

Нагляднае мадэляванне ў гісторыі развіцця метадыкі пачатковага навучання матэматыцы

М. А. УРБАН,

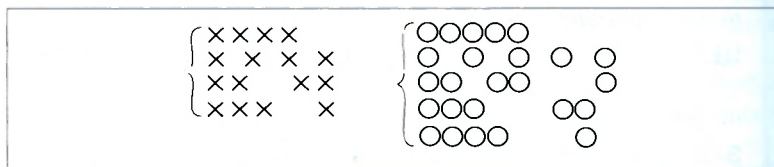
дацэнт кафедры прыродазнаўчанавуковых дысцыплін
БДПУ імя М. Танка,
кандыдат педагогічных навук.

(Заканчэнне. Пачатак у № 3/2018.)

Нагляднае мадэляванне — эфектыўны метады навучання, які выкарыстоўваецца ў працэсе навучання розным прадметам, а таксама для развіцця маўлення дашкольнікаў, карэкцыйнай працы з дзецьмі, якія маюць асаблівасці псіхафізічнага развіцця. Вядомы вучоны-метадыст М. А. Урбан прапануе ў артыкуле рэтраспектыўны аналіз згаданага метаду ў гісторыі навучання матэматыцы.

IV этап: развіццё нагляднага мадэлявання ў працах паслядоўнікаў манаграфічнага і вылічальнага метадаў вывучэння лікаў (сярэдзіна XIX — пачатак XX ст.)

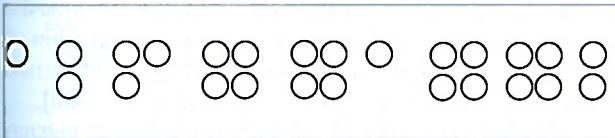
Прыхільнікам манаграфічнага метаду ў Расіі быў метадыст В. А. Еўтушэўскі, які ў сваёй працы “Методика арифметики” [6] рэкамендаваў пачынаць вывучэнне лікаў з разгляду іх магчымых “раскладанняў” (розных выпадкаў саставу лікаў). Пры гэтым аўтар, не выкарыстоўваючы тэрмінаў “мадэль” і “мадэляванне”, па сутнасці, рэкамендаваў настаўніку абапірацца на прадметнае або схематычнае мадэляванне (напрыклад, прапаноўваў дзецям самастойна разбіваць шэсць кубікаў на розныя групы ці маляваць крыжыкі і апісваць вынік такога практычнага падзелу на мове матэматыкі: 5 і 1 роўна 6; 4 і 2 роўна 6 і г. д.). Прыклады схематычнага прадстаўлення “раскладанняў” для лікаў 4 і 5 у В. А. Еўтушэўскага паказаны на мал. 9 [6, с. 130].



Мал. 9. Схематычнае прадстаўленне “раскладанняў” лікаў 4 і 5 у В. А. Еўтушэўскага

Па-іншаму працаваў у кірунку візуалізацыі лікаў нямецкі педагог-матэматык В. А. Лай. Аўтар стаў папулярны ў Расіі дзякуючы перакладу яго кнігі “Руководство к первоначальному обучению арифметике, основанное на результатах дидактических опытов” [11] Д. Л. Валкоўскім. В. А. Лай працягваў развіваць манаграфічны метады вывучэння лікаў, прадстаўлены

ў працах А. В. Грубэ. На думку В. А. Лая, чалавеку першапачаткова дадзена здольнасць вызначаць колькасць элементаў у нешматлікай (да 20 элементаў) групе без выкарыстання лічэння, г. зн. вучань здольны цэласна ўспрымаць групу прадметаў і звязваць яе з пэўным лікам. Задача навучання, такім чынам, заключаецца ў фарміраванні ў дзіцяці цэласнага вобраза кожнага з лікаў у межах 20. В. А. Лай распрацаваў сістэму “лікавых фігур”, якія, на яго думку, давалі максімальны эффект у працэсе ўспрымання сукупнасцей элементаў і іх асацыяцыі з пэўным лікам. Паводле меркавання вучонага, для цэласнага ўспрымання сукупнасцей элементаў і хуткага суднясення іх з пэўным лікам вялікае значэнне мелі форма, памер, колер фігуры, а таксама адлегласць паміж намалёванымі на ёй элементамі. Некаторыя лікавыя фігуры В. А. Лая прыведзены на мал. 10.



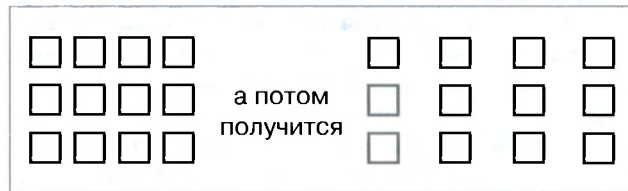
Мал. 10. Лікавыя фігуры В. А. Лая (для лікаў 1, 2, 3, 4, 5, 10)

У канцы XIX ст. манаграфічны метады вывучэння лікаў пачаў саступаць месца вылічальнаму метаду, або “метадзавучэння дзеянняў”. Яго распаўсюджанню спрыялі метадысты А. І. Гольдэнберг, Ф. І. Ягораў, В. М. Латышаў, С. І. Шохар-Троцкі і інш. Паводле Г. М. Лявушынай, манаграфічны метады вывучэння лікаў “...быў адхілены ад школы, бо не развіваў думку навучэнцаў, а зводзіўся да трэніроўкі іх памяці і быў нудны” [12, с. 41]. Вучоныя, якія развівалі “метады вывучэння дзеянняў” (А. І. Гольдэнберг, Ф. І. Ягораў, В. М. Латышаў, С. І. Шохар-Троцкі і інш.), лічылі, што “мэта навучання дзяцей вылічэнню — навучыць іх свядома выконваць дзеянні над цэлымі лікамі і развіць у дзецях навык прымяняць гэтыя дзеянні да рашэння задач агульнажыццёвага зместу” [4, с. 3]. Лікі пры такім падыходзе разглядаліся як матэрыял, на аснове якога дзеці знаёмяцца з арыфметычнымі дзеяннямі і прыёмамі вылічэнняў. Гэты метады аказаўся больш прагрэсіўным у параўнанні з манаграфічным, адпавядаў матэматычнай тэорыі, а дзеці вучыліся свядомым вылічэнням.

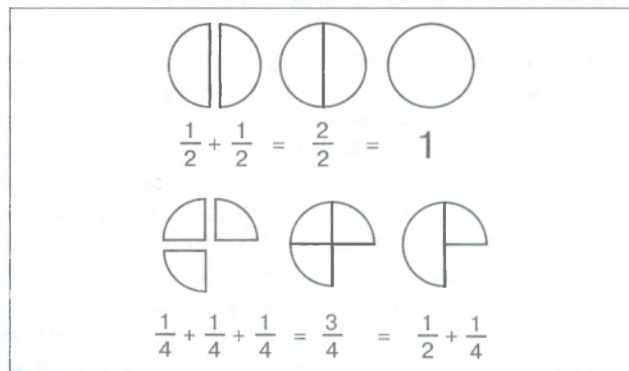
Акцэнт на візуалізацыі прыёмаў вылічэнняў (замест візуалізацыі самога ліку) дазволіў А. І. Гольдэнбергу вылучыць адно з асноўных патрабаванняў да наглядных дапаможнікаў па арыфметыцы: яны павінны рабіць зразумелым для дзіцяці сам спосаб вылічэння, а не проста дапамагаць атрымаць адказ. Вучоны меркаваў, што навучэн-

цам неабходна асвоіць абстрактныя вылічэнні ў наступнай паслядоўнасці: “інструментальнае лічэнне”, або “датыкальнае лічэнне” з дапамогай прадметаў (кубікі, палачкі, запалкі), затым лічэнне “аднародных пісьмовых знакаў” (рысачак, крыжыкаў, кругоў, якія дзеці малююць на сваіх дошках) і ў завяршэнне — абстрактнае лічэнне (напрыклад, два і адзін — тры).

С. І. Шохар-Троцкі, наадварот, прапануе ісці ў вывучэнні дзеянняў ад простых задач са зместам, блізкім да жыццёвага вопыту дзіцяці, падобна да таго, як чалавецтва асвойвала вылічэнні ў працэсе вырашэння практычных задач. Распрацаваная ім “метады мэтазгодных задач” была падтрыманая іншымі вучонымі пачатку XX ст. і аказала вялікі ўплыў на развіццё сучаснай метадыкі пачатковага навучання матэматыцы. С. І. Шохар-Троцкі рэкамендаваў выкарыстоўваць наглядныя сродкі і візуальнае мадэляванне пры навучанні вылічэнням і прапаноўваў пэўныя ілюстрацыі для абгрунтавання перамяшчальнай уласцівасці множання (мал. 11) і складання дробаў (мал. 12) [19, с. 78, 88].



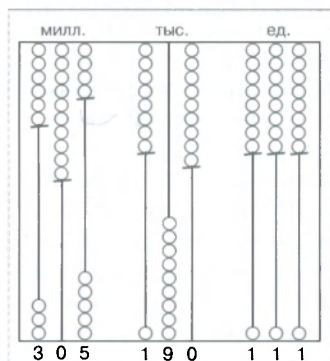
Мал. 11. Ілюстрацыя С. І. Шохар-Троцкага для абгрунтавання перамяшчальнай уласцівасці множання



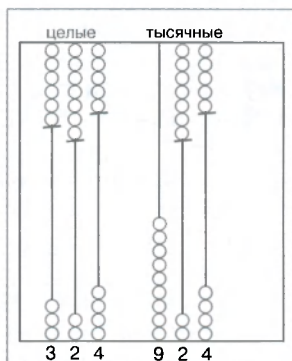
Мал. 12. Ілюстрацыя С. І. Шохар-Троцкага для тлумачэння дзеянняў з дробамі

С. І. Шохар-Троцкі надаваў вялікую ўвагу аналізу наглядных дапаможнікаў для вывучэння лікаў і прыёмаў вылічэнняў. Асабліва ён вылучаў так званыя “шведскія лічыльнікі”, дзе пруткі для нанізвання костачак размяшчаліся вертыкальна. На аснове гэтай ідэі аўтар распрацаваў арыгінальны дапаможнік для навучання вылічэнням, які назваў “лічыльнікі Шохар-Троцкага” (мал. 13) [19, с. 26].

**Нумарацыя
цэлых лікаў**



**Нумарацыя
дзесятковых дробаў**

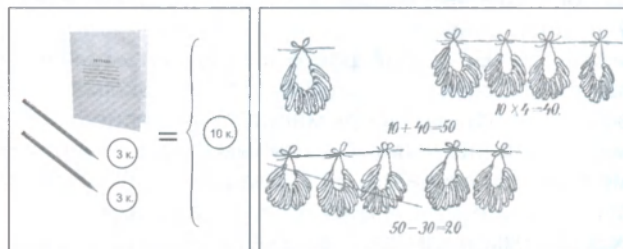


Мал. 13. Сродак навучання “лічыльнікі Шохар-Троцкага”

Калі арыфметычная скрыня дазваляла наглядна паказаць лікі толькі ў межах 1000, то “лічыльнікі” былі зручныя для візуальнага прадстаўлення вялікіх лікаў. У школах у той час пачынаюць выкарыстоўвацца як традыцыйныя лічыльнікі з гарызантальным размяшчэннем, так і “шведскія лічыльнікі”. Яны дазвалялі будаваць мадэлі лікаў у межах мільёна і ўяўлялі сабой спалучэнне “славянскага” і “рымскага” абакаў (напрыклад, прапаноўваліся 8 гарызантальных пруткоў, а над імі — 7 вертыкальных). “Шведскія лічыльнікі” сталі прататыпам пазіцыйнага абака, які выкарыстоўваецца ў сучаснай метадыцы выкладання матэматыцы пры знаёмстве з лікамі і фарміраванні прыёмаў вылічэння.

Аднак метады вывучэння дзеянняў, дзе выкарыстоўвалася прадметнае мадэляванне вылічэнняў пры першапачатковым азнаямленні з сутнасцю складання, аднімання, множання і дзялення, у далейшым, пры знаёмстве з больш складанымі вылічальнымі прыёмамі і асабліва падчас працы над тэкставымі задачамі, абапіраўся пераважна на вербальныя метады тлумачэння. Прыхільнікі “метадаў мэтазгодных задач” не лічылі дарэчным выкарыстоўваць нагляднасць пры працы над задачай. Напрыклад, Ф. І. Ягораў пісаў: “...недарэчным уяўляецца нам звяртацца да наглядных дапаможнікаў пры вылічэннях, якія патрабуюцца для рашэння якой-небудзь задачы... Адно з двух: або дзеці ў дастатковай ступені падрыхтаваны да рашэння прапанаванай задачы з боку ўмення рабіць вылічэнні — і тады наглядныя дапаможнікі не патрэбны, або непадрыхтаваны — і тады варта звярнуць увагу на практыкаванні, якія могуць пасунуць іх у гэтым уменні” [7, с. 84]. С. І. Шохар-Троцкі пра ролю малюнка ў навучанні арыфметыцы выказаўся яшчэ больш катэгарычна: “Заняткі арыфметыкай на дрэнных малюнках неэстэтычныя, а на добрых — недарэчныя” [19, с. 35]. Яго падтрымліваў і У. Г. Фрыдман, крытыкуючы ілюстра-

цыі да тэкставых задач, змешчаныя ў асобных навуковых дапаможніках канца XIX — пачатку XX ст.: “...карцінкі-ўмовы, або карцінкі-сімвалы, уяўляюць сабой шкоднае захапленне нібыта наглядным метадам” [18, с. 58]. Прыклады некаторых падобных “шкодных” ілюстрацый прыведзены на мал. 14.



Мал. 14. Выкарыстанне ілюстрацый у зборніках задач па арыфметыцы канца XIX — пачатку XX ст.

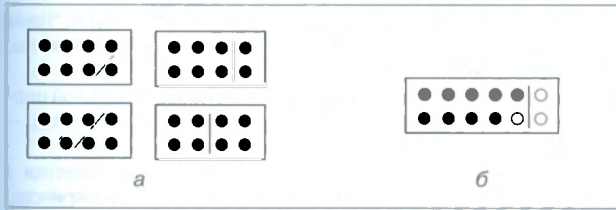
У. Г. Фрыдман адзначаў: “Мы катэгарычна рэкамендуем устрымацца ад выкарыстання ў школе такіх задачнікаў: нельга ж урок арыфметыкі ператвараць ва ўрок малявання” [18, с. 59—60].

З пункту гледжання сучаснай метадыкі выкладання матэматыкі ілюстрацыі, падобныя да прыведзеных на мал. 14, можна аднесці да прадметных мадэляў тэксту задачы і прызнаць не толькі прымальнымі, але і мэтазгоднымі для пошуку рашэння задачы. Падобнае ігнараванне візуальных сродкаў у працэсе работы над задачай тлумачыцца тым, што ў метадыцы канца XIX — пачатку XX ст. пошук рашэння задачы звязвалі з вылучэннем з тэксту арыфметычнага зместу, які неабходна было трывала засвоіць да рашэння задачы. Вычлененне арыфметычнага зместу — арыфметычнага дзеяння ўяўлялася многім вучоным таго часу праблемай, якую можна даволі лёгка вырашыць вербальнымі метадамі. Тое, што вычлененне арыфметычнага зместу ў тэксце задачы часта выклікала цяжкасці ў дзіцяці 6—10-гадовага ўзросту, метадычная тэорыя не ўлічвала, паколькі псіхалагічная навука ў той час яшчэ не зрабіла адпаведных тэарэтычных высноў пра асаблівасці развіцця дзіцячага мыслення.

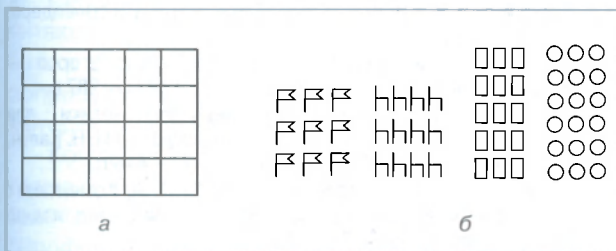
В этап: развіццё нагляднага мадэлявання ў метадыцы выкладання арыфметыкі (першая палова XX ст.)

У гэты перыяд развіццё метадыкі навучання арыфметыцы найперш звязана з імёнамі Д. Л. Валкоўскага, І. М. Кавуна, Н. С. Паповай, Р. Б. Поляка, А. С. Пчолкі, В. Ц. Снігірова, Я. Ф. Чакмарова, В. Л. Эменава і інш. Вучоныя-метадысты працягвалі актыўна ўжываць лікавыя фігуры (у тым ліку фігуры Лая), асабліва пры вывучэнні лікаў першага і другога дзясяткаў. Разам з тым выказваліся думкі, што лікавая фігура падмяняе ўспрыманне колькасці прадметаў успрыманнем выключна формы малюнка. Нагляднае мадэляванне лікаў

і прыёмаў вылічэння, у аснове якога ляжыць выкарыстанне лікавых фігур Лая, рэкамендавана ў розных дапаможніках, напрыклад у навучальным дапаможніку Д. Л. Валкоўскага [3]. На мал. 15 паказана, як аўтар прапаноўваў выкарыстоўваць лікавыя фігуры для мадэлявання складання і аднімання без пераходу і з пераходам праз разрадную адзінку, а на мал. 16 — прыклад нагляднага мадэлявання перамяшчальнай уласцівасці множання і таблічнага множання з лікам 3 [3, с. 17, 26, 35, 37].



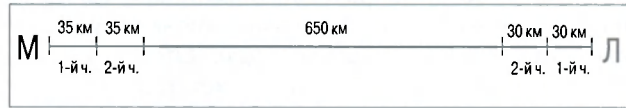
Мал. 15. Выкарыстанне лікавай фігуры для нагляднага мадэлявання складання і аднімання без пераходу праз разрад (а) і з пераходам праз разрад (б)



Мал. 16. Нагляднае мадэляванне пры вывучэнні перамяшчальнай уласцівасці множання (а) і таблічнага множання з лікам 3 (б)

Большасцю метадыстаў канца XIX — пачатку XX ст. простыя тэкставыя задачы разглядаліся ў асноўным як “практычныя прыклады” для вылічэнняў. Таму лічылася, што дзіця, якое засвоіла дзеянні з абстрактнымі лікамі, натуральна перанясе гэтыя ўменні на задачы. С. І. Шохар-Троцкі патрабаваў “ісці ад задач”, аднак лічыў шкодным для навучання ілюстраваць гэтыя задачы. Д. Л. Валкоўскі (упершыню пасля А. В. Грубэ) прапанаваў у выпадку цяжкасці рашэння прастай задачы “патлумачыць гэта на наглядным дапаможніку” [3, с. 169], выкарыстоўваючы палачкі, якімі трэба замяніць персанажаў, прадстаўленых у задачы. Аднак да кароткіх запісаў тэксту прастай задачы Д. Л. Валкоўскі ставіўся адмоўна, катэгарычна заяўляючы, што “кароткага запісу тэксту задачы на дошцы не павінна быць” [3, с. 168]. Вучоны-метадыст рэкамендаваў выкарыстоўваць нагляднае (схематычнае) мадэляванне пры рашэнні некаторых відаў састаўных задач. Ён пісаў: “Чарцяжы вельмі карысныя пры знаходжанні некалькіх частак цэлага і цэлага па частках, а таксама пры рашэнні задач на рухі па вылічэнні прамежкаў часу” — і прывод-

зіў наступны прыклад чарцяжа да задачы на рух (мал. 17) [3, с. 183]:



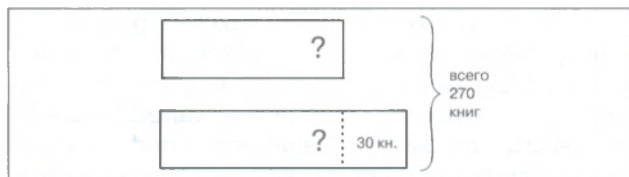
Мал. 17. Чарцёж да задачы на рух з падручніка Д. Л. Валкоўскага

І. М. Кавун і Н. С. Папова таксама рэкамендавалі прымяненне лікавых фігур у комплексе наглядных сродкаў навучання арыфметыцы. У іх дапаможніку [8] атрымала развіццё ідэя візуалізацыі арыфметычнага матэрыялу з дапамогай арыфметычнай скрыні, лічыльнікаў, чарцяжоў для вывучэння дробаў, схематычных малюнкаў для ілюстрацыі арыфметычных дзеянняў, іх уласцівасцей і прыёмаў вылічэнняў. Аўтары таксама рэкамендавалі для абгрунтавання прыёмаў вылічэнняў прымяняць не толькі схематычную нагляднасць, але і адмысловы від нагляднага прадстаўлення лікавых выказаў, якія дапамагаюць зразумець сутнасць прыёму вылічэнняў [8, с. 43, 47].

І. М. Кавун і Н. С. Папова, як і Д. Л. Валкоўскі, прапаноўвалі выкарыстоўваць прыёмы візуалізацыі тэксту для абгрунтавання выбару дзеяння да прастай задачы. Першыя адзначалі, што да таго часу, пакуль навучэнец свядома не абярэ арыфметычнае дзеянне, пры дапамозе якога рашаецца задача, “няма рашэння задачы ў поўным сэнсе гэтага слова” [8, с. 149]. У выбары дзеяння, на думку аўтараў, заключаецца галоўная цяжкасць пры рашэнні задачы, асабліва таму, што само дзіця не бачыць у гэтым дзеянні патрэбы, паколькі хутка знаходзіць адказ на аснове ведання саставу вывучаных лікаў. Для абгрунтавання выбару дзеяння вучоныя ў выпадку цяжкасці прапаноўвалі ўжываць ілюстраванне задачы з дапамогай прадметных малюнкаў на наборным палатне: дадаванне малюнкаў непасрэдна звязана з дзеяннем складання, а іх выдаленне — з дзеяннем аднімання. Аднак пры апісанні метадыкі навучання рашэнню састаўных задач аўтары працягвалі абаярацца на вербальную пытална-адказную форму работы з навучэнцамі, мяркуючы, што рашэнне задач у 2—3 дзеянні павінна быць зведзена да раскладання састаўнай задачы на шэраг простых.

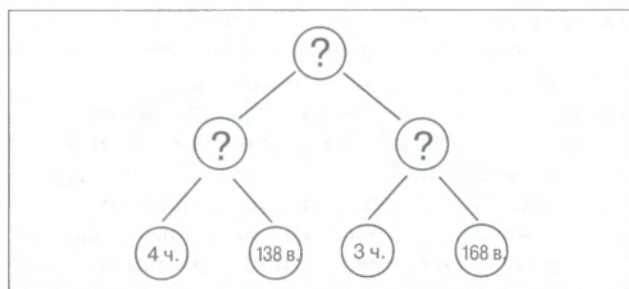
Ідэя візуалізацыі тэксту задачы атрымала развіццё ў В. Ц. Снігірова і Я. Ф. Чакмарова [17]. Уадрозненне ад І. М. Кавуна і Н. С. Паповаў яны рэкамендавалі выкарыстоўваць “графічныя работы” пры рашэнні не толькі простых, але і састаўных задач [17, с. 20]. Калі Д. Л. Валкоўскі лічыў мэтазгодным выкарыстоўваць чарцяжы пры рашэнні толькі некаторых відаў састаўных задач, то В. Ц. Снігіроў і Я. Ф. Чакмароў упершыню рэкамендавалі схематычныя пабудовы ў якасці карыснага прыёму работы пры рашэнні састаўных задач розных відаў.

Яны пісалі, што “пры рашэнні задач... замалёўкі ілюструюць змест задачы і паказваюць якасць засваення яе зместу; напрыклад, пры рашэнні задачы на рух неабходна лініяй паказаць шлях руху, кропкамі адзначыць становішча цел, што рухаюцца, у розныя моманты”. Прыклад схематычнага чарцяжа да тэкставай задачы з “Методыкі арыфметыкі” В. Ц. Снігірова і Я. Ф. Чакмарова прыведзены на мал. 18 [17, с. 21].



Мал. 18. Схема да задачы з дапаможніка В. Ц. Снігірова і Я. Ф. Чакмарова

Ідэі нагляднага мадэлявання атрымалі развіццё ў працах А. С. Пчолкі. У дапаможніку “Методыка преподавания арифметики в начальной школе” [16] аўтар апісаў традыцыйную сістэму наглядных сродкаў навучання арыфметыцы (арыфметычная скрыня, абак, лічыльнікі, табліцы і інш.), развіў новыя метадычныя падыходы, звязаныя са схематычным прадстаўленнем умовы задачы з дапамогай чарцяжа або малюнка, упершыню ў гісторыі развіцця метадыкі выкладання арыфметыкі прапанаваў прымяненне схем аналітычнага і сінтэтычнага метадаў пошуку рашэння задачы (мал. 19) [16, с. 26].



Мал. 19. Схемы аналітычнага метада пошуку рашэння задачы з дапаможніка А. С. Пчолкі

Абгрунтоўваючы мэтазгоднасць выкарыстання такіх схем, А. С. Пчолка пісаў, што нагляднасць “дапамагае не толькі ўспрымання і разуменню асобнага матэматычнага факта, але і ўсведамленню тых мысліцельных працэсаў, якія суправаджаюць тлумачэнне матэрыялу” [16, с. 26].

Такім чынам, вучоныя-педагогі, якія займаліся праблемай пачатковага навучання матэматыцы, на працягу больш як трохсот гадоў (з сярэдзіны XVII да сярэдзіны XX ст.) у той ці іншай ступені закраналі пытанні, звязаныя з выкарыстаннем нагляднага мадэлявання. Гэта дазволіла псіхолагам, педагогам і метадыстам, якія працавалі ў другой палове XX і пачатку XXI ст. (В. В. Давыдаў, Л. У. Занкоў, Н. Б. Істоміна,

Г. А. Люблінская, М. І. Маро, Н. А. Мянчынская, А. А. Столяр і інш.), удакладніць і пашырыць уяўленне пра ролю вучэбнага мадэлявання ў працэсе пачатковага навучання матэматыцы.

ЛІТАРАТУРА

1. Арифметические листки, постепенно расположенные от легчайшего к труднейшему, содержащие в себе 2523 задачи, с решением оных и с кратким руководством к исчислению, составленные Петром Гурьевым, учителем при Императорском воспитательном доме в Гатчине. — Спб. : Император. академия наук, 1832.
2. Великая дидактика Я. А. Коменского : прил. к журн. “Наша начальная школа” на 1875 г. — Спб. : Тип. А. М. Котомина, 1875. — 282 с.
3. Волковский, Д. Л. Методика арифметики в начальной школе : пособие для учителей / Д. Л. Волковский. — 3-е изд. — М. : Учпедгиз, 1937. — 296 с.
4. Гольденберг, А. И. Методика начальной арифметики / А. И. Гольденберг. — Спб. : Изд. Е. А. Полубояринова, 1910. — 192 с.
5. Дистервег, А. Руководство к образованию немецких учителей / А. Дистервег // Избранные пед. сочинения. — М. : Учпедгиз, 1956. — С. 136—203.
6. Евтушевский, В. А. Методика арифметики / В. А. Евтушевский. — 5-е изд. — Спб. : Тип. Ретгера и Шнейдера, 1874. — 332 с.
7. Егоров, Ф. И. Методика арифметики / Ф. И. Егоров. — 2-е изд. — М. : Тип. М. Г. Волчанинова, 1893. — 287 с.
8. Кавун, И. Н. Методика преподавания арифметики : для учителей нач. шк. и студентов педтехникумов / И. Н. Кавун, Н. С. Попова. — М. : Л. : Учпедгиз, 1934. — 416 с.
9. Коменский, Я. А. Материнская школа / Я. А. Коменский ; под ред. А. А. Красновского. — М. : Гос. учеб.-пед. изд-во М-ва просвещения РСФСР, 1947. — 104 с.
10. Коменский, Я. А. Мир чувственных вещей в картинках, или Изображение и наименование всех важнейших предметов в мире и действий в жизни [Orbis Sensuuium Pictus] / Я. А. Коменский ; под ред. проф. А. А. Красновского ; пер. с лат. Ю. Н. Дрейзина. — 2-е изд. — М. : Учпедгиз, 1957. — 352 с.
11. Лай, В. А. Руководство к первоначальному обучению арифметике, основанное на результатах дидактических опытов / В. А. Лай ; под ред. Д. Л. Волковского ; пер. с нем. — М. : Моск. худ. печатня, 1916. — 407 с.
12. Леушина, А. М. Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста / А. М. Леушина. — М. : Просвещение, 1974. — 368 с.
13. Магницкий, Л. Ф. Арифметика, сиречь наука числительная / Л. Ф. Магницкий. — Спб., 1703. — 669 с. [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: <http://math.ru/lib/176>. — Дата доступа: 07.09.2015.
14. Паульсон, И. Арифметика по способу Грубе : метод. рук. для родителей и элементар. учителей / И. Паульсон. — М. : Изд. братья Салаевы, 1876. — 307 с.
15. Песталоцци, И. Г. Избранные пед. сочинения : в 2 т. Т. 1 / И. Г. Песталоцци ; под ред. В. А. Ротенберг, В. М. Кларина. — М. : Педагогика, 1981. — С. 61—212.
16. Пчелко, А. С. Методика преподавания арифметики в начальной школе / А. С. Пчелко. — М. : Учпедгиз, 1949. — 364 с.
17. Снигирев, В. Т. Методика арифметики : пособие для пед. училищ / В. Т. Снигирев, Я. Ф. Чекмарев. — 7-е изд. — М. : Учпедгиз, 1948. — 343 с.
18. Фридман, В. Г. Учебник методики арифметики / В. Г. Фридман. — М. : Петроград : Гос. изд-во, 1923. — 178 с.
19. Шохор-Троцкий, С. И. Методика начального курса математики : в 2 ч. Ч. 1 / С. И. Шохор-Троцкий ; под ред. И. Н. Кавуна. — 9-е изд. — Л., 1924. — 202 с.