и (6) легко видеть, что анизотропия (1) описывает и среду с одной оптической осью типа "положительный" или "отрицательный" кристалл (для этого нужно, чтобы после приведения тензора к главным осям в (7) два из трех значений в диагонали совпадали). Тогда значение волнового вектора для необыкновенной волны (6) совпадает с волновым вектором обыкновенной волны (4) вдоль некоторого направления.

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} - \mu_{xy} & 0 & 0\\ 0 & \mu_{yy} + \mu_{xy} & 0\\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}$$
 (7)

Если после приведения к главным осям все значения в (7) будут неодинаковыми, то существуют два направления в точках пересечения окружности и сечения типа "гантель" для (6), вдоль которых фазовые скорости для волн обоих типов поляризации совпадают, то есть бинормали. Соответственно существует два направления в плоскости *ху*, вдоль которых фазовые скорости не одинаковы, но световые лучи распространяются коллинеарно для обоих типов поляризации, определяющие бирадиали.

Заключение. Подготовка студентов учреждений высшего образования в области математики по профилю векторного и тензорного анализа дает все основания включать в учебные планы по оптике разделы физического материаловедения на примере сред, характеризуемых особыми типами упорядочения как электрической, так и магнитной природы и формирующими макроскопические свойства как обособленно, так и при их сосуществовании в особом классе материалов, называемых ферроэлектриками.

#### Список использованных источников

1. Лансберг Г. С. Оптика. Учеб. пособие: Для вузов. – 6-е изд., стереот. – М. : Физматлит, 2003. - 848 с.

УДК 535.41(07)

# В. Р. Соболь, А. Н. Ярошенко, А. И. Кутеева V. Sobol, A. Yaroshenko, A. Kuteeva

УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (Минск, Беларусь)

### ТЕХНИКА ИЗУЧЕНИЯ НЕЦЕНТРАЛЬНОГО СТОЛКНОВЕНИЯ ШАРОВ В ШКОЛЬНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

# TECHNIQUE FOR STUDYING THE NON-CENTRAL COLLISION OF BALLS IN A SCHOOL EXPERIMENT

Конкретизируется схема постановки и реализации лабораторного эксперимента по изучению законов сохранения энергии и импульса методом упругого рассеяния металлических шаров при боковом ударе.

The scheme of setting up and implementing a laboratory experiment to study the laws of conservation of energy and momentum by the method of elastic scattering of metal balls during a side impact is specified.

**Ключевые слова:** энергия; импульс; закон сохранения; угол рассеяния; проекция; прицельный параметр.

**Keywords:** transverse wave; dielectric; magnetic permeability; tensor; wave vector; refraction.

Введение. Постановка задачи. Изучение на уроках физики в учреждениях общего среднего образования разделов механики предусматривает экспериментальное моделирование законов сохранения энергии и импульса на примере центрального удара. Вполне доступное оборудование в виде металлических U-образных желобков-направляющих на сочлененных пластинах-носителях с возможностью варьирования наклона и электронный хронометраж на основе секундомеров L-micro для измерения временных отрезков позволяют надежно регистрировать скорости скатывающегося и покоящегося шаров до и после соударения, рассчитывать параметры импульса, энергии и т. д. при различном соотношении масс. В настоящее время потенциал систем регистрации и отображения физических величин существенно возрос, и в рамках школьной лаборатории возможно проводить исследования большей глубины и наполненности [1–3].

В сообщении представлены соображения по расширению лабораторного эксперимента по столкновению шаров в приближении нецентрального удара. Показано как закон сохранения импульса при соударении может быть реализован и в реальном и в численном представлении.

Методология эксперимента и расчета. Экспериментальное исследование закона обмена импульсом при боковом соударении в настоящее время доступно для реализации в двух вариантах. Более затратный по организации способ осуществляется на базе стандартной установки типа "Комплект опытов по баллистике" компании "Karmi InterLab Ltd" Israel, в которой два металлических шарика после бокового соударения падают с заданной высоты на калькированную бумагу, оставляя метки, по которым легко оценить продольные и поперечные составляющие импульса после взаимодействия.

При отсутствии упомянутой установки аналогичный режим взаимодействия достаточно просто реализовать методом наклонного желобка, имеющего на нижнем уровне основание-площадку, на которой располагается ударяемый шар. Ударяющий шар после скатывания по желобку с заданной высоты приводит к падению обоих на калькированную бумагу с нанесением меток (рисунок 1).

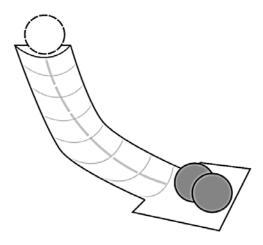


Рисунок 1 — Принципиальная схема реализации бокового удара шаров методом скатывания по желобку с заданного перепада высот

Обсуждаемый вариант эксперимента имеет свои преимущества по простоте реализации и возможностям варьирования входных параметров. Например, известная высота желобка позволяет определить импульс ударяющего шара, сопоставить его с импульсом обоих после взаимодействия, чего нет в первом варианте, где сравниваются только поперечные составляющие импульса. Также в режиме "желобка" можно варьировать массы и размеры шаров с привлечением для изучения горизонтальных составляющих количества движения и до взаимодействия и после него. По итогам расчетов целесообразно обсуждение причин несоответствия, например, ввиду не полной идеальности эксперимента.

Физический эксперимент, в том числе в обычной школе, является более насыщенным, если он сопровождается расчетами и сопоставлением с ожидаемыми результатами на основе фундаментальных соотношений. В этом смысле целесообразно дополнять составленные базы экспериментальных данных результатами численного моделирования. Процесс упругого взаимодействия достаточно просто изучить на платформе MathCad, позволяющей визуально запрограммировать боковое столкновение двух шаров.

На рисунок 2 представлен один из вариантов нецентрального упругого удара при бесконечно большой величине массы ударяемого шара при малости так называемого прицельного параметра.

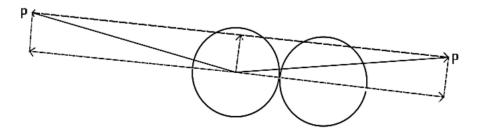


Рисунок 2 — Пример упругого нецентрального, близко к обратному удара при большой массе ударяемого шара; импульс ударяющего шара изменяется на противоположный по линии центров

На схеме (рисунок 2) по итогам взаимодействия ударяемый шар остается на месте, а ударяющий рассеивается под большим углом к начальному направлению скорости. Общее выражение для угла рассеяния при любом соотношении размеров и масс шаров отвечает соотношению (1)

$$\theta = \arccos \frac{h}{R_1 + R_2} - \arctan \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{R_1 + R_2)^2}{h^2} - 1} \right) \tag{1}$$

Выражение (1) легко приводится к частному варианту взаимодействия, отображенному на рисунок 2, отвечающему уменьшению прицельного параметра вплоть до нуля с вырождением угла рассеяния до значений  $\pi$ .

$$\theta = \arccos\frac{h}{R_1 + R_2} + \arctan\left(\sqrt{\frac{R_1 + R_2)^2}{h^2} - 1}\right) \tag{2}$$

При другом предельном переходе, когда прицельный параметр равняется сумме радиусов, ударяющий шар пролетает мимо ударяемого прямо, угол рассеяния равен нулю.

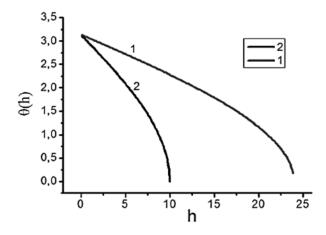


Рисунок 3 — Данные численного моделирования бокового рассеяния в функции прицельного параметра для малого по массе шара при значениях радиусов  $R_1$  и  $R_2$ , см: 5 и 5 (1), 12 и 12 (2)

Школьный эксперимент, исходя из наличествующих лабораторных аксессуаров, удобно выстраивать по методу регистрации угла отклонения от направления первоначального движения по результатам падения шаров на калькированную бумагу. Изменяя высоту скатывания ударяющего шара и высоту падения после столкновения целесообразно выбрать оптимальные режимы использования пространства для регистрации углов рассеяния. По результатам измерений углов рассеяния, значений масс, размеров шаров, возможно исследовать степень выполнения законов сохранения энергии и импульса, восстановить с применением соотношения (1) значение прицельного параметра, сопоставить его с ожидаемой величиной по расчетам из первых принципов. В реальном лабораторном эксперименте вполне доступно получить острые углы рассеяния и установить корреляции с фундаментальными соотношениями (1) и (2).

Заключение. Физическая исследовательская лаборатория учреждений общего среднего образования по профилю механики может быть существенно расширена в направлении изучения закономерностей взаимодействия и динамики тел на примере классической задачи о столкновении-рассеянии металлических шаров. Вполне доступное техническое дополнение традиционного центрального взаимодействия позволяет выйти на новые характеристики и особенности упругого столкновения и мотивировать учебно-познавательную деятельность учащихся на исследовательском творческом уровне.

#### Список использованных источников

- 1. Ландау, Л. Д. Механика. Электродинамика. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М., 1969 г., 272 с.
- 2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: Механика / Д. В. Сивухин. М. : Физматлит, 2005. 559 с.
- 3. Яковенко, В. А. Общая физика: сборник задач: учеб. пособие / В. А. Яковенко [и др.]; под общ. ред. В. Р. Соболя. Минск: Вышэйшая школа, 2015. 455 с.

УДК 535.41(07)

### В. Р. Соболь, А. Н. Ярошенко, К. Р. Шевчик V. Sobol, A. Yaroshenko, K. Shevchik

УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (Минск, Беларусь)

### АБЕРРАЦИИ СФЕРИЧЕСКОГО РЕФЛЕКТОРА И ИХ ЭМПИРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ

## ABERRATIONS OF A SPHERICAL REFLECTOR AND THEIR EMPIRICAL STUDY

Обсуждается техника постановки и проведения численного и эмпирического эксперимента по закономерностям геометрической оптики на примере выявления аберраций сферического зеркала, обусловленных непараксиальностью светового пучка.

The technique of setting up and conducting numerical and empirical experiments on the laws of geometric optics is discussed using the example of identifying aberrations of a spherical mirror caused by the non-paraxiality of the light beam.

Ключевые слова: закон отражения; фокус; параксиальность; апертура; зеркало.

**Keywords:** law of reflection; focus; paraxiality; aperture; mirror.