

**Заключение.** Цифровые лабораторные комплексы семейства “Радуга” предоставляют возможность приобщать учащихся к важным с практической точки зрения мероприятиям метрологического характера, например при проверке обеспеченности требований санитарных норм в аудитории. Кроме этого оперативность и законченность измерительного цикла таких установок позволяет организовать изучение основ физики на более высоком уровне, даже в рамках выполнения работ лабораторного практикума, включая постановку и проведение профильных творческих работ с исследовательской направленностью среди школьников, студентов, магистрантов.

#### **Список использованных источников**

1. Лансберг Г. С. Оптика. Учеб. пособие: Для вузов. – 6-е изд., стереот. – М. : Физматлит, 2003. – 848 с.
2. Жилко, В. В. Физика. Учебное пособие для 11 класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович, А. А. Сокольский. – Минск : Народная асвета. – 2021. – 288 с.

УДК 373.51:53

**В. Р. Соболев<sup>1</sup>, К. И. Янушкевич<sup>2</sup>, М. С. Пайзуллаханов<sup>3</sup>, Д. Сарварова<sup>1</sup>  
V. Sobol<sup>1</sup>, K. Yanushkevich<sup>2</sup>, M. Paizullakhanov<sup>3</sup>, D. Sarvarova<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (Минск, Беларусь)

<sup>2</sup> Научно-практический центр НАН Беларуси по материаловедению (Минск, Беларусь)

<sup>3</sup> Институт материаловедения НПО «Физика-Солнце» АН РУ (Ташкент, Узбекистан)

## **АНИЗОТРОПИЯ МАГНИТНОЙ ПРИРОДЫ В СВОЙСТВАХ ПРОЗРАЧНЫХ ТЕЛ**

## **ANISOTROPY OF MAGNETIC NATURE IN PROPERTIES TRANSPARENT MEDIA**

Рассмотрена феноменологическая задача преломления линейно поляризованной поперечной электромагнитной волны при ее падении из изотропной прозрачной среды на поверхность гипотетического магнито-анизотропного кристаллического материала. Выявлен закон дисперсии и его соответствие свойствам при наличии одной и двух оптических осей в представлении частного вида тензора магнитной проницаемости.

The phenomenological problem of refraction of a linearly polarized transverse electromagnetic wave as it falls from an isotropic transparent medium onto the surface of a hypothetical magnetically anisotropic crystalline material is considered. The dispersion law and its correspondence to the properties in the presence of one and two optical axes in the representation of a particular form of the magnetic permeability tensor are revealed.

**Ключевые слова:** поперечная волна; диэлектрическая; магнитная проницаемость; тензор; волновой вектор; преломление.

**Keywords:** transverse wave; dielectric; magnetic permeability; tensor; wave vector; refraction.

**Введение. Обоснование целесообразности постановки задачи.** Явление двулучепреломления, характерное для ряда кристаллических сред типа исландского шпата ( $\text{CaCO}_3$ ), кварца ( $\text{SiO}_2$ ), относится к процессам, описываемым в рамках теории Максвелла, материальными уравнениями связи тензорного характера. В перечисленных средах фазовая скорость электромагнитной волны, пространственная топология волновой поверхности, как геометрического места точек одинаковой фазы, в целом отличается от сферы, имеющей место для изотропных сред. В общем виде эллипсоид диэлектрической проницаемости характеризует закон дисперсии электромагнитной волны для двух типов линейной поляризации в терминологии среды, обладающей либо одной либо двумя оптическими осями.

Формальный вид закона дисперсии волны, обобщенный на случай некоей прозрачной среды обладающей упорядочением магнитной природы, например, типа наведенного магнитного момента внешним полем, даже при изотропии свойств среды по диэлектрической проницаемости, также может привести к двойному преломлению.

В сообщении представлены аспекты воздействия магнитной анизотропии кристаллической среды на процесс преломления и распространения поперечной электромагнитной среды в системе координат, отвечающей внешней задаче отражения при соответствующем виде тензора магнитной проницаемости, связывающего векторы индукции и напряженности магнитного поля.

**Методология анализа.** Широко распространенная техника описания закона дисперсии электрически анизотропных сред методом привлечения симметричного тензора диэлектрических проницаемостей, приведенного к собственным осям, теряет свою привлекательность при рассмотрении внешней задачи. Во внешней задаче на отражение требуется отследить эволюцию коэффициента отражения, скажем, необыкновенной волны, для которой показатель преломления не является постоянной величиной, дополнительно изменяется в функции угла преломления и, соответственно, падения. В данном случае для записи соотношений Френеля требуется находить соотношения связи между углом падения и оптической осью. Высказанный тезис актуален для среды как с электрическим типом анизотропии, так и с магнитным типом, и тем более для случая, когда анизотропия может быть двойственной природы.

В альтернативу рассмотрения на основе тензора, приведенного к главным осям, ниже рассмотрена магнитная анизотропия оптической среды в системе координат внешней задачи. Например, при ее наведении внешним воздействием, наподобие ситуации с вращением плоскости поляризации в эффекте Фарадея во внешнем поле. Представлен закон дисперсии плоской волны и топология сечения волнового вектора в плоскости падения. Для частного вида тензора магнитной проницаемости рассмотрены варианты соответствия такой среды анизотропной среде с одной либо двумя оптическими осями.

**Процедура исследования и обсуждение.** Закон дисперсии поперечной электромагнитной волны в магнитной анизотропной оптической среде получен с применением известной техники преобразования соотношений из системы уравнений Максвелла и экспоненциального вида представления поперечной волны типа (1)

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\dot{\mathbf{B}}; \nabla \times \mathbf{H} = \dot{\mathbf{D}}; \nabla \mathbf{B} = 0; \nabla \mathbf{D} = 0; \mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}; \mathbf{B} = \mu_0 \hat{\mu} \mathbf{H} \\ \mathbf{D} &= (D_x \mathbf{i} + D_y \mathbf{j} + D_z \mathbf{k}) e^{i(\omega t - \mathbf{k}r)}; \mathbf{k}r = k_x x + k_y y + k_z z; \frac{\partial D_x}{\partial x} = -i k_x D_x e^{i(\omega t - \mathbf{k}r)} \\ \hat{\mu} &= \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

здесь  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$  – векторы индукции и напряженности магнитного и электрического поля волны соответственно,  $\nabla$  – оператор Гамильтона,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  электрическая и магнитная посто-

янные,  $i, j, k$  – орты декартовой системы координат,  $k$  – волновой вектор,  $\varepsilon$  – скалярный коэффициент диэлектрической проницаемости среды,  $\hat{\mu}$  – тензор магнитной проницаемости,  $i$  – мнимая единица,  $\dot{\mathbf{B}}$  – операция дифференцирования вектора индукции  $\mathbf{B}$  по времени.

Исходя из системы уравнений Максвелла, тензорное уравнение, определяющее в дальнейшем закон дисперсии волны в анизотропной среде есть (2)

$$-\nabla \times \hat{\mu}^{-1} \nabla \times \mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\mathbf{D}} \quad (2)$$

В представлении координат тензора соотношение (2) выглядит как (3)

$$-\nabla \times (\hat{\mu}^{-1} \nabla \times [i(\varepsilon_{xl}^{-1} D_l) + j(\varepsilon_{yl}^{-1} D_l) + k(\varepsilon_{zl}^{-1} D_l)]) = i^{-1} \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\mathbf{D}} \quad (3)$$

В рассматриваемой задаче плоскость  $xu$  принята за плоскость падения, в ней лежит волновой вектор поперечной волны (рисунок 1)

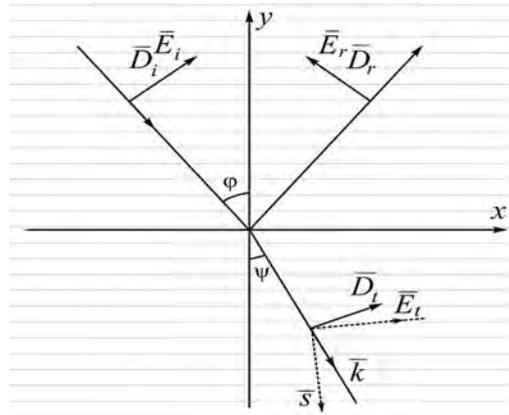


Рисунок 1 – Геометрия распространения поперечной линейно поляризованной по вектору  $\mathbf{D}$  волны после ее вхождения в оптическую среду, анизотропную по магнитным свойствам,  $\varphi$  и  $\psi$  – углы падения и преломления,  $\mathbf{k}$  – волновой вектор в анизотропной среде,  $\mathbf{s}$  – лучевой вектор для частного случая.

Соответственно, для волны, поляризованной в плоскости  $xu$ , закон дисперсии отображается как (4)

$$k^{-2} \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \mu_{zz}^{-1} \varepsilon^{-1} \quad (4)$$

Это указывает, что при данном виде анизотропии волна поляризованная плоскости  $xu$  имеет волновой вектор, не зависящий от угла, под которым распространяется волна. Это отвечает обыкновенной волне.

С другой стороны, для волны, поляризованной нормально к плоскости  $xu$ , дисперсионное соотношение имеет вид (5)

$$k^{-2} \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \varepsilon^{-1} (\mu_{xx}^{-1} \cos^2 \psi + \mu_{yy}^{-1} \sin^2 \psi) + \varepsilon^{-1} (\mu_{xy}^{-1} + \mu_{yx}^{-1}) \sin \psi \cos \psi \quad (5)$$

Соответственно, для этого типа поляризации волновой вектор зависит от угла преломления. Волна является необыкновенной. Для частного случая, когда диагональные компоненты тензора магнитной проницаемости равны, а сам тензор является симметричным, закон дисперсии будет отвечать более простому выражению (6)

$$k^2 = \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \omega^2}{\varepsilon^{-1} (\mu_{xx}^{-1} + \mu_{xy}^{-1} \sin 2\psi)} \quad (6)$$

Вид тензора магнитной проницаемости (1) и закон дисперсии типа (6) показывают возможные проявления воздействия анизотропии на оптические свойства среды. Следуя (5)

и (6) легко видеть, что анизотропия (1) описывает и среду с одной оптической осью типа “положительный” или “отрицательный” кристалл (для этого нужно, чтобы после приведения тензора к главным осям в (7) два из трех значений в диагонали совпадали). Тогда значение волнового вектора для необыкновенной волны (6) совпадает с волновым вектором обыкновенной волны (4) вдоль некоторого направления.

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} - \mu_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} + \mu_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Если после приведения к главным осям все значения в (7) будут неодинаковыми, то существуют два направления в точках пересечения окружности и сечения типа “гантель” для (6), вдоль которых фазовые скорости для волн обоих типов поляризации совпадают, то есть бинормали. Соответственно существует два направления в плоскости  $xu$ , вдоль которых фазовые скорости не одинаковы, но световые лучи распространяются коллинеарно для обоих типов поляризации, определяющие бирадиали.

**Заключение.** Подготовка студентов учреждений высшего образования в области математики по профилю векторного и тензорного анализа дает все основания включать в учебные планы по оптике разделы физического материаловедения на примере сред, характеризующихся особыми типами упорядочения как электрической, так и магнитной природы и формирующими макроскопические свойства как обособленно, так и при их сосуществовании в особом классе материалов, называемых ферроэлектриками.

#### Список использованных источников

1. Лансберг Г. С. Оптика. Учеб. пособие: Для вузов. – 6-е изд., стереот. – М. : Физматлит, 2003. – 848 с.

УДК 535.41(07)

**В. Р. Соболев, А. Н. Ярошенко, А. И. Кутеева**

**V. Sobol, A. Yaroshenko, A. Kuteeva**

*УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (Минск, Беларусь)*

## ТЕХНИКА ИЗУЧЕНИЯ НЕЦЕНТРАЛЬНОГО СТОЛКНОВЕНИЯ ШАРОВ В ШКОЛЬНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

## TECHNIQUE FOR STUDYING THE NON-CENTRAL COLLISION OF BALLS IN A SCHOOL EXPERIMENT

Конкретизируется схема постановки и реализации лабораторного эксперимента по изучению законов сохранения энергии и импульса методом упругого рассеяния металлических шаров при боковом ударе.

The scheme of setting up and implementing a laboratory experiment to study the laws of conservation of energy and momentum by the method of elastic scattering of metal balls during a side impact is specified.

**Ключевые слова:** энергия; импульс; закон сохранения; угол рассеяния; проекция; прицельный параметр.

**Keywords:** transverse wave; dielectric; magnetic permeability; tensor; wave vector; refraction.