организации самостоятельной деятельности учащихся, направленной на повторение ранее изученного материала, для получения своевременной обратной связи, и, следовательно способствует достижению образовательных результатов обучения математике, что соответствует требованиям ФГОС ООО.

Библиографические ссылки

1. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. – М. : Питер, 2009. – 713 с.
2. Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике. – М. : Просвещение, 1991. – 80 с.
3. Алгебра. Сборник примерных рабочих программ. 7-9 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / Т. А. Бурмистрова. – М.: Просвещение, 2021. – 96 с.
4. Алгебра. 7-9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Макарычев и др.; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2021. – 240 с.
5. Дидактические материалы по алгебре для 8 класса / В.И. Жохов, Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк. – М.: Просвещение, 2020. – 128 с.

УДК 372.851

ФОРМИРОВАНИЕ МЕТОДА РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ 7 КЛАССА

И. А. Галушкина
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет»
Москва (Российская Федерация)
Науч. рук. –Н. И. Фирстова, к.пед.н., доцент

FORMATION OF THE METHOD OF DECOMPOSITION INTO MULTIPLIERS IN THE COURSE OF ALGEBRA 7 CLASS.

I. A. Galushkina
FGBOU VO "Moscow Pedagogical State University"
Moscow (Russian Federation)
Scientific adviser – N. I. Firstova, PhD Associate professor

В данной статье рассматривается формирование метода разложения на множители тремя способами.

This article discusses the formation of the factorization method in three ways.

Ключевые слова: метод разложения на множители, вынесение общего множителя за скобки, способ группировки, формулы сокращенного умножения, многочлен

Key words: factoring method, taking the common factor out of brackets, grouping method, abbreviated multiplication formulas, polynomial

Реализация разнообразных взаимосвязей между отдельными элементами и их группами, объективно заложенных в содержании, приводит к возникновению более сложных компонентов содержания. Так, объединение отдельных операций образует *новые действия*. Объединение отдельных действий, часто повторяющихся в сходных ситуациях, приводит к некоторой процедуре, применяющейся при решении определенного круга задач, то есть к возникновению *метода*. Формирование метода включает в себя: уточнение цели метода, установление системы знаний, составляющих объективную сторону метода, указание определенной последовательности действий, средств осуществления деятельности, реализация которых приведет к достижению цели.

Тема «Разложение на множители» занимает одно из главных мест в школьном курсе математики. Значимость разложения на множители отмечается такими методистами как Е. И. Лященко и Ю. М. Колягиным, которые выделяют одноименный метод. Метод разложения многочлена на множители является ключевым способом решения многих задач.

Формирование данного метода играет важную роль, так как с помощью данного метода в школьном курсе можно решать уравнения, неравенства, упрощать выражения и даже строить графики функций. При помощи этого метода решаются некоторые задания, входящие в ОГЭ.

Основная цель для учащихся в курсе алгебры 7 класса – выработать умение выполнять разложение многочлена на множители с помощью компонентов метода (деятельностная сторона метода) разложения на множители: вынесения общего множителя, группировки, формул сокращенного умножения.

В 7 классе введение данного метода мотивируется удобством нахождения значения многочлена с помощью распределительного свойства умножения.

Например, для нахождения значения многочлена $ab + bc$ при $a = 5{,}2,\ b = 19{,}7$ и $c = 4{,}8$, удобно, воспользовавшись распределительным свойством умножения, представить данный многочлен в виде $b(a + c)$. Теперь легко найти значение многочлена $ab + bc$ при указанных значениях переменных a, b и c: $ab + bc = b(a + c)$. [4, с. 119]

Если коэффициенты многочлена – целые числа, то за скобки выносят наибольший общий делитель модулей этих коэффициентов. Например, в многочлене $8a^2b^2 - 12ab^3$ общим числовым множителем является 4, значит разложить многочлен на множители можем так: $8a^2b^2 - 12ab^3 = 4ab^2(2a - 3b)$.

Мы разложили многочлены на множители, представив их в виде произведения одночлена и многочлена. Такой способ разложения многочлена на множители называют *вынесением общего множителя за скобки*.

Таким образом, чтобы разложить многочлен на множители, нужно:

1) найти общий множитель;
2) вынести общий множитель за скобки.

На данном этапе также необходимо формировать навык самоконтроля и обучать учащихся проверять правильность разложения многочлена на множители. Для этого необходимо умножить полученные множители, использовав распределительный закон умножения.

Данный способ также применяют, когда общим множителем является многочлен. Например:

$$x(2y+5)-y(2y+5)=(2y+5)(x-y).$$

В том случае, когда множителями являются противоположные выражения, сначала меняют знаки у одного из этих выражений в произведении на противоположные, а затем выносят общий множитель за скобки. Например:

$$2x(a-b)+y(b-a)=2x(a-b)-y(a-b)=(a-b)(2x-y).$$

Некоторые многочлены не удается разложить на множители вынесением общего множителя за скобки, так как нет общего множителя для всех слагаемых. Например, многочлен $ax+bx+ay+by$ разложить на множители предыдущим способом не сможем. Данный факт послужит мотивацией изучения следующего способа: *способа группировки*.

Если члены данного многочлена объединить в группы так, чтобы слагаемые каждой группы имели общий множитель: $ax+bx+ay+by=(ax+bx)+(ay+by)=x(a+b)+y(a+b)$, то получим выражение, в котором оба слагаемых имеют общий множитель. Таким образом, $ax+bx+ay+by=(ax+bx)+(ay+by)=x(a+b)+y(a+b)=(a+b)(x+y)$.

Иногда группировку членов многочлена можно проводить различными способами. Например, выполним разложение многочлена $2am+2an-3bm-3bn$ на множители.

1 способ. $2am+2an-3bm-3bn=(2am+2an)-(3bm+3bn)=2a(m+n)-3b(m+n)=(m+n)(2a-3b)$.

2 способ. $2am+2an-3bm-3bn=(2am-3bm)+(2an-3bn)=m(2a-3b)+n(2a-3b)=(2a-3b)(m+n)$. [3, с. 125]

Способ группировки в 7 классе применяется для разложения на множители квадратных трехчленов: а именно, представление одного из слагаемых в виде некоторой суммы, или, в частности, прибавление или вычитание одного и того же выражения с целью последующей перегруппировки слагаемых. [5, с. 169]

Чтобы разложить на множители квадратный трехчлен x^2+6x+8 , нужно представить слагаемое $6x$ в виде суммы $2x+4x$, а далее воспользоваться способом группировки. Получим $x^2+6x+8=x^2+2x+4x+8=(x^2+2x)+(4x+8)=x(x+2)+4(x+2)=(x+2)(x+4)$.

Данный многочлен x^2+6x+8 можно разложить на множители еще одним способом. Представим слагаемое 8 в виде разности (12 – 4) и сгруппируем слагаемые, применив после этого формулу разности квадратов и вынесение общего множителя за скобки, получим разложение многочлена на множители.
$x^2+6x+8=x^2+6x+12-4=(x^2-4)+(6x+12)=(x-2)(x+2)+$
$+6(x+2)=(x+2)(x-2+6)=(x+2)(x+4)$.

Поэтому еще один из способов разложения многочлена на множители – применение *формул сокращенного умножения*.

С помощью формул квадрата суммы и квадрата разности можно раскладывать на множители квадратные трехчлены.

$$9x^6+\frac{3}{2}x^3+\frac{1}{16}=(3x^3)^2+2\cdot 3x^3\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2=(3x^3+\frac{1}{4})^2$$

Разложить двучлен на множители можно, использовав формулы разности квадратов, суммы и разности кубов. Для этого нужно представить каждое слагаемое в виде степени, то есть выделить основание. Поэтому учащиеся должны уметь правильно читать формулы: разность квадратов равна произведению суммы и разности оснований.

$$121y^2-81x^2=(11y)^2-(9x)^2=(11y-9x)(11y+9x)$$

Также и для суммы кубов: сумма кубов равна произведению суммы оснований на неполный квадрат разности этих оснований.

$$\frac{n^3}{216}+27m^9=\left(\frac{n}{6}\right)^3+(3m^3)^3=\left(\frac{n}{6}+3m^3\right)\left(\frac{n^2}{36}-\frac{nm^3}{2}+9m^6\right)$$

В математике при решении многих задач часто приходится использовать несколько приемов, применяя их в разной последовательности. Возникает вопрос: какие способы разложения на множители использовать и в какой последовательности их применять? Универсальный ответ на этот вопрос дать нельзя, однако существует несколько общих рекомендаций:

1) вынести за скобку общий множитель (если он есть);
2) проверить, можно ли применить формулы сокращенного умножения;
3) применить способ группировки, если предыдущие не привели к цели.

В следующем примере, применив последовательно вынесения общего множителя за скобки и способ группировки, сможем разложить на множители многочлен

$$3a^3+21a^2-6a^2b-42ab=3a(a^2+7a-2ab-14b)=3a\big((a^2+7a)+(-2ab-14b)\big)=3a\big(a(a+7)-2b(a+7)\big)=3a(a+7)(a-2b).$$

Рекомендованный «порядок действий» работает не со всеми многочленами. При разложении нижеприведенного многочлена на множители сначала используем способ группировки, затем формулу разности квадратов и вынесение общего множителя за скобки.

$$4x^2-y^2+4x+2y=(4x^2-y^2)+(4x+2y)=$$
$$=(2x-y)(2x+y)+2(2x+y)=(2x+y)(2x-y+2)$$

Так как учащиеся умеют раскладывать на множители квадратные трехчлены, они могут решать квадратные уравнения уже в 7 классе.

Чтобы решить уравнение $x^2+6x+8=0$, нужно квадратный трехчлен, стоящий в левой части, разложить на множители. Данный пример рассмотрен в способе группировки. Получим уравнение $(x+2)(x+4)=0$, после этого, воспользовавшись правилом: «Произведение множителей равно нулю, когда хотя бы один из них равен нулю», решить уравнение.

Можно решать квадратные уравнения, применяя формулы сокращенного умножения и вынося общий множитель за скобки.

$$x^2 - x = 0$$
$$x(x-1) = 0$$
$$x = 0 \text{ или } x = 1$$
$$a^2 - 144 = 0$$
$$(a-12)(a+12) = 0$$
$$a = 12 \text{ или } a = -12$$

Учащиеся также могут решать квадратные уравнения, предварительно выделив квадрат двучлена, а затем воспользоваться формулами сокращенного умножения.

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$
$$x^2 + 6x + 9 - 1 = 0$$
$$(x+3)^2 - 1 = 0$$
$$(x+2)(x+4) = 0$$
$$x = -2 \text{ или } x = -4$$

Данный способ используется и для решения более сложных задач олимпиадного уровня.

$$x^8 + x^4 + 1 = x^8 + 2x^4 - x^4 + 1 = (x^4+1)^2 - x^4 = (x^4 + 1 - x^2)(x^4 + 1 + $$
$$+x^2) = (x^4 + 1 - x^2)(x^4 + 2x^2 + 1 - x^2) = (x^4 + 1 - x^2)((x^2+1)^2 - x^2) =$$
$$= (x^4 + 1 - x^2)(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x)$$ [1, с.24]

Выше уже упоминалось, что одним из способов является прибавление или вычитание одного и того же выражения с целью последующей перегруппировки слагаемых, что и будем использовать для разложения на множители данного многочлена.

$$a^5 + a + 1 = a^5 + a^4 - a^4 + a^3 - a^3 + a^2 - a^2 + a + 1 = (a^5 + a^4 + a^3) -$$
$$-(a^4 + a^3 + a^2) + (a^2 + a + 1) = (a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + 1)$$ [2, с. 53]

Таким образом, при формировании метода разложения на множители необходимо четкое понимание и усвоение учащимися каждого из рассмотренных способов. Мотивацией изучения данных способов является применение метода разложения на множители. Это влечет за собой успешное решение уравнений, неравенств, упрощение выражений, а в дальнейшем и построение графиков функций.

Библиографические ссылки

1. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. /И. Л. Бабинская. – Наука, 1975 – С. 24 – 112.
2. Зубелевич Г. И. Сборник задач московских математических олимпиад (с решениями). Пособие для учителей 5 – 8 классов /Г. И. Зубелевич. –Просвещение, 1971, №2 – С. 53 – 304.

3. Колягин Ю.М. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. –Просвещение, 2012, №18 – С. 125 – 319.

4. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. –Просвещение, 2018, №18 – С. 119 – 304.

5. Мордкович А. Г. Беседы с учителями математики: Учеб.-метод. пособие / А. Г. Мордкович. – ОНИКС 21 век, Мир и Образование, 2005, №2 – С. 169 – 336.

УДК 372.851

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В 5 КЛАССЕ

А. Ю. Гришаева
ФГБОУ ВО «Омский государственный педагогический университет»
Омск (Российская Федерация)
Науч. рук. – С. Н. Скарбич, к.пед.н, доцент

APPLICATION OF GRAPH THEORY IN SOLVING PROBLEMS
IN THE 5TH GRADE

Grishaeva A. U.
Omsk State Pedagogical University
Omsk (Russian Federation)
Scientific adviser – S. N. Skarbich, PhD, Associate professor

В данной статье рассматриваются понятия теории графов, необходимые для использования графов при решении некоторых математических задач в 5 классе. Приводятся примеры решения задач на движение и стоимость с использованием графов. Отмечается важность применения графов как одного из средств наглядности при решении текстовых задач по математике.

This article discusses the concepts of graph theory necessary for the use of graphs in solving some mathematical problems in the 5th grade. Examples of solving motion and cost problems using graphs are given. The importance of using graphs as one of the means of clarity in solving text problems in mathematics is noted.

Ключевые слова: текстовые задачи на движение; теория графов; вершина графа; ребро графа

Keywords: text problems on motion; graph theory; graph vertex; graph edge

Говоря о реализации образовательного процесса в 5 классе, стоит отметить, что с точки зрения психологии в этом возрасте для развития познавательного интереса у детей на уроках математики рекомендуется использовать разного рода наглядности, в частности, при решении текстовых задач. Одним из таких типов наглядности являются графы, которые на уроках математики используются реже, чем на уроках информатики. В данной статье мы рассмотрим применение графов при решении математических задач в 5 классе и