

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе БГПУ

В.В.Радыгина

«20» 12 2023 г.

Регистрационный № УД 21-2-189-2023

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-02 05 01 Математика и информатика

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования специальность 1-02 05 01-2021 Математика и информатика (20.04.2022 № 85), и учебного плана специальности 1-02 05 01 Математика и информатика № 054-2021/У от 15.07.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

А.А.Францкевич, декан физико-математического факультета БГПУ, кандидат педагогических наук, доцент;

Ю.А.Быкадоров, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики учреждения образования БГПУ, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Л.Н.Воронцовская, проректор по учебно-методической работе государственного учреждения образования «Минский городской институт развития образования», кандидат педагогических наук, доцент;

Э.В.Шалик, доцент кафедры математики и методики преподавания математики БГПУ, кандидат физико-математических наук, доцент

СОГЛАСОВАНО:

Директор
ГУО «Гимназия № 50 г. Минска»



Л.К.Пахомова

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ

Кафедрой информатики и методики преподавания информатики БГПУ
(протокол № 3 от 26.10.2023 г.)

Заведующий кафедрой

С.И.Чубаров

Научно-методическим советом БГПУ
(протокол № 3 от 19.10.2023)

Оформление учебной программы и сопровождающих её материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического отдела

Е.В.Тихонова

Директор библиотеки

Н.П.Сятковская

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью учебной дисциплины «Дискретная математика» является подготовка будущего преподавателя к использованию в профессиональной деятельности понятий и методов дискретной математики и развитие у обучаемых дискретного математического мышления.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление с понятием дискретной математики и структурой ее разделов;
- ознакомление с объектами и математическими моделями разделов дискретной математики;
- формирование знаний о понятиях комбинаторики, теории разбиений, рекуррентных соотношений, булевых функций и теории графов;
- приобретение умений использования основных правил комбинаторики, распознавания различных комбинаторных конфигураций и подсчета их количества;
- приобретение умений использования формулы бинома Ньютона и формул для бинарных коэффициентов;
- приобретение умений разбиения натуральных чисел на слагаемые;
- приобретение умений решения простых рекуррентных соотношений;
- приобретение умений составления релейно-контактных схем по заданным производящим булевым функциям;
- приобретение умений вычисления характеристик графов;
- приобретение навыков использования базовых алгоритмов на графах и сетях.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста

Учебная дисциплина «Дискретная математика» изучается на 3 курсе. Учебная дисциплина входит в модуль «Прикладная математика - 1» компонента учреждения высшего образования учебного плана по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика.

Связи с другими учебными дисциплинами

Изучение учебной дисциплины «Дискретная математика» не опирается на конкретные компетенции, сформированные у обучающихся в процессе изучения ими учебных дисциплин на 1 и 2 курсах, но требует от обучаемых развитого математического мышления.

Компетенции, приобретенные обучаемыми в процессе изучения учебной дисциплины «Дискретная математика», будут использованы при изучении учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и в профессиональной деятельности.

Требования к освоению учебной дисциплины

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия комбинаторики, теории разбиений, рекуррентных соотношений, булевых функций и теории графов;

уметь:

– использовать основные правила комбинаторики и подсчитывать количество перестановок, размещений и сочетаний в комбинаторных задачах;

– использовать формулы бинома Ньютона и биномиальных коэффициентов при решении задач;

– строить разбиения натуральных чисел на слагаемые в задачах на разбиение;

– строить решения простых рекуррентных соотношений;

– строить релейно-контактные схемы по заданным производящим булевым функциям;

– находить характеристики ориентированных и неориентированных графов;

– реализовывать базовые алгоритмы на графах и сетях;

владеть:

– навыками составления матриц для построения разбиений натуральных чисел;

– методами построения решений рекуррентных соотношений;

– навыками составления матриц для нахождения характеристик графов;

– методами построения базовых алгоритмов на графах и сетях.

Требования к освоению учебной дисциплины в соответствии с образовательным стандартом и учебным планом

Согласно учебному плану специальности 1-02 05 01 Математика и информатика изучение учебной дисциплины «Дискретная математика» должно обеспечить формирование у студентов следующих специализированных компетенций.

Специалист должен

– СК-5. Применять систему знаний и навыков в области вычислительных методов, компьютерного моделирования и дискретной математики.

Общее количество часов и количество аудиторных часов

На изучение дисциплины «Дискретная математика» в соответствии учебным планом в течение двух семестров учебным планом специальности отводится всего 120 часов, из которых 56 часов составляют аудиторные занятия, включая 24 часа лекций и 32 часа практических занятий.

Форма получения высшего образования: дневная.

**Распределение аудиторного времени
по видам занятий, курсам и семестрам**

Курс, семестр	Аудиторная нагрузка			Самостоятельная работа	Форма промежуточной аттестации
	Всего	лекции	практ. занятия		
3 к, 6 сем	56	24	32	64	Экзамен

Структура содержания учебной дисциплины

Содержание учебной дисциплины «Дискретная математика» включает два раздела: «Комбинаторика и смежные темы» и «Элементы теории графов».

Раздел «Комбинаторика и смежные темы» объединяет 4 темы, которые посвящены изучению комбинаторики, основ теории разбиений натуральных чисел на слагаемые, способов решения простых рекуррентных соотношений и изучению булевых функций и их приложений к построению релейно-контактных схем.

Раздел «Элементы теории графов» объединяет 4 темы, которые посвящены изучению неориентированных графов и их характеристик, различных типов неориентированных графов, раскрасок графов, орграфов и сетей.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1. КОМБИНАТОРИКА И СМЕЖНЫЕ ТЕМЫ

Тема 1.1. Комбинаторика

Понятие о дискретной математике.

Понятие о комбинаторике. Задачи размещения и задачи выбора. Комбинаторные правила суммы и произведения.

Перестановки, размещения и сочетания. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля.

Тема 1.2. Разбиение натуральных чисел

Постановка трех задач разбиения натуральных чисел. Количество разбиений. Теорема Эйлера.

Тема 1.3. Рекуррентные соотношения

Понятие рекуррентного соотношения. Виды решений. Виды рекуррентных соотношений. Решение линейных рекуррентных соотношений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 1.4. Булевы функции

Понятие булевой функции. Связь с формулами логики высказываний. Релейно-контактные схемы. Производящие функции.

РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Тема 2.1. Неориентированные графы

История возникновения теории графов.

Основные понятия. Способы задания графов. Смежность и инцидентность элементов графа. Изоморфизм графов. Обобщения понятия графа.

Степени вершин графа. Лемма о рукопожатиях.

Матрица смежности графа и ее свойства. Матрица инцидентности графа и ее свойства.

Подграфы. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Степень связности графа.

Расстояние между вершинами. Матрица расстояний графа. Диаметр, эксцентриситет, радиус и центроид графа.

Тема 2.2. Основные типы графов

Пустые и полные графы. Цепи, циклы и колеса. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.

Эйлеровы графы. Основные понятия. Решение задачи о кенигсбергских мостах. Алгоритм Флёрри. Реберно-непересекающиеся цепи.

Графы-деревья. Остовное дерево связного графа. Цикломатическое число. Диаметр, радиус и центроид дерева. Кодирование деревьев.

Взвешенные графы. Задача нахождения кратчайшего пути на графе. Алгоритм Дейкстры. Остовные деревья взвешенного графа. Алгоритм Прима. Алгоритм Краскала.

Плоские и планарные графы. Основные понятия. Формула Эйлера для плоских графов. Критерий планарности графа.

Тема 2.3. Раскраски графов

Основные понятия. Хроматический полином графа. Раскраска плоских графов. Теорема Хивуда. История проблемы четырех красок.

Тема 2.4. Орграфы и сети

Ориентированные графы. Основные понятия. Обобщения орграфов. Полустепени исхода и полустепени захода вершин. Матрица смежности и матрица инцидентности орграфа. Маршруты и обходы в орграфах.

Сети. Основные понятия. Поток в транспортной сети. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов		Самостоятельная работа студента	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Комбинаторика и смежные темы	8	10	20			
1.1	Комбинаторика	2	4	8			
1.1.1	Понятие о дискретной математике. 1. Понятие о комбинаторике 2. Задачи размещения и задачи выбора 3. Комбинаторные правила суммы и произведения	1	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
1.1.2	Комбинаторные задачи. 1. Перестановки, размещения и сочетания 2. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты 3. Треугольник Паскаля	1	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
1.2	Разбиение натуральных чисел	2	2	4			
1.2.1	Разбиение натуральных чисел. 1. Постановка трех задач разбиения натуральных чисел 2. Количество разбиений 3. Теорема Эйлера	2	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	10	Проверка домашнего задания
1.3	Рекуррентные соотношения	2	2	4			
1.3.1	Рекуррентные соотношения. 1. Понятие рекуррентного соотношения. Виды решений	2	2	4	1. Презентация 2. Проектор	8, 9	Проверка

1	2	3	4	5	6	7	8
	2. Виды рекуррентных соотношений 3. Решение линейных рекуррентных соотношений второго порядка с постоянными коэффициентами				3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии		домашнего задания
1.4	Булевы функции	2	2	4			
1.4.1	Булевы функции 1. Понятие булевой функции 2. Связь с формулами логики высказываний 3. Релейно-контактные схемы 4. Производящие функции	2	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2	Элементы теории графов	16	22	44			
2.1	Неориентированные графы	4	8	18			
2.1.1	Граф и его обобщения 1. История возникновения теории графов 2. Основные понятия 3. Смежность и инцидентность элементов графа 4. Изоморфизм графов 5. Обобщения понятия графа	2	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.1.2	Степени вершин графа. 1. Лемма о рукопожатиях 2. Матрица смежности графа и ее свойства 3. Матрица инцидентности графа и ее свойства	2	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.1.3	Подграфы и маршруты. 1. Подграфы 2. Маршруты, цепи, циклы 3. Связность. Степень связности графа		1	3	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.1.4	Расстояние между вершинами. 1. Матрица расстояний графа 2. Диаметр, эксцентриситет графа 3. Радиус и центроид графа		1	3	Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания

1	2	3	4	5	6	7	8
2.2.5	Комбинаторика и смежные темы. Неориентированные графы		2	4	Варианты задания на контрольную работу	1–4	Письменный опрос. Рейтинговая контрольная работа № 1
2.2	Основные типы графов	6	8	14			
2.2.1	Основные типы графов. 1. Пустые и полные графы 2. Цепи, циклы и колеса 3. Двудольные графы 4. Критерий двудольности графа		1	2	Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.2.2	Эйлеровы графы 1. Основные понятия 2. Решение задачи о кенигсбергских мостах 3. Алгоритм Флёрри 4. Реберно-непересекающиеся цепи	2	1	2	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.2.3	Графы-деревья. 1. Диаметр, радиус и центроид дерева 2. Кодирование деревьев 3. Остовное дерево связного графа 4. Цикломатическое число	1	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.2.4	Взвешенные графы. 1. Задача нахождения кратчайшего пути на графе. 2. Алгоритм Дейкстры 3. Остовные деревья взвешенного графа 4. Алгоритм Прима. Алгоритм Краскала	1	2	2	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.2.5	Плоские и планарные графы 1. Основные понятия 2. Формула Эйлера для плоских графов 3. Критерий планарности графа	2	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания

1	2	3	4	5	6	7	8
2.3	Раскраски графов	2	4	8			
1.3.1	Раскраски графов. 1. Основные понятия 2. Хроматический полином графа 3. Раскраска плоских графов. Теорема Хивуда 4. История проблемы четырех красок	2	2	4	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
1.3.2	Основные типы графов. Раскраски графов.		2	4	Варианты задания на контрольную работу		Письменный опрос. Рейтинговая контрольная работа № 2
2.4	Орграфы и сети	4	2	4			
2.4.1	Ориентированные графы. 1. Основные понятия. Обобщения орграфов 2. Полустепени исхода и полустепени захода вершин 3. Матрица смежности и матрица инцидентности орграфа 4. Маршруты и обходы в орграфах	2	1	2	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
2.4.2	Сети. Потоки в сетях. 1. Основные понятия 2. Поток в транспортной сети 3. Теорема Форда-Фалкерсона 4. Алгоритм Форда-Фалкерсона	2	1	2	1. Презентация 2. Проектор 3. Компьютер 4. Набор задач для решения на занятии	1–4	Проверка домашнего задания
	Итого (ч)	24	32	64			Экзамен

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**ЛИТЕРАТУРА****Основная литература:**

1. Ганичева, А. В. Дискретная математика / А. В. Ганичева, А. В. Ганичев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 160 с.
2. Гашков, С. Б. Дискретная математика / С. Б. Гашков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 456 с.
3. Мальцев, И. А. Дискретная математика / И. А. Мальцев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 292 с.
4. Папшев, С. В. Дискретная математика. Курс лекций для студентов естественнонаучных направлений подготовки : учебное пособие / С. В. Папшев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 192 с.
5. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 592 с.
6. Учебник по дискретной математике [Электронный ресурс] / CoderLessons.com. — Режим доступа: <https://coderlessons.com/tutorials/akademicheskii/diskretnaia-matematika/uchebnik-po-diskretnoi-matematike>. — Дата доступа: 30.10.2023.

Дополнительная литература:

7. Шевелев, Ю.П. Прикладные вопросы дискретной математики : учебное пособие / Ю.П.Шевелев. - С.-Петербург: Лань, 2018. - 356 с.
8. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам [Электронный ресурс] // Математический форум Math Help Planet. — Режим доступа: <https://mathhelpplanet.com/static.php?p=primeneniye-bulevykh-funktsiy-k-skhemam>. — Дата доступа: 30.10.2023.
9. Решение задач с РКС (релейно-контактным схемам) [Электронный ресурс] // РЕШАТЕЛЬ. — Режим доступа: <https://reshatel.org/reshenie-zadach/rks>. — Дата доступа: 30.10.2023.
10. Вайнштейн, Ф. В. Разбиение чисел [Электронный ресурс] / Ф. В. Вайнштейн. // Статьи из "Кванта". Официальный сайт журнала "Квант". — Режим доступа: <http://www.ega-math.narod.ru/Quant>. — Дата доступа: 30.10.2023.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Содержание и формы самостоятельной работы студентов разрабатываются в соответствии с целями и задачами подготовки специалиста.

По учебной дисциплине предусмотрены домашние задания, которые подлежат проверке преподавателем на каждом практическом занятии.

Для управления самостоятельной работой рекомендуется использовать:

- электронные средства обучения (мультимедийные презентации, электронные пособия);
- ресурсный центр Moodle;
- тестирующие программы.

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы студентов:

- подготовку к практическим занятиям;
- написание рефератов на основе литературных источников и цифровых образовательных ресурсов;
- выполнение учебно-исследовательской работы.

Текущий контроль осуществляется в ходе проверки преподавателем домашних заданий и отчетов по рейтинговым контрольным работам.

Особое внимание необходимо обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Эта работа должна проводиться с учётом индивидуальных особенностей каждого студента с помощью системы индивидуальных заданий, которые студент может выполнять на основе образцов, представленных в заданиях на практические занятия.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№ п.п.	Название раздела, темы	Кол-во часов на СРС	Задание	Форма выполнения
1	2	3	4	5
1	Комбинаторика и смежные темы	20		
1.1	Комбинаторика	8	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий	Устный опрос и представление выполненных домашних заданий
1.2	Разбиение натуральных чисел	4	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий	Устный опрос и представление выполненных домашних заданий
1.3	Рекуррентные соотношения	4	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий	Устный опрос и представление выполненных домашних заданий
1.4	Булевы функции	4	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий	Устный опрос и представление выполненных домашних заданий
2	Элементы теории графов	44		
2.1	Неориентированные графы	18	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий. Подготовка к рейтинговой контрольной работе № 1	Устный опрос, представление выполненных домашних заданий, выполнение контрольной работы
2.2	Основные типы графов	14	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий	Устный опрос и представление выполненных домашних заданий

1	2	3	4	5
2.3	Раскраски графов	8	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий. Подготовка к рейтинговой контрольной работе № 2	Устный опрос, представление выполненных домашних заданий, выполнение контрольной работы
2.4	Орграфы и сети	4	Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий	Устный опрос и представление выполненных домашних заданий
Итого:		64		

ПЕРЕЧЕНЬ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Основным средством диагностики усвоения знаний, умений и овладения необходимыми навыками по учебной дисциплине являются:

– *фронтальный (устный) опрос* на лекционных занятиях, направлен систематизацию знаний студентов, определение уровня готовности аудитории к восприятию нового материала, а также на формирование у преподавателя представление об усвоении студентами основополагающих понятий и фактов изучаемой учебной дисциплины;

– *проверка заданий* разнообразного типа (рецептивные, репродуктивные, продуктивные, творческие), выполняемых в рамках часов, отводимых на практические занятия, представляет собой диагностику систематичности подготовки студентов к занятиям, уровень усвоения ими практико-ориентированного содержания программного материала учебной дисциплины;

– *проверка домашних заданий* оценивает уровень усвоения ими практико-ориентированного содержания программного материала учебной дисциплины по теме практического занятия;

– *групповые и индивидуальные консультации студентов* предназначены для диагностики уровня овладения определенными знаниями, умениями и навыками, как теоретического материала, так и практического; устранения типичных ошибок и пробелов в знаниях обучающихся;

– *самостоятельные работы* используются для определения индивидуальных особенностей, темпа продвижения студентов и усвоения ими необходимых знаний;

– *компьютерное тестирование* позволяет относительно быстро провести диагностику усвоения студентами учебного материала как по отдельным темам и разделам учебной дисциплины, так и по учебной дисциплине в целом;

– *рейтинговая контрольная работа* используется для осуществления промежуточной диагностики усвоения учащимися содержания учебной дисциплины и, как правило содержит материалы из различных тем, направленные для определения имеющегося уровня знаний, умений и навыков студентов;

– *экзамен* используется для осуществления итоговой диагностики усвоения студентами содержания учебной дисциплины в соответствии с критериями оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

1. Понятие о дискретной математике. Объекты, структуры и разделы дискретной математики.
2. Понятие о комбинаторике. Задачи размещения.
3. Понятие о комбинаторике. Задачи выбора. Способы выбора в комбинаторике.
4. Понятие о комбинаторике. Комбинаторное правило суммы. Комбинаторное правило произведения.
5. Перестановки без повторений и с повторениями. Примеры.
6. Размещения без повторений и с повторениями. Примеры.
7. Число элементов объединения и разности конечных множеств. Сочетания. Примеры.
8. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
9. Формула бинома Ньютона. Треугольник Паскаля.
10. Разбиение натуральных чисел на натуральные слагаемые, виды задач. Разбиение числа на произвольные слагаемые, когда порядок слагаемых имеет значение.
11. Разбиение числа на произвольные слагаемые, когда порядок слагаемых не имеет значения, и на различные слагаемые. Теорема Эйлера о количестве разбиений.
12. Рекуррентные соотношения. Порядок рекуррентного соотношения. Численное, частное и общее решение.
13. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Решение рекуррентных соотношений второго порядка. Характеристическое уравнение.
14. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям
15. Булевы функции и их применение к построению релейно-контактных схем.
16. История возникновения теории графов. Понятия графа, его вершины, ребра, элементов графа, порядка и размера графа. Аналитический и геометрический способы задания графа.
17. Смежность и инцидентность элементов графа. Изоморфизм графов. Мультиграф, псевдограф.
18. Понятие о степени вершины графа. Лемма о рукопожатиях.
19. Матрица смежности графа и ее свойства.
20. Матрица инцидентности графа и ее свойства.
21. Подграфы. Остовные и правильные подграфы. Собственные и несобственные подграфы.
22. Маршруты, цепи и циклы в графе. Связность. Расстояние между вершинами. Диаметр, эксцентриситет и центры связного графа.
23. Пустые и полные графы. Цепи, циклы и колеса. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.

24. Взвешенные графы. Длина маршрута. Задача нахождения кратчайшего пути на графе. Алгоритм Дейкстры.
25. Деревья и лес. Теорема об эквивалентных определениях дерева.
26. Остовное дерево. Цикломатическое число. Задача отыскания остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима.
27. Остовное дерево. Цикломатическое число. Задача отыскания остовного дерева минимального веса. Алгоритм Краскала.
28. Эйлеровы графы. Необходимое и достаточное условие эйлеровости. Следствие.
29. Эйлеровы графы. Решение задачи о кенигсбергских мостах. Алгоритм Флёрри.
30. Разбиение графа на реберно-непересекающиеся цепи. Теорема о минимальном числе реберно-непересекающихся цепей в разбиении графа.
31. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера для плоских графов.
32. Плоские и планарные графы. Следствие 1 из формулы Эйлера.
33. Плоские и планарные графы. Следствие 2 из формулы Эйлера.
34. Плоские и планарные графы. Следствие 3 из формулы Эйлера.
35. Плоские и планарные графы. Гомеоморфизм графов. Критерий планарности графа.
36. Понятие вершинной k -раскраски графа. Правильные раскраски. Хроматическое число. Задачи, сводящиеся к правильной раскраске графов.
37. Простейшие случаи раскраски графов. Бихроматические графы. Алгоритм последовательной раскраски.
38. Оценки хроматического числа графа.
39. Хроматическая функция и ее свойства. Хроматический полином. Метод нахождения хроматического полинома.
40. Раскраска географических карт. Гипотеза четырех красок. Раскраска карт и раскраска плоских графов. Раскраска плоских графов двумя цветами.
41. Раскраска плоских графов пятью цветами.
42. Ориентированные графы. Порядок орграфа, Смежность и инцидентность элементов орграфа. Мультиграфы. Основание орграфа.
43. Ориентированные графы. Полустепени исхода и полустепени захода. Исток и сток. Аналог леммы о рукопожатиях.
44. Матрица смежности орграфа.

ПРИМЕРЫ КОМПЕТЕНТНОСТО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАНИЙ К ЭКЗАМЕНУ

1. Найти коэффициент при x^3y^4 в разложении $(2x+y)^7$.
2. Сколько различных последовательностей букв можно составить, переставляя буквы слова «простор»?
3. Сколько различных чисел можно образовать, переставляя цифры 1, 3, 4, 9?
4. Сколько существует 6-разрядных двоичных кодов, содержащих две единицы каждый?
5. Сумма степеней всех вершин некоторого графа равна 10. К этому графу добавили два ребра (число вершин не меняли). Чему равна сумма степеней всех вершин нового графа? Сколько в нем ребер?
6. Четыре ученика выбирают по одной книге из 8 предложенных. Все книги разные. Сколькими способами может быть осуществлен выбор?
7. Сколько положительных чисел, меньших 301, делятся на 2, 3 или 5?
8. Найти общее решение однородного рекуррентного соотношения:

$$f(n+2) = f(n+1) + 6f(n)$$
9. Построить матрицу смежности для заданного на рисунке графа.
10. Найти диаметр, эксцентриситеты и центроид заданного на рисунке графа.
11. Построить матрицу инцидентности для заданного на рисунке графа.
12. Построить матрицу инцидентности для заданного на рисунке орграфа.
13. Построить матрицу смежности для заданного на рисунке орграфа.
14. Сколько различных собственных правильных подграфов имеет граф, заданный на рисунке.
15. Построить эйлеров цикл или эйлерову цепь в заданном на рисунке графе.
16. Построить минимальное остовное дерево заданного графа алгоритмом Краскала.
17. Построить минимальное остовное дерево заданного графа алгоритмом Прима.
18. Найти кратчайшие пути из вершины 1 в остальные вершины заданного графа алгоритмом Дейкстры.
19. Построить хроматический полином и найти хроматическое число заданного графа.
20. Найти максимальный поток в заданной транспортной сети.
21. Найти диаметр, эксцентриситеты и центроид заданного графа-дерева.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра информатики и методики преподавания информатики	Согласованно использовать обозначения и формулы комбинаторики	Протокол № 3 от 26.10.2023 г.