3. Колягин Ю.М. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. –Просвещение, 2012, №18 – С. 125 – 319.

4. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. –Просвещение, 2018, №18 – С. 119 – 304.

5. Мордкович А. Г. Беседы с учителями математики: Учеб.-метод. пособие / А. Г. Мордкович. – ОНИКС 21 век, Мир и Образование, 2005, №2 – С. 169 – 336.

УДК 372.851

# ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В 5 КЛАССЕ

**А. Ю. Гришаева**
ФГБОУ ВО «Омский государственный педагогический университет»
Омск (Российская Федерация)
Науч. рук. – С. Н. Скарбич, к.пед.н, доцент

# APPLICATION OF GRAPH THEORY IN SOLVING PROBLEMS IN THE 5TH GRADE

Grishaeva A. U.
Omsk State Pedagogical University
Omsk (Russian Federation)
Scientific adviser – S. N. Skarbich, PhD, Associate professor

В данной статье рассматриваются понятия теории графов, необходимые для использования графов при решении некоторых математических задач в 5 классе. Приводятся примеры решения задач на движение и стоимость с использованием графов. Отмечается важность применения графов как одного из средств наглядности при решении текстовых задач по математике.

This article discusses the concepts of graph theory necessary for the use of graphs in solving some mathematical problems in the 5th grade. Examples of solving motion and cost problems using graphs are given. The importance of using graphs as one of the means of clarity in solving text problems in mathematics is noted.

Ключевые слова: текстовые задачи на движение; теория графов; вершина графа; ребро графа

Keywords: text problems on motion; graph theory; graph vertex; graph edge

Говоря о реализации образовательного процесса в 5 классе, стоит отметить, что с точки зрения психологии в этом возрасте для развития познавательного интереса у детей на уроках математики рекомендуется использовать разного рода наглядности, в частности, при решении текстовых задач. Одним из таких типов наглядности являются графы, которые на уроках математики используются реже, чем на уроках информатики. В данной статье мы рассмотрим применение графов при решении математических задач в 5 классе и отметим значимость их использования. Но прежде рассмотрим понятия, необходимые для использования графов на уроках математики в классе.

«Графом называется конечное множество точек, некоторые из которых соединены линиями (каждая линия соединяет ровно две вершины). Точки называются вершинами графа, а соединяющие линии – рёбрами» [1, с. 6].

Примерами графов из реальной жизни могут являться: карты дорог, схема метрополитена, схема водопровода, схема электросетей и т.д.

В теории графов рассматривается такое понятие как степень вершины, показывающая «количество рёбер, исходящих из этой вершины» [1, с. 6]. Степень вершины может быть чётной (когда из вершины исходит чётное количество рёбер) и нечётной (когда из вершины исходит нечётное количество рёбер). Граф называется связным, «если для любых двух вершин в нем имеется путь, соединяющий эти вершины» [2, с. 60]. Если граф не связный, то он «распадается на связные части, называемые компонентами связности» [2, с. 60].

Чтобы изобразить граф, необходимо придумать условное обозначение для вершин графа (использовать числа или буквы), затем расположить вершины на плоскости таким образом, чтобы при соединении вершин рёбра по возможности не пересекались, – это даёт большую наглядность изображения. Рассмотрев краткую теорию графов, которую способны усвоить пятиклассники, перейдём к рассмотрению примеров задач, в решении которых рекомендуется использование графов для большей наглядности.

*Задача 1.* В области находится 7 деревень: Бородинская, Ильинка, Путьевая, Рябиновка, Сосновка, Малиновка, и Яблоневка. Некоторые из деревень соединены дорогами, протяженность которых составляет: между деревнями Ильинка и Яблоневка – 15 км, Яблоневка и Рябиновка – 7 км, Сосновка и Бородинская – 10 км, Путьевая и Малиновка – 8 км, Ильинка и Рябиновка – 5 км, Путьевая и Бородинская – 9 км, Сосновка и Малиновка – 3 км, Путьевая и Малиновка – 16 км. Через какое время велотурист прибудет из деревни Яблоневка в деревню Сосновка по самому короткому маршруту, если будет двигаться со скоростью 15 км/ч?

*Анализ.* В первую очередь введём краткие обозначения: Б – Бородинская, И – Ильинка, П – Путьевая, С – Сосновка, М – Малиновка, Я – Яблоневка. Далее составим краткую запись:

Таблица 1. – Краткая запись к Задаче 1

| | V, км/ч | t, ч | S, км |
|---|---|---|---|
| Велотурист | 15 | ? | ? |

Переходя к решению задачи, стоит напомнить учащимся, что представление описанного в задаче условия в наглядном виде позволит облегчить проведение анализа. В конкретной задаче представим дороги, связывающие деревни с помощью графа, изображённого на рисунке 1. Анализируя с учащимися полученный граф, мы видим, что сформированный в задаче вопрос был с подвохом, и, так как граф является несвязным и состоящим из двух компонент связности, ни один из возможных путей не приведёт велотуриста из деревни Яблоневка в деревню Сосновка. Далее можно провести обсуждение с учащимися, по каким причинам в реальной жизни может произойти такая ситуация, в ходе которого ребята приведут различные ситуации, например, «дорога перекрыта из-за ремонта» или «дорога не была построена и добраться можно только через город» и др.

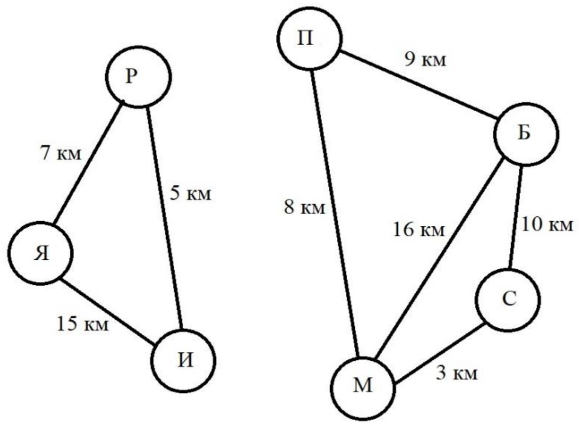


*Рис. 1 – Граф к задаче 1*

Таким образом учащиеся учатся рассуждать, представлять большой объём информации в наглядном виде, понимают, что не любая задача имеет решение, развивают воображение.

Добавив в содержание задачи, представленной под номером 1, условие наличия пути, например, между деревнями Ильинка и Путьевая, рассмотрим задачу под номером 2, в которой ответ уже будет однозначно получен.

*Задача 2.* В области находится 7 деревень: Бородинская, Ильинка, Путьевая, Рябиновка, Сосновка, Малиновка, и Яблоневка. Некоторые из деревень соединены дорогами, протяженность которых составляет: между деревнями Ильинка и Яблоневка – 15 км, Яблоневка и Рябиновка – 7 км, Сосновка и Бородинская – 10 км, Путьевая и Малиновка – 8 км, Ильинка и Рябиновка – 5 км, Путьевая и Бородинская – 9 км, Сосновка и Малиновка – 3 км, Путьевая и Малиновка – 16 км, Ильинка – Путьевая – 12 км. Через какое время велотурист прибудет из деревни Яблоневка в деревню Сосновка по самому короткому маршруту, если будет двигаться со скоростью 15 км/ч?

*Анализ.* Обозначения и краткая запись остаются такими же, как и в первой задаче, однако в граф уже вносятся некоторые изменения, представленные на рисунке 2. Так как перед нами представлен связный граф, то для решения данной задачи учащимся сперва необходимо найти наиболее оптимальный маршрут. Для чего проводим анализ. Так как данный граф можно разделить на две части, связанных ребром ИП, мы можем сделать вывод, что маршрут однозначно будет проходить через данное ребро. Следовательно, сперва необходимо найти кратчайший маршрут от вершины Я до вершины И. Существует два пути – Я-И, протяжённость которого равна 15 км, и Я-Р-И длиной 12 км. Так как 12 < 15, мы идём по маршруту Я-Р-И-П. Далее находим кратчайший путь между Путьевой и Сосновкой. Двигаясь из вершины П, замечаем, что наименьший вес имеет ребро ПМ (8 км). Проводя аналогичные рассуждения получаем, что кратчайшим из деревни Малиновка в Сосновку является путь М-С (3 км). Таким образом мы получили кратчайший маршрут: Я-Р-И-П-М-С.

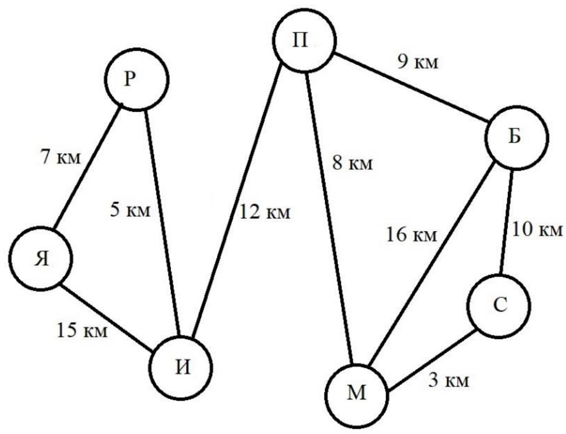


*Рис. 2 – Граф к задаче 2*

Далее находим протяжённость данного маршрута: 7 + 5 + 12 + 8 + 3 = 35 (км) – составляет весь путь. Вспомним с учащимися формулу для нахождения времени при известных скорости и расстоянии ($t = S : V$), находим, за какое время велотурист преодолеет 35 км со скоростью 15 км/ч, и получаем: $2\frac{1}{3}$ часа или 2 часа 20 минут.

Решая данную задачу, учащиеся учатся рассуждать, представлять большой объём информации в наглядном виде. Также они учатся находить наиболее оптимальный маршрут, вспоминают, как использовать формулы, связывающие скорость, время и расстояние при решении текстовых задач на движение.

В конце рассмотрим пример задачи, относящейся к типу задач «на покупки».

*Задача 3.* Таня решила испечь торт маме на день рождения, но не может решить, какой выбрать: медовик, с шоколадным или классическим бисквитом. Также для торта необходимо выбрать сметанный или масляный крем.

Рассчитайте стоимость каждого торта и выберите наиболее дешёвый из них, если для полуфабрикатов понадобятся следующие ингредиенты:

- *Шоколадный бисквит (ШБ):* мука – 250 г., какао-порошок – 55 г., яйца – 2 шт., сахар – 150 г., сливочное масло – 100 г., тёмный шоколад (70%) – 80 г., разрыхлитель теста – 10 г., ванильный сахар – 10 г.;
- *Классический бисквит (КБ):* яйца – 2 шт., сахар – 150 г., мука – 250 г., ванильный сахар – 10 г., разрыхлитель теста – 10 г., сливочное масло – 100 г.;
- *Медовые коржи (МК):* яйца – 3 шт., сахар – 150 г., мёд – 120 г., сливочное масло – 100 г., разрыхлитель теста – 10 г., мука – 250 г.;
- *Сметанный крем (СК):* сметана – 500 г., сахар – 100 г., сливочное масло – 100г.;
- *Масляный крем (МК):* сливочное масло – 400 г., сахар – 100 г., молоко – 0,25 л.

Цена ингредиентов составляет: мука (Му) – 50 р/кг, яйца(Я) – 70 р/дес, сахар (Са) – 70 р/кг, сливочное масло (СМ) – 600 р/кг, разрыхлитель теста (РТ) – 8 р/уп (10 г.), ванильный сахар (ВС) – 10 р/уп (10 г.), какао-порошок (К) – 900 р/кг, тёмный шоколад (70%) (ТШ) – 700 р/кг, сметана(С) – 400 р/кг, молоко (Мо)– 50 р/л, мёд (М) – 500 р/кг.

*Анализ.* Для решения данной задачи воспользуемся краткими обозначениями, данными в скобках при указании цены ингредиентов, и построим граф, представленные на рисунке 3, который показывает, что есть три основных вида тортов: классический торт (КТ), шоколадный торт (ШТ) и медовый торт (МТ), - каждый торт собирается из одного из видов коржей (КБ, ШБ, МК) и крема (СК или МК), для изготовления которых понадобятся указанные ингридиенты.

Так как в условии указано использование одинакового количества муки, яиц, сахара, сливочного масла, разрыхлителя теста и ванильного сахара, входящих в коржи каждого торта, то не имеет смысла указывать количество ингредиентов, используемых для коржей, и, смотря на граф, мы можем сразу отметить то, что изготовление торта на основе классического бисквита будет наиболее дешёвым. Остаётся выбрать крем, для чего рекомендуется указать на вершинах вес используемых ингредиентов, и, выполнив необходимые вычисления, получим, что стоимость сметанного крема (267 р.) больше, чем стоимость масляного крема (259,5 р.), следовательно, воспользуемся масляным кремом. Чтобы узнать стоимость торта, к стоимости крема (259,5 р.), прибавим стоимость бисквита (115 р.) и получим 374,5 р.

*Ответ:* наиболее дешёвым в приготовлении является торт на основе классического бисквита с масляным кремом, и его стоимость составляет 374,5 р.

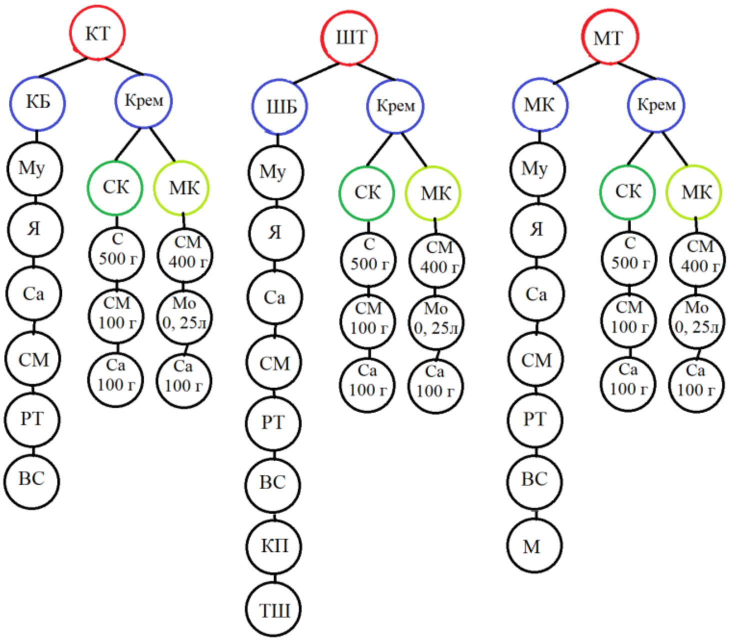


*Рис. 3 – Граф к задаче 3*

Таким образом, мы рассмотрели использование графов при решении текстовых задач и убедились, что применение графа в рассмотренных задачах упрощает анализ и решение задач посредством представления данных условий в наглядном виде, который упрощает восприятие информации. Вспоминая о том, что наглядность при решении задач в 5 классе является одним из важнейших принципов, стоит заметить, что графы могут быть полезным инструментом при решении некоторых математических задач.

**Библиографические ссылки**

1. Гурович В. М. Графы / В.М. Гурович, Ховрина В. В. – М.: МЦНМО, 2008. – 32с.
2. Алексеев В.Е. Дискретная математика: Учебное пособие / В.Е. Алексеев. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. –139 с.