Теорема 2. Пусть $f \in L_p$, $0 < p < \infty$, $\lambda = \min\{1, p\}$, $n, s \in \mathbb{N}$. Тогда для любого $\beta > 0$

$$R_n(f)_p \leq \frac{c(s,p,\beta)}{n^\beta} \left[\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} (k^\beta E_k^{(s)}(f)_p)^\lambda \right]^{1/\lambda}.$$

Следствие. Если $0 < p < \infty$ причем $1/p \notin \mathbb{N}$, $0 < \alpha < s$ и $f \in L_p$, тогда при $n = 1, 2, \ldots$

$$E_n^{(s)}(f)_p = O\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \Longleftrightarrow R_n(f)_p = O\left(\frac{1}{n^\alpha}\right).$$

Литература

1. *Lorentz G.G., Golitschek M.V., Makovoz Y.* Constructive Approximation, Advanced Problems. Berlin, (1996).

2. *Пекарский А.А., Шталь Г.* Неравенства типа Бернштейна для производных рациональных функций в пространствах L_p при $p < 1$. // *Матем. сб.* Т. 186. № 1 (1995) С. 119–130.

ANALOGS OF CAUCHY AND POMPEIU FORMULAS FOR SOME HYPERCOMPLEX FUNCTIONS

N. T. Stelmashuk, V. A. Shilinets (Minsk. Belarus)

In this paper we discuss the following problems.

Problem 1. The analog of the Cauchy formula for hypercomplex functions $f(x,y) = u(x,y) + \varepsilon v(x,y)$, F-monogenic to the function $\zeta = Ax + y + \varepsilon Bx$ in the domain D [1], has been obtained. Here $\varepsilon^2 = \lambda + \varepsilon\mu$; $u = u(x,y)$, $v = v(x,y)$ is the solution of the system of differential equations in partial derivatives

$$u_x = Au_y + \lambda B v_y, \quad v_x = Bu_y + (A + \mu B) v_y; \tag{1}$$

λ, μ, A, B — complex numbers; $A^2 - \lambda B^2 \neq 0$.

It is known [2], that in case $M_2 \neq 0$ any systems of differential equations with constant coefficients

$$u_x = M_1 u_y + N_1 v_y, v_x = M_2 u_y + N_2 v_y$$

can be reduced to the system (1).

Problem 2. The analog of the Pompeiu formula for generalized bianalytic functions (the solutions of the following equation $\partial^2 f / \partial Q^2 = 0$ [3]) has been obtained, using the class of F-monogenic functions. Here

$$P = p + jq, \quad Q = p - jq; \quad \frac{\partial}{\partial Q} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial P} + j\frac{\partial}{\partial q}\right), \quad i^2 = j^2 = -1, \quad i \neq j;$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \frac{1}{\delta}(f_y p_x - f_x p_y), \quad \frac{\partial f}{\partial p} = \frac{1}{\delta}(f_x q_y - f_y q_x);$$

p, q are the given complex or real functions of class $C^1(D)$, $\delta = p_x q_y - p_y q_x \neq 0$ in the domain D.

References

1. *Gusev V.A.* On some analog of the Cauchy integral for monogenic functions // *Izv. Arad. Sci. of ArSSR*, vol. **13**. № 3. (1965) P. 15–22 (in Russian).

2. *Pavlov S.D.* The solution of the systems of differential equations in partial derivatives by F-monogenic functions // *Anal. Stiint. Univers. din Iasi.* vol. **8**. Fasc. 2. (1962) P. 322–329 (in Russian).

3. *Stelmashuk N.T., Shilinets V.A.* Integral representation for generalized bianalytic functions // *Vesti BSPU.* № 4. Ser. 3. (2005) P. 7–28 (in Byelorussian).

ОБ АППРОКСИМАЦИИ СЕТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ ЖЕСТКИХ НАЧАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Н. Н. Стрилец (Брест, Беларусь)

Традиционно процесс численного интегрирования задачи Коши

$$y' = f(x,y), \quad x_0 \leq x \leq x_F, \quad y(x_0) = y_0, \tag{1}$$

заключается в дискретизации отрезка $[x_0, x_F]$: $x_0 < x_1 < \ldots < x_N = x_F$ и получении набора приближений $\{y_i\}_{i=1}^N$ точного решения $y(x)$ в узлах сетки. Однако на практике часто оказывается недостаточно одного такого сеточного решения, особенно, когда требуется визуализация или изучение свойств решения задачи. Поэтому в литературе (см. [1] и приведенную там библиографию) предлагается подход, заключающийся в построении на всем отрезке $[x_0, x_F]$ непрерывного расширения используемого численного метода в виде кусочного многочлена $u(x)$, интерполирующего сеточное решение в узлах сетки и представляющего на каждом шаге интегрирования $[x_{i-1}, x_i]$ многочлен $u_i(x) = y(x) + O(h^p)$ (p — порядок метода). При этом контроль за величиной погрешности осуществляется по малости невязки $\delta(x) = u'(x) - f(x, u(x))$. Особенностью такого подхода является его зависимость от метода нахождения сеточного решения задачи [1]. Подобный подход достаточно подробно изучен для нежестких задач, а в случае жестких задач возникает ряд дополнительных непростых проблем, в том числе и вычислительного характера.

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ