

Рис. 5 – Доказательство леммы

Из леммы следует, что если фигура выпукла относительно точки O и принадлежит классу Φ_O , то она является квазиописанной. Отсюда окончательно устанавливаем: *класс Φ есть множество всех квазиописанных фигур.*

Таким образом, метод деления фигуры на n равновеликих частей путем деления периметра при любом n применим ко всем квазиописанным фигурам и только к ним. К сожалению, большинство фигур, в том числе и многие «хорошие» фигуры – прямоугольник, параллелограмм, трапеция, – не являются квазиописанными. Поэтому методы деления фигур на равновеликие части требуют дальнейшей разработки. При этом хотелось бы не просто получить индивидуальные решения задачи о делении для отдельных фигур, но и найти более общие подходы к решению этой задачи для целых классов фигур.

Библиографические ссылки

1. Яглом, И. М. Выпуклые фигуры / И. М. Яглом, В. Г. Болтянский. – М.-Л. : Гостехиздат, 1951. – 343 с.

УДК 37.016 : [514.112:514.115]

ТИПОЛОГИЯ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЮ КЛЮЧЕВЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ В ПОИСКЕ РЕШЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Е. В. Ворушило-Звежинская
УО «Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»;
Минск (Республика Беларусь)
Науч. рук. – Л. Л. Тухолко, к.п.н., доцент

TYPOLOGY OF TASKS FOR TEACHING THE USE OF KEY GEOMETRIC STRUCTURES IN THE SEARCH FOR SOLUTIONS TO PLANIMETRIC PROBLEMS

E. V. Vorushilo-Zvezhinskaya
Belarusian state pedagogical university named after Maxim Tank;
Minsk (Republic of Belarus)
Scientific adviser – L. L. Tukholko, Dr. PhD Associate professor

Обосновывается необходимость выявления типов заданий, обеспечивающих ознакомление учащихся с ключевыми геометрическими конструкциями, обучение их распознаванию и применению при решении задач; характеризуются типы таких заданий.

The necessity of identifying types of tasks that provide familiarization of students with key geometric structures, teaching their recognition and application in solving problems is substantiated; the types of such tasks are characterized.

Ключевые слова: геометрия; обучение геометрии; решение задач; ключевые конструкции; типология заданий.

Keywords: geometry; geometry teaching; problem solving; key structures; typology of tasks.

Необходимость обучения применению ключевых геометрических конструкций в поиске решения планиметрических задач обусловлена физиологическими факторами: строение сетчатки глаза обеспечивает восприятие геометрических форм целиком; наиболее простые и хорошо знакомые предметы воспринимаются сразу; при восприятии сложных, малознакомых предметов необходимо выделение опознавательных признаков; глаз, рассматривающий сложный объект, всегда ищет и выделяет наиболее информативные точки; важное значение для восприятия имеет прежний опыт человека.

Конкретизируя эти факторы для процесса решения геометрических задач, можно сделать выводы, что изображения знакомых геометрических конструкций воспринимаются учащимся сразу, целиком, что существенно ускоряет процесс анализа информации; изученные ранее ключевые геометрические конструкции привлекают внимание учащихся, так как помогают актуализировать возможные способы действий; запас освоенных ключевых геометрических конструкций способствует продуцированию догадок относительно выполнения дополнительных построений, так как установки, созданные предшествующим опытом их использования, позволяют представлять геометрические объекты по их неполному изображению.

Учитывая, что управление учебной деятельностью учащихся осуществляется с помощью задач и заданий, необходимо выявить типы заданий, обеспечивающих ознакомление учащихся с ключевыми геометрическими конструкциями, обучение их распознаванию и применению при решении задач. Важно подчеркнуть, что знание рассматриваемых на уроках ключевых геометрических конструкций не может обеспечить решение всех

планиметрических задач, но помогает значительную их часть решить быстрее и познакомиться с приёмами реконструирования, доконструирования и переконструирования [1, с. 71] ключевой геометрической конструкции.

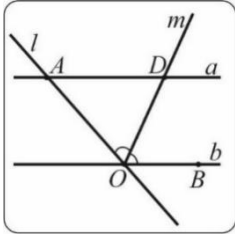
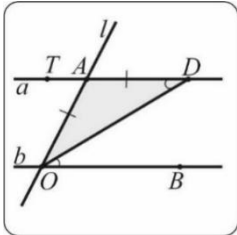
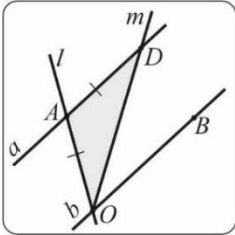
Ознакомление с ключевой геометрической конструкцией может осуществляться как путём предъявления её изображения с последующим анализом свойств этой конструкции, так и путём собственноручного изображения учащимися этой конструкции или её мысленного построения. Рассмотрим *типы задач для ознакомления учащихся с геометрической конструкцией*, выбор которых можно варьировать в зависимости от уровня геометрической подготовки учащихся.

1-ый тип заданий – тестовые задания, при выполнении которых учащиеся знакомятся со свойствами ключевой конструкции.

Так, например, для ознакомления с конструкцией, состоящей из пары параллельных прямых, секущей и биссектрисы внутреннего угла между секущей и одной из параллельных прямых при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе, можно предложить учащимся одно из трех тестовых заданий (таблица 1), направленных на формирование образа этой конструкции и усвоение её свойств (правильных ответов в задаче может быть несколько).

После выяснения учащимися правильного ответа учитель помогает им сформулировать словесное описание рассмотренной конструкции и руководство к действию, сопровождаемое её построением, для того, чтобы новая геометрическая конструкция стала объектом не только образного, но и логического мышления.

Таблица 1. – Тестовые задания для ознакомления с ключевой геометрической конструкцией

Задание 1	Задание 2	Задание 3
<p>Если $a \parallel b$, l — секущая, Om — биссектриса угла AOB, то ...</p> 	<p>Если треугольник OAD равнобедренный ($OA = AD$), $\angle ADO = \angle DOB$, то ...</p> 	<p>Если $a \parallel b$, треугольник OAD равнобедренный ($OA = AD$), то ...</p> 
<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> $OA = AD$ <input type="radio"/> $OD = OA$ <input type="radio"/> $OD = AD$ 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> OD – биссектриса $\angle AOB$ <input type="radio"/> $a \parallel b$ <input type="radio"/> $\angle TAO = \angle ADO$ 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> OD – биссектриса $\angle AOB$ <input type="radio"/> DO – биссектриса

○ OAD – равнобедренный треугольник	○ Треугольник AOD равносторонний	$\angle ADB$ ○ $\angle ADO = \angle DOB$
--------------------------------------	------------------------------------	---

Ознакомление учащихся с геометрической конструкцией будет более продуктивным, если процессы построения конструкции и исследования её свойств поменять местами так, как это сделано в задании второго типа:

2-ой тип заданий – задания, требующие изображения геометрической конструкции и анализа её свойств. Рассмотрим пример такого задания (отметим, что тема «Параллельные прямые» изучается до знакомства учащихся с задачами на построение с помощью циркуля и линейки).

Задание 4. Изобразите с помощью линейки и угольника пару параллельных прямых и секущую. С помощью транспортира и линейки изобразите биссектрису внутреннего угла между секущей и одной из параллельных прямых. Определите вид треугольника, изображённого на рисунке. Обоснуйте свою гипотезу утверждениями из курса планиметрии.

Для формирования умения распознавать ключевую геометрическую конструкцию в контексте других геометрических конструкций можно использовать задания третьего типа.

3-ий тип заданий – задания, в которых на готовом изображении геометрической конструкции необходимо выбрать элементы, удовлетворяющие требуемым условиям. Примером такого задания является задание 5.

Задание 5. «Назовите все равнобедренные треугольники, изображенные на рисунке 1» [2, с. 60].

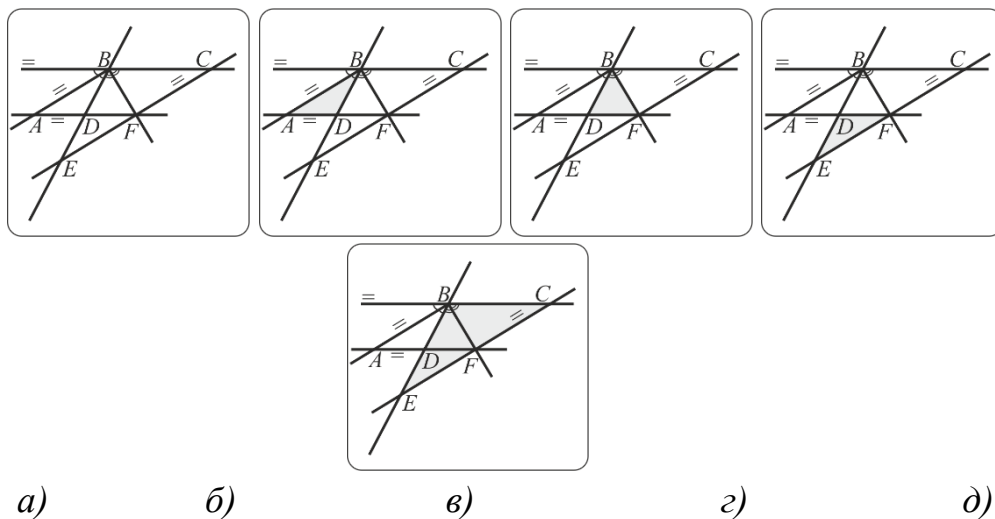


Рис. 1 – Пошаговая иллюстрация выполнения задания 2

Далее важно обеспечить формирование умения применять свойства изучаемой ключевой геометрической конструкции при решении задач. Как

правило, это задачи вычислительного характера. Необходимо, чтобы для решения таких задач достаточно было знания учебного материала, изученного к моменту рассмотрения геометрической конструкции. Для достижения этой цели задание 2, например, можно дополнить следующим пунктом: «Вычислите длину отрезка BC , если длина отрезка DE равна 5 см, ответ обоснуйте».

Наибольшую ценность представляют задания, предполагающие необходимость выполнения дополнительных построений.

4-ий тип заданий – задания на дополнение данной конструкции до ключевой. Примером такого задания по теме «Параллельные прямые» является задание 6.

Задание 6. Дополните данную геометрическую конструкцию отрезком так, чтобы можно было найти меру угла ANC . Геометрическая конструкция состоит из параллельных прямых AB и CD , секущей AC и биссектрис углов BAC и DCA , пересекающихся в точке N . Найдите меру угла ANC .

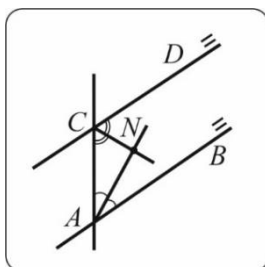


Рис. 2 – Иллюстрация к заданию 3

Отметим, что тема «Параллельные прямые» изучается в 7 классе до изучения теоремы о сумме градусных мер треугольника, поэтому при решении данной задачи учащиеся не могут воспользоваться этой теоремой, благодаря чему вынуждены искать конструктивный способ решения задачи.

Далее важно обеспечить применение наиболее часто встречающихся ключевых геометрических конструкций при изучении последующих тем курса планиметрии.

5-ий тип заданий – задания на применение ключевых геометрических конструкций, предполагающие комплексное использование их свойств. Например, при изучении темы «Параллелограмм» можно предложить задание 7.

Задание 7. Решите задачу: «В параллелограмме $ABCD$ проведены биссектрисы BM и CN углов ABC и BCD соответственно. Найдите длину отрезка NM , если длина стороны AB равна 5 см, а длина стороны BC равна 7 см».

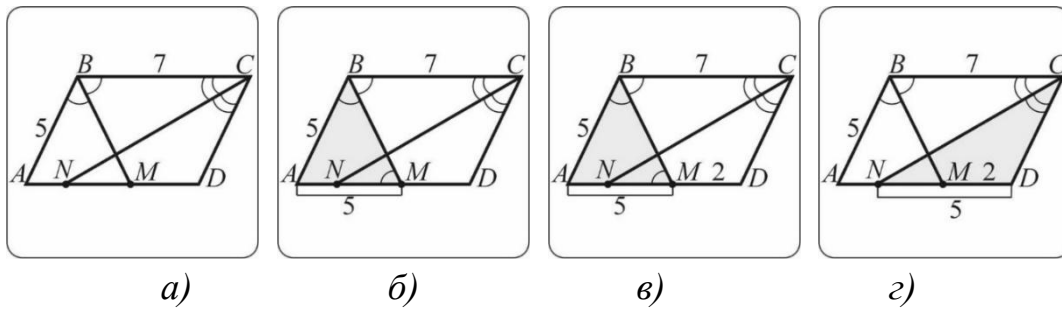


Рис. 3 – Пошаговая иллюстрация решения из задания 4

Также, как и в момент изучения ключевой геометрической конструкции, особую ценность имеют задачи, предполагающие выполнение построений. Например, при изучении темы «Подобие треугольников» или при организации систематического повторения может быть предложена следующая задача: «В прямоугольнике $ABCD$, длины сторон которого 7 и 12, на меньшей стороне CD отмечена точка K так, что длина отрезка CK равна 5. Найдите отношение длин отрезков AM и MD , если точка M принадлежит стороне AD и биссектрисе BM угла ABK ».

Таким образом, типология заданий для обучения применению ключевых геометрических конструкций в поиске решения планиметрических задач включает следующие типы заданий: тестовые задания, при выполнении которых учащиеся знакомятся со свойствами изучаемой конструкции; задания, требующие изображения геометрической конструкции и анализа её свойств; задания, в которых на готовом изображении геометрической конструкции необходимо выбрать элементы, удовлетворяющие требуемым условиям; задания на дополнение данной конструкции до ключевой; задания на применение ключевых геометрических конструкций, предполагающие комплексное использование их свойств.

Предложенная типология заданий будет частично реализована в веб-приложении «Geometric constructions», которое разрабатывается при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (№ ГР 20230494).

Библиографические ссылки

1. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л. Л. Тухолко. – Минск : Белорус. гос. пед. ун-т, 2019. – 246 с.
2. Звездинская, Е. В. Обучение распознаванию ключевых геометрических конструкций / Е. В. Звездинская // Эвристика и дидактика математики : материалы XI Междунар. науч.-метод. дистанц. конф.-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов, Донецк, 2022 г. / Донец. нац. ун-т. – Донецк, 2022. – С. 59–61.