Разнообразие коллекции ЦОР на сайте Национального центра информатизации в Республике Казахстан и её широкие возможности определяют необходимость подготовки будущих учителей математики к её использованию. Перспективным является направление исследований по разработке методики обучения будущих учителей математики к обучению учащихся в условиях цифрового образования.

Список использованных источников

1. Стандарт подготовки цифровых образовательных ресурсов для системы электронного обучения в средних общеобразовательных учреждениях (www.nci.kz) АО «Национальный центр информатизации образования» (www.nci.kz)
2. АО «Национальный центр повышения квалификации «Өрлеу»/ Режим доступа: https://orleu-edu.kz/ru/ac_event_category/ripkso/
3. Роберт И. В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты) / И. В. Роберт // 3-е изд., доп. – М. : ИИО РАО. – 2010. – 398 с.
4. Цифровые образовательные ресурсы в школе: методика использования : Обществознание : сборник учебно-методических материалов для педагогических вузов / сост. Е. В. Савелова ; Нац. фонд подготовки кадров. – Москва : Университетская книга, 2008. – 224 с.
5. Кадырбаева Р. И. Особенности обучения с использованием новых информационных технологий / Р. И. Кадырбаева // Проблемы формирования конкурентоспособной личности через развитие творческой деятельности: Материалы международной научно-практической конференции. – Шымкент-Москва, 2009. – С.174–178.

УДК 37.016:512

А. И. Филиппович, Е. П. Кузнецова
A. Filipovich, E. Kuzniatsova
УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (Минск, Беларусь)

КРИТЕРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ ФУНДАМЕНТАЛЬНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПОНЯТИЯ В БАЗОВОЙ ШКОЛЕ (на примере алгебры)

CRITERIA AND INDICATORS OF THE FUNDAMENTALITY OF MATHEMATICAL CONCEPT IN BASIC SCHOOL (using the example of algebra)

Рассмотрено понятие «фундаментальность» в сфере образования. Выделены критерии, показатели и их уровни с целью выявления минимума фундаментальных математических понятий для базовой школы, обязательного для усвоения всеми учащимися. Это обеспечит основной массе обучающихся прочную базу (фундамент) для продолжения обучения в старших классах и/или получения профессиональной подготовки.

The concept of "fundamentality" in the field of education is considered. Criteria, indicators and their levels are highlighted in order to identify the minimum of fundamental mathematical concepts for basic school, which is mandatory for all students to learn. This will provide the bulk of students with a solid base (foundation) to continue their studies in high school and/or receive professional training.

Ключевые слова: фундаментальность; фундаментальные математические понятия; абсолютная фундаментальность понятия.

Keywords: fundamentality; fundamental mathematical concepts; absolute fundamentality of the concept.

Слова «фундаментальность» и «фундаментальный» имеют в русском языке более 70 синонимов (прочность, основательность, надёжность и др.) и часто употребляются в различных контекстах во множестве устойчивых словосочетаний. Трактовки термина «фундаментальные понятия» колеблются от утверждения в статье [1], что это понятия обыденного сознания, до отнесения их к таким, на которых держится вся система общих понятий данной науки в учебном пособии [2] об археологических источниках.

А. В. Чугунов в статье [3, с. 75] определяет фундаментальное понятие школьного курса математики как «совокупность множеств словоформ[2], объединённых общим смыслом, действием и принадлежностью, проявление которых во всех их видоизменениях сопутствует изложению основных разделов учебной дисциплины».

Чтобы понять суть этого определения, целесообразно пояснить смысл ещё нескольких языковедческих терминов. С понятием словоформы связаны такие термины, как «лексема»[3] (от греческого слова lexis, что значит «слово, выражение, оборот») и «лексическое значение слова»[4]. Словоформы, различающиеся только грамматическим значением, не считаются отдельными лексемами (например, слова «уравнение – уравнения – уравнению – уравнением» представляют собой одну лексему, её смысл – «равенство с переменной», но они же составляют 4 словоформы, которые образуют парадигму[5]). В любом языке различают однозначные слова, которые имеют только одно лексическое значение (например, единица, отрезок) и многозначные слова, которые имеют по два и более значений. Например, слово «апофема» имеет два разных смысловых значения – в планиметрии и в стереометрии. Две разные лексемы могут иметь одно и то же грамматическое значение[6], но у каждой – своё лексическое значение (например, существительные «числитель» и «знаменатель»).

Математика – тоже язык, на нём по мысли Галилео Галилея «написана книга природы», а по словам Н. И. Лобачевского на этом языке «говорят все точные науки». Поэтому наша формулировка определения фундаментального понятия не связана в явном виде с языкознанием.

Фундаментальным *будем называть такое* ***понятие****, которое используется при изложении основных разделов школьного курса математики на разных этапах его изучения, при раскрытии содержания понятийного аппарата других учебных дисциплин, а также в прикладных сферах науки, производства и деятельности человека.*

Фундаментальные понятия на достаточном уровне должны быть усвоены всеми учащимися, то есть все должны иметь представления об этих понятиях, распознавать их и соответствующие им термины во всех вариантах речевых оборотов, помнить и понимать их определения. Требования к овладению фундаментальными понятиями учитель должен предъявлять более жёстко, чем к остальным понятиям, и добиваться их усвоения хотя бы на продуктивно-репродуктивном уровне, характерным воспроизведением элементов знаний и правил, которые не меняются или изменяются незначительно (в соответствии с методическими указаниями к организации контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся в учебном предмете «Математика» РБ).

Термин «фундаментальный» не является новым и используется довольно часто при характеристике содержания учебного предмета «Математика», однако чётких критериев

---

[2] Словоформа образуется путем склонения или спряжения основной словарной формы слова, то есть грамматическим видоизменением одного и того же слова – лексемы. Это значит, что словоформы имеют разное грамматическое, но одно и то же лексическое значение.

[3] Лексема – 1) в русском языке – это совокупность всех значений и грамматических форм слова; 2) в программировании – последовательность допустимых символов языка программирования, имеющая смысл для транслятора, то есть для преобразования на другой язык программирования.

[4] Лексическое значение слова – это его внутреннее содержание, то, что это слово обозначает.

[5] Парадигма – система словоформ одной лексемы.

[6] Грамматическое значение слова – это форма слова, его значение как части речи (глагол, существительное, наречие и т. д.).

и показателей для выявления фундаментальности отдельного математического понятия в научно-методической литературе мы не обнаружили.

Нами сформулированы пять критериев и их показатели для отнесения понятия к фундаментальным, а также разработаны количественные выражения уровней каждого показателя от 1-го до 3-х баллов (таблица 1). К **фундаментальным математическим понятиям** школьного курса математики мы будем относить те понятия, для которых среднее арифметическое значение уровней показателей по пяти критериям, описанным в таблице 1, окажется выше 2-х баллов (то есть выше среднего уровня).

Таблица 1 – Критерии, показатели и их уровни для отнесения математического понятия курса математики V–IX классов к фундаментальным [4]

Критерий	Показатель	Уровень показателя (в баллах)
I. *Потенциал внутрипредметных связей*: востребованность данного понятия в курсе математики V–IX классов	Использование данного понятия в текстах учебной программы и учебных пособий по математике для базовой школы РБ	Определяется в зависимости от числа тем учебного пособия (в процентах), в которых используется данное понятие: 1 – низкий (менее 10 %); 2 – средний (от 10 % до 50 %); 3 – высокий (более 50 %)
II. *Потенциал внутрисистемных связей:* востребованность данного понятия в курсе математики X–XI классов	Использование данного понятия в текстах учебной программы и учебных пособий по математике на третьей ступени обучения в РБ	Определяется в зависимости от числа тем учебного пособия (в процентах), в которых используется данное понятие: 1 – низкий: менее 10 %; 2 – средний: от 10 % до 50 %; 3 – высокий: более 50 %
III. *Потенциал межпредметных связей*: востребованность данного понятия в содержании школьных естественно-научных предметов	Использование данного понятия в текстах учебных программ и учебных пособий по биологии, географии, информатике, физике, химии (совокупность 5-ти естественно-научных предметов школьного курса)	Определяется в зависимости от числа тем в совокупности 5-ти естественно-научных предметов, использующих данное понятие: 1 – низкий (менее 3-х тем); 2 – средний (от 3-х до 10-ти тем); 3 – высокий (более 10-ти тем)
IV. *Прикладной потенциал*: востребованность понятия в различных прикладных сферах	Использование данного понятия в повседневной жизни и разных видах профессиональной деятельности	Определяется в зависимости от возможности привести примеры, связанные с прикладным потенциалом этого понятия: 1 – низкий (трудно привести пример из какой-либо прикладной сферы); 2 – средний (есть примеры хотя бы из одной прикладной сферы); 3 – высокий (легко привести примеры из нескольких прикладных сфер)
V. *Потенциал заменяемости:* возможность данным понятием заменять другие программные понятия школьного курса математики	Использование данного понятия для замены других математических понятий учебной программы	Определяется в зависимости от числа понятий, которые может заменить данное понятие: 1 – низкий (отсутствие или только одно понятие); 2 – средний (2–3 понятия); 3 – высокий (более 3-х понятий)

Заметим, что ряд понятий, таких, как понятие числа (натуральное, целое, рациональное, действительное число); понятия множества, подмножества и отношения между ними; понятия категорий сравнения (больше, меньше, равно, выше, ниже, между и т. п.); понятия четырёх арифметических операций, заложены в основу содержания обучения математике в школе и являются началом возникновения науки математики. Эти понятия обладают очевидной фундаментальностью – будем называть их *абсолютно фундаментальными*.

Проанализируем понятие «функция» на предмет его фундаментальности согласно сформулированным критериям, показателям и указанным их уровням. Будем обозначать уровень показателя каждого из пяти критериев следующим образом: x_{I}, x_{II}, x_{III}, x_{IV}, x_{V}.

Проверив использование термина «функция» в основных требованиях к результатам учебной деятельности учащихся по каждой теме алгебраического компонента учебной программы предмета «Математика» школы, определили процент таких тем в V-IX, а затем в X–XI классах: получили, соответственно, 40 % и 100 %. Таким образом, для понятия «функция» нашли следующие уровни показателей по критериям I и II: $x_{I} = 2$ и $x_{II} = 3$.

Будем полагать, что тема в естественно-научных дисциплинах содержит понятие «функция», если данный термин используется для решения заданий или при изучении теории. Например, в действующем учебном пособии по информатике IX класса в теме «Обработка информации в электронных таблицах» [5, стр. 64–117] многократно обращаются в теории и практических заданиях к использованию понятий, связанных с функцией. В курсе химии при изучении свойств веществ и их изменений в зависимости от температуры, давления, концентрации часто приходится исследовать функции от различных переменных. В курсе физики таких тем более 6-ти. Таким образом, для понятия «функция» уровень показателя по критерию III получили: $x_{III} = 3$.

Это же понятие по IV критерию прикладного потенциала получает отметку уровня показателя не ниже 2-х баллов, т.е. $x_{IV} \geq 2$ (программисты, аналитики, бухгалтеры используют функции в своей деятельности).

Понятие «Числовая последовательность» можно заменить с помощью понятия «функция, заданная на множестве натуральных чисел», то есть, по V критерию оно имеет уровень показателя, как минимум, $x_{V} = 1$.

Итак, понятие «функция», согласно выделенным пяти критериям, показателям и их уровням фундаментальности математического понятия набирает следующие отметки: $x_{I} = 2$, $x_{II} = 3$, $x_{III} = 3$, $x_{IV} \geq 2$, $x_{V} = 1$. Среднее значение для этой выборки получаем $\bar{x} \geq 2{,}2$, то есть больше 2-х баллов, значит, понятие «функция» относится к фундаментальным и учителю необходимо добиваться понимания и твердого запоминания его определения всеми учащимися.

В основных требованиях к результатам учебной деятельности учащихся по учебной программе (алгебраического компонента курса математики V–IX классов) только под рубрикой «учащиеся правильно употребляют термины и используют понятия» перечислено 155 понятий (не считая перечней под рубриками «знать» и «уметь»)! Выявление ядра фундаментальных понятий позволит объективно минимизировать этот список и за счёт прочного их усвоения обеспечить прочную базу (фундамент) для продолжения обучения и/или профессиональной подготовки основной массе обучающихся.

Список использованных источников

1. Носова, Л. И. Власть и политическое: эволюция категориального статуса / Л. И. Носова, Л. И. Лазебный // Власть. – 2016. – № 16. – С. 145–152.

2. Клейн, Л. С. Археологические источники: учебное пособие / Л. С. Клейн. – Л. : ЛГУ. – 1978. – 120 с.

3. Чугунов, А. В. Фундаментальные понятия в учебных текстах по математике / А. В. Чугунов // Казанский педагогический журнал. – 2009. – С. 73–76.

4. Токарева, Л. И. Теоретические основы формирования фундаментальных понятий и их систем в современном обучении / Л. И. Токарева // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. – 2009. – С. 25–34.

5. Информатика : учеб. пособие для 9-го кл. / Котов В. М., Лапо А. И., Быкадоров Ю. А., Войтехович Е. Н. – Минск : Народная асвета, – 2019. – 168 с.

УДК 372.851

Э. В. Шалик
E. Shalik
УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (Минск, Беларусь)

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЙ ПРОИЗВОДНОЙ И ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОЙ ФУНКЦИИ В УСЛОВИЯХ УНИФИКАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

FEATURES OF THE ORGANIZATION OF THE STUDY OF THE CONCEPTS OF DERIVATIVE AND DIFFERENTIABLE FUNCTION IN THE CONDITIONS OF UNIFICATION OF THE CONTENT OF THE ACADEMIC SUBJECT «MATHEMATICAL ANALYSIS»

Описывается методика формирования понятия производной и дифференцируемой функции у студентов, в том числе при самостоятельном изучении материала, с указанием требований к усвоению сути содержания основных вопросов по теме.

The method of formation of the concept of a derivative and differentiable function among students is described, including when studying the material independently, indicating the requirements for mastering the essence of the content of the main questions on the topic.

Ключевые слова: математический анализ, функция, производная, дифференцируемость, односторонние производные, методика изучения.

Keywords: mathematical analysis, function, derivative, differentiability, one-sided derivatives, methods of study.

С 2023 г. в БГПУ стартовал процесс подготовки специалистов по новым учебным планам для специальности «Физико-матемaтематическое образование», согласно которым содержание учебной дисциплины «Матемaтематический анализ» унифицировано для трёх предметных областей: «Математика и информатика», «Физика и информатика», «Математика и физика». С этим связано существенное уменьшение количесства часов на изучение классических разделов математичечского анализа (с 168 до 108 часов в семестр), усечение части учебного содержания (например, исключен раздел «Основные структуры математического анализа»). Переструктурирование учебного содержания необходимо для того, чтобы на начальном этапе изучения математического анализа все студенты получили базовую подготовку и могли далее использовать полученные знания в различных предметных областях, а также углублять эти знания в рамках изучения специальных дисциплин для «математиков».