и т. п.). Поскольку функция замещения развита у ребенка уже в дошкольном возрасте [см. 1; 7], первоклассники легко воспринимают ситуацию, когда учитель для решения задачи просит их использовать, к примеру, вместо конфет какие-либо геометрические фигуры.

Элементами схематических моделей являются также различные символы (стрелки, скобки и т. п.), которые показывают отношения между объектами. Учитель и дети договариваются о значении каждого отдельного символа. Например, стрелка может обозначать увеличение численности множества (предметы добавляют), перечеркивание может обозначать уменьшение численности множества (предметы изымают).

Наиболее распространенные в начальной школе модели этого вида — схематические иллюстрации (рис. 4) и схематические чертежи (рис. 5).

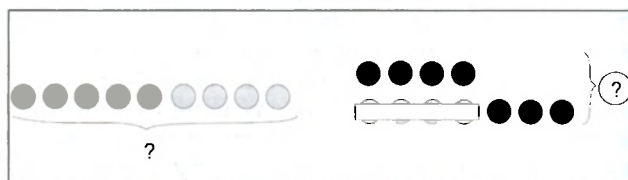


Рис. 4. Примеры схематических иллюстраций

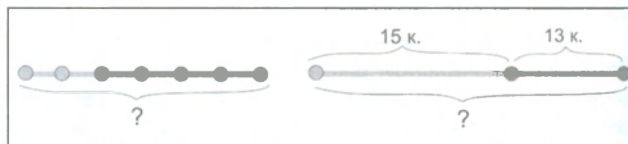


Рис. 5. Примеры схематических чертежей

Схематические модели хорошо иллюстрируют количественные характеристики объектов и отношения между ними, облегчают переход к использованию математических моделей. Заметим, что упражнения по переводу схем на язык выражений или равенств уже должны быть знакомы ребенку, поскольку в новом учебном пособии по математике для I класса они выполняются во время подготовительного периода к введению текстовой задачи.

Задания с учебными моделями в системе работы над простой арифметической задачей

КОНСУЛЬТАЦЫІ ВУЧОНЫХ

4. Математические модели. Под моделями этого вида будем понимать математические выражения или равенства, которые в “буквенно-цифровой” форме (термин Н. Г. Салминой [см. 6]) фиксируют отношения между данными задачи и ее искомым. С точки зрения решения простой задачи в I классе возможны следующие математические модели:

- математическое выражение (например, запись вида $5 + 3$);
- математическое равенство (например, запись вида $5 + 3 = 8$).

В начальной школе используются и другие математические модели:

- буквенные выражения;
- уравнения.

В новом учебном пособии для I класса предлагается система простых арифметических задач, которые полностью соответствуют требованиям программы по учебному предмету “Математика” [см. 8]. При этом вслед за Н. Б. Истоминой [см. 3] в пособии мы рассматриваем работу над текстовой арифметической задачей как процесс “переходов”, осуществляемых ребенком от модели одного вида к модели другого вида с целью выявления общего отношения, которое присуще всем моделям, описывающим данную конкретную ситуацию. Именно выявление того общего, что имеется во всех моделях описываемого фрагмента реальности, помогает ученикам понять способ решения задачи.

Чтобы процесс “переходов” от одной модели к другой при решении текстовой задачи был продуманным, хорошо организованным и эффективным, важно разработать комплекс дидактических заданий по работе с учебными моделями. В новом учебном пособии по математике для I класса в данный комплекс входят группы заданий, ориентированных на выполнение одного из следующих действий: *соотнесение моделей; выбор модели; изменение модели; построение модели*. При этом мы считаем, что последовательность предъявления заданий именно в таком порядке должна помочь сформировать у ребенка умение самостоятельно строить к задаче модель любого вида.

Дадим краткую характеристику каждой группе заданий.

Задания на соотнесение моделей

При выполнении заданий этой группы ребенок должен определить, соответствуют ли друг другу предложенные для сравнения модели, и объяснить, почему соответствие есть или отсутствует. Цель выполнения подобных заданий — через сравнение моделей выявить “инвариант”, который сохраняется в каждой из них. Приведем примеры заданий этой группы:

- ✓ объяснить смысл схематической модели (для детей предлагается использовать термин “схема”), т. е. дать ответ на вопрос: “Почему схема подходит к ...?” При этом ученик сравнивает

схему с предметной моделью (рисунком), с вербальной моделью (текстом задачи) или с математической моделью (числовым выражением, равенством);

- ✓ объяснить, почему предметная модель подходит к другой модели, т. е. дать ответ на вопрос: “Почему рисунок подходит к ...?” При этом ученик сравнивает рисунок с предложенной схематической моделью (схемой), вербальной моделью (текстом задачи) или математической моделью (числовым выражением или равенством);
- ✓ объяснить, почему вербальная модель подходит к другой модели, т. е. дать ответ на вопрос: “Почему краткая запись подходит к ...?” При этом ученик сравнивает краткую запись текста задачи с предложенной предметной моделью (рисунком), схематической моделью (схемой), другой вербальной моделью (текстом задачи) или математической моделью (числовым выражением или равенством).

Пример одного из возможных заданий этой группы показан на рис. 6. Ученик должен объяснить, почему схема “подходит” к рисунку и к равенству.

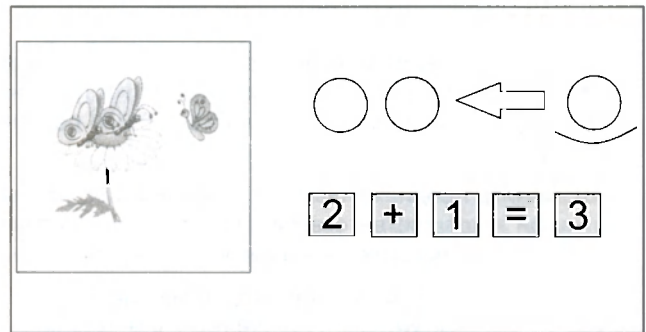





Рис. 6. Пример задания на соотнесение модели

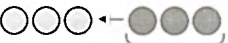

Задания на выбор модели

При выполнении заданий этой группы дети из нескольких предложенных вариантов модели выбирают тот, который соответствует другой модели. Чтобы выполнить задания, ученики должны уметь определять соответствие одной модели другой. Приведем варианты заданий этой группы:

- ✓ из нескольких предложенных вариантов схематических моделей выбрать такую схему, которая соответствует предметной модели (сюжетной иллюстрации), вербальной модели (тексту задачи), математической модели (числовому выражению или равенству);
- ✓ из нескольких предметных моделей (например, сюжетных иллюстраций) выбрать такую, которая соответствует тексту задачи, схеме или выражению;
- ✓ из нескольких вариантов текстов задачи выбрать тот, который подходит к предложенной схеме, рисунку или выражению.

Пример задания этой группы показан на рис. 7. Ребенок должен выбрать схему, которая соответствует предложенному тексту задачи.

У Пети было 3 . Ему подарили еще 5 . Сколько  стало у Пети?






Рис. 7. Пример задания на выбор модели

Задания на изменение модели

При выполнении подобных заданий ученики должны внести необходимые изменения в предложенную модель так, чтобы полученная модель соответствовала либо другой предложенной модели, либо определенным требованиям. Приведем варианты таких заданий:


- ✓ изменить предложенную схему так, чтобы новая схема соответствовала сюжетной иллюстрации, тексту задачи, числовому выражению или равенству;
- ✓ изменить предложенный текст задачи так, чтобы новый текст соответствовал сюжетной иллюстрации, схеме, числовому выражению или равенству.


При этом все многообразие возможных изменений по сути может быть сведено к трем основным видам: на дополнение модели недостающими элементами; на удаление из модели лишних элементов; на исправление (замену одних элементов модели другими).

Рассмотрим примеры заданий данной группы.

Задание на дополнение модели недостающими элементами (рис. 8)

В данном примере ребенку предлагается дополнить схематическую модель необходимыми элементами.

Было 6 . Прилетело 2 .

Сколько  стало?





Рис. 8. Пример задания на изменение схематической модели

консультації вучоных

Задания на удаление из модели лишних элементов (рис. 9)

В данном примере после решения задачи нужно изменить вербальную модель (текст задачи) в соответствии с математической моделью (решением задачи) так, чтобы в тексте не было “лишних” данных.

На озере 3 мальчика ловили .






Сначала они поймали 2 , а через 3 часа  стало на 8 больше. Сколько всего  поймали мальчики?

Рис. 9. Пример задания на изменение вербальной модели

Задания на исправление модели (замену одних элементов модели другими) (рис. 10)

В данном примере нужно внести исправления в предложенную схему.

Было 5 . Уехало 2 .


Сколько  осталось?



Рис. 10. Пример задания на изменение схематической модели

Задания на построение модели

Задания данной группы направлены на формирование умения самостоятельно строить модель любого вида, соответствующую другой предъявленной модели. Приведем варианты заданий данной группы:

- ✓ самостоятельно построить на парте из геометрических фигур схему, соответствующую рисунку, тексту задачи или математической записи;
- ✓ составить текстовую задачу, соответствующую предложенной схеме, рисунку или математической записи;
- ✓ составить математическое выражение, соответствующее предложенному рисунку, схеме или тексту задачи.

Пример задания на построение модели показан на рис. 11. Здесь нужно составить задачу по предложенной схеме.

КАНСУЛЬТАЦІ ВУЧОНИХ

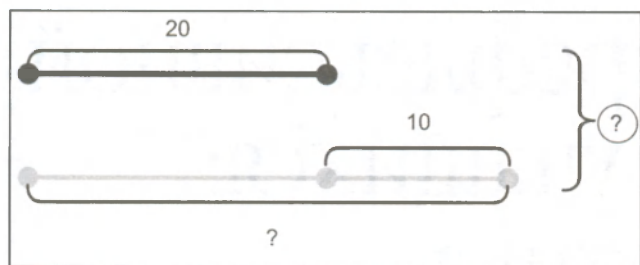


Рис. 11. Пример задания на построение вербальной модели

Разработанный комплекс дидактических заданий и текстовых арифметических задач апробировался в нескольких учреждениях образования Республики Беларусь: гимназии № 30 г. Минска (учителя Т. Э. Колтуновская, В. М. Курзова); гимназии № 51 г. Гомеля (учителя О. В. Зайцева, Н. М. Иванис, И. А. Кузнецова, С. Е. Сопыряева); гимназии г. Заславля (учителя Е. Н. Трич, М. И. Шарапа); СШ п. Самохваловичи (учитель В. А. Кендыш).

В течение учебного года проходили рабочие встречи учителей и авторов нового учебного пособия по математике на базе гимназии № 30 г. Минска. Одним из продуктивных результатов нашей совместной работы стала данная статья и видеоматериалы к ней (см. мультимедийное приложение к журналу), иллюстрирующие примеры работы с учебными моделями. Запись видеофрагментов велась на уроках. Т. Э. Колтуновская показала примеры работы над заданиями, где дети должны **соотнести** модели (1-я группа заданий комплекса) и **выбрать** модели (2-я группа заданий комплекса). В. М. Курзова продемонстрировала, как можно провести с учениками работу по **изменению** модели (3-я группа заданий комплекса) и **построению** модели (4-я группа заданий комплекса).

Таким образом, проведенная экспериментальная работа позволяет сделать ряд выводов:

- знакомство с текстовой задачей в I классе является сложной методической проблемой, поскольку у детей шестилетнего возраста навык сознательного чтения еще не сформирован на уровне, достаточном для осмысленного восприятия текста задачи;
- использование учебных моделей позволяет сделать более доступными для ребенка восприятие и понимание текста задачи, поскольку модели помогают визуализировать скрытые при непосредственном наблюдении связи и отношения, представленные в тексте задачи;
- в новом учебном пособии по математике для I класса авторов Г. Л. Муравьевой и М. А. Урбан в рамках содержательной линии "решение простых арифметических задач" представлены учебные модели четырех основных видов (предметные, вербальные, схематические и математические);
- работа с учебными моделями в процессе ознакомления первоклассников с простой арифметической задачей реализуется через комплекс учебных

заданий четырех видов: на соотнесение модели, на выбор модели, на изменение модели и на построение модели.

В рамках экспериментальной работы предполагается дальнейшее совершенствование предложенного комплекса учебных заданий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Выготский, Л. С. Орудие и знак в развитии ребенка / Л. С. Выготский // Собр. соч. : в 6 т. — М. : Педагогика, 1984. — Т. 6. — С. 5—90.
2. Истомина, Н. Б. Математика : учеб. для 2-го кл. общеобразоват. учреждений. — Смоленск : Ассоциация XXI век, 2008. — 176 с.
3. Истомина, Н. Б. Методика обучения математике в начальной школе : развивающее обучение / Н. Б. Истомина. — Смоленск : Ассоциация XXI век, 2005. — 272 с.
4. Концепция учебного предмета "Математика" // Матэматыка. Праблемы выкладання. — 2009. — № 4. — С. 3—7.
5. Мельников, О. И. Моделирование на уроках математики в начальной школе : возможности младшего школьника и готовность учителя / О. И. Мельников, М. А. Урбан // Весці БДПУ. Сер. 3, Фізіка. Матэматыка. Інфарматыка. Біялогія. Геаграфія. — 2010. — № 4. — С. 36—41.
6. Салмина, Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина. — М. : МГУ, 1988. — 288 с.
7. Сапогова, Е. Е. Развитие знаково-символической деятельности у детей дошкольного возраста : дис. ... д-ра психол. наук: 19.00.07 / Е. Е. Сапогова. — М., 2006. — 418 с.
8. Учебные программы для общеобразовательных учреждений с русским языком обучения : I—IV кл. — Минск : НИО, 2009. — 240 с.
9. Фридман, Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л. М. Фридман. — М. : Педагогика, 1977. — 208 с.
10. Фридман, Л. М. Наглядность и моделирование в обучении / Л. М. Фридман. — М. : Знание, 1984. — 80 с.
11. Адукацыйны стандарт вучэбнага прадмета "Матэматыка" (I—XI класы) // Матэматыка. Праблемы выкладання. — 2009. — № 4. — С. 8—18.

Задання з учебнымі моделямі в сістэме работ на прастой арифметычнай задачы