

6569

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ



Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь
И.А. Старовойтова
28.03.2022
Регистрационный № ТД А.649 /тип.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей:**

1-02 05 02 Физика и информатика;
1-02 05 04 Физика и техническое творчество

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического
объединения по педагогическому
образованию

А.М. Жук
24.03.2022

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
общего среднего, дошкольного
и специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

М.С. Киндиренко
22.03.2022

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

С.А. Касперович
21.03.2022

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

И.В. Титович
18.03.2022

Эксперт-нормоконтролер

И.Ф. Михайлова
15.02.2022

Информация об изменениях размещается на сайтах:

Минск 2022 <http://www.edustandard.by>
<http://www.nihe.bsu.by>

СОСТАВИТЕЛИ:

С.И.Василец, проректор по учебной работе учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

И.В.Кирюшин, доцент кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра теории функций Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 30.04.2021);

В.А.Шилинец, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования федерации профсоюзов Беларуси «Международный университет «МИТСО», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 11 от 25.05.2021);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 6 от 26.05.2021);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 04.06.2021)

Ответственный за редакцию: С.И.Василец

Ответственный за выпуск: С.И.Василец

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Математический анализ» входит в модуль «Высшая математика» и наряду с дисциплиной «Алгебра и геометрия» служит фундаментом для изучения физики.

Математический анализ – это раздел математики, изучающий переменные величины с помощью бесконечно малых, этот принцип лежит в основе изучения всех основных понятий анализа (предел, производная, определенный интеграл).

Методы и аппарат математического анализа находят свое широкое использование и в других математических учебных дисциплинах, а также в информатике и физике. В результате изучения данной учебной дисциплины у студентов закладываются основы общематематической подготовки, вырабатываются навыки решения и исследования типовых задач математического анализа, в том числе прикладных.

Целью учебной дисциплины «Математический анализ» является глубокое овладение фундаментальными понятиями анализа, и прочными навыками их использования для решения различных теоретических и практических задач.

Основные задачи учебной дисциплины «Математический анализ»:

формирование систематических знаний о современных методах математического анализа и теории функций;

изучение основных понятий анализа: функция, последовательность, предел, непрерывность, производная, интеграл;

формирование теоретической базы и инструментария, необходимых для успешного использования математических методов при изучении физики и информатики.

Учебная дисциплина «Математический анализ» служит фундаментом для освоения студентами математических основ физики и иных дисциплин физико-математического профиля, предусмотренных новыми учебными планами по специальностям 1-02 05 02 «Физика и информатика»; 1-02 05 04 «Физика и техническое творчество».

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

основные понятия теории пределов;

дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и нескольких переменных и их приложения;

уметь:

находить пределы последовательностей и функций;

вычислять производные и использовать дифференциальное исчисление для исследования функций;

вычислять интегралы;

использовать методы математического анализа при решении задач физики;

владеть:

методами математического анализа и теории функций;
основами математического моделирования физических процессов.

Освоение учебной дисциплины «Математический анализ», входящей в модуль «Высшая математика», должно обеспечить формирование базовой профессиональной компетенции: применять в работе с обучающимися методы матричного исчисления, решения систем алгебраических уравнений, исследования уравнений кривых и поверхностей для решения исследовательских и практико-ориентированных задач:

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Согласно типовому учебному плану по специальности 1-02 05 02 «Физика и информатика» на изучение учебной дисциплины «Математический анализ» отводится всего 216 часов, из них аудиторных – 98 часов. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 34 часа, практические занятия – 64 часа.

Согласно типовому учебному плану по специальности 1-02 05 04 «Физика и техническое творчество» на изучение учебной дисциплины «Математический анализ» отводится всего 208 часов, из них аудиторных – 96 часов. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 34 часа, практические занятия – 62 часа.

В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН
для специальности 1-02 05 02 Физика и информатика

№	Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	из них	
			лекции	практические
РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ		22	8	14
1.1	Множества. Функции.	4	2	2
1.2	Предел числовой последовательности.	6	2	4
1.3	Предел и непрерывность функции.	12	4	8
РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ		34	10	24
2.1	Производная. Дифференциал.	8	2	6
2.2	Производные и дифференциалы высших порядков.	8	2	6
2.3	Применение дифференциального исчисления.	12	4	8
2.4	Формула Тейлора.	6	2	4
РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ		20	6	14
3.1	Неопределенный интеграл.	6	2	4
3.2	Определенный интеграл.	8	2	6
3.3	Приложения определенного интеграла.	6	2	4
РАЗДЕЛ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ		12	6	6
4.1	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность.	4	2	2
4.2	Частные производные и дифференциал.	4	2	2
4.3	Частные производные и дифференциалы высших порядков.	4	2	2
РАЗДЕЛ 5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ		10	4	6
5.1	Двойные и тройные интегралы.	4	2	2
5.2	Криволинейные и поверхностные интегралы.	6	2	4
Итого:		98	34	64

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

для специальности 1-02 05 04 Физика и техническое творчество

№	Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	из них	
			лекции	практические
РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ		20	8	12
1.1	Множества. Функции.	4	2	2
1.2	Предел числовой последовательности.	6	2	4
1.3	Предел и непрерывность функции.	10	4	6
РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ		28	10	18
2.1	Производная. Дифференциал.	6	2	4
2.2	Производные и дифференциалы высших порядков.	6	2	4
2.3	Применение дифференциального исчисления.	10	4	6
2.4	Формула Тейлора.	6	2	4
РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ		20	6	14
3.1	Неопределенный интеграл.	8	2	6
3.2	Определенный интеграл.	6	2	4
3.3	Приложения определенного интеграла.	6	2	4
РАЗДЕЛ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ		12	6	6
4.1	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность.	4	2	2
4.2	Частные производные и дифференциал.	4	2	2
4.3	Частные производные и дифференциалы высших порядков.	4	2	2
РАЗДЕЛ 5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ		16	4	12
5.1	Двойные и тройные интегралы.	8	2	6
5.2	Криволинейные и поверхностные интегралы.	8	2	6
Итого:		96	34	62

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение в математический анализ

1.1. Множества. Функции. Множества и операции над ними. Действительные числа, геометрическое изображение действительных чисел, окрестность действительного числа. Модуль действительного числа, его свойства. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Точные грани ограниченного множества.

Декартово произведение множеств, соответствие между множествами. Понятие функции. График функции. Способы задания функции. Композиция функций. Обратная функция. Сужение функции. Классификация функций по свойствам (четность, периодичность, монотонность, ограниченность).

1.2. Предел числовой последовательности. Понятие числовой последовательности и ее предела числовой последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Свойства сходящихся последовательностей (единственность предела, ограниченность, операции над пределами). Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Существование предела ограниченной монотонной последовательности. Число ε как предел последовательности.

1.3. Предел и непрерывность функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Предел сложной функции.

Непрерывность функции в точке. Сохранение знака и ограниченность функции в окрестности точки непрерывности. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции непрерывных функций. Точки разрыва, их классификация. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса. Непрерывность обратной функции.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

2.1. Производная. Дифференциал. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл. Существование производной и непрерывность функции в точке. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций. Дифференцируемость функции. Дифференциал, его геометрический и механический смысл. Дифференциал суммы, произведения, частного, сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

2.2. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

2.3. Применение дифференциального исчисления. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Признаки монотонности и экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Асимптоты. Исследование функции и построение ее графика.

2.4. Формула Тейлора. Формула Тейлора. Различные виды остаточного члена. Разложение функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$.

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

3.1 Неопределенный интеграл. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Формулы интегрирования по частям и замены переменной в интеграле. Интегрирование рациональных, простейших иррациональных и трансцендентных функций.

3.2. Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интеграл как предел интегральной суммы. Необходимое условие интегрируемости функции. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы.

3.3. Приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции. Вычисление площадей фигур, ограниченных параметрически заданными кривыми, и кривыми, заданными в полярных координатах. Вычисление длины дуги кривой. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения. Вычисление статических моментов и координат центра тяжести кривой и плоской фигуры.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

4.1. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. n -мерное евклидово пространство. Действительная функция n действительных переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Непрерывные числовые функции на компакте и их свойства.

4.2. Частные производные и дифференциал. Частные производные, их геометрический смысл. Дифференцируемость. Достаточное условие дифференцируемости. Касательная плоскость к поверхности. Дифференциал, его геометрический смысл (случай функции двух переменных). Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

4.3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложной функции. Производная функции по направлению. Векторная функция скалярного аргумента, её дифференцирование. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.

Раздел 5. Интегральное исчисление функции нескольких переменных

5.1. Двойные и тройные интегралы. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле, переход к полярным координатам. Приложения двойного интеграла. Тройной интеграл, его свойства и вычисление. Замена переменных в тройном интеграле, переход к цилиндрическим и сферическим координатам. Приложения тройного интеграла.

5.2. Криволинейные и поверхностные интегралы. Понятие криволинейных интегралов первого и второго рода, их вычисление. Формула Грина, условие независимости интеграла от пути интегрирования. Векторное поле, его дивергенция и ротор. Циркуляция векторного поля. Поверхностные интегралы. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского-Гаусса.

Информационно-методическая часть

Основная литература

1. Булатов, В.И. Множества и операции над ними. Метод математической индукции. Грани множеств : учеб. материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики / В. И. Булатов, В. Г. Голухов, С. А. Мазаник. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2018. – 36 с.
2. Кастрица, О. А. Математический анализ : конспект лекций для студентов специальности 1-31 03 04 «Информатика» : в 3 ч. / О. А. Кастрица. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2017. – Ч. 1. – 52 с.
3. Кастрица, О. А. Математический анализ : конспект лекций для студентов специальности 1-31 03 04 «Информатика» : в 3 ч. / О. А. Кастрица. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2018. – Ч. 2. – 51 с.
4. Кастрица, О. А. Математический анализ: краткий курс : учеб. пособие / О. А. Кастрица, С. А. Мазаник. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2017. – 299 с.
5. Кротов, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие / В. Г. Кротов. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2017. – 376 с.
6. Леваков, А. А. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Леваков // Электронная библиотека БГУ. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113453>. – Дата доступа: 28.04.2021.
7. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс / сост.: С. И. Василец, И. В. Кирюшин // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/44709>. – Дата доступа: 28.04.2021.
8. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс / сост.: И. Н. Гуло, Э. В. Шалик // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/44472>. – Дата доступа: 28.04.2021.

Дополнительная литература

1. Гусак, А. А. Математический анализ и дифференциальные уравнения: примеры и задачи : учеб. пособие для студентов учреждений высш. образования по естественнонауч. специальностям / А. А. Гусак. – 6-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2011. – 416 с.
2. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. – М.: АСТ: Астрель, 2010. – 558 с.
3. Дыферэнцыяльнае злічэнне функцыі некалькіх зменных: вучэб. дапам. / У.А. Шылінец [і інш.]. – Мінск: Беларус. дзярж. пед. ун-т, 2013. – 136 с.

4. Индивидуальные занятия по высшей математике : учеб. пособие : в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд., испр. – Минск: Выш. шк., 2008. – Ч. 1: Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. – 304 с.
5. Индивидуальные занятия по высшей математике : учеб. пособие : в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд., испр. – Минск : Выш. шк., 2009. – Ч. 2 : Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 396 с.
6. Индивидуальные занятия по высшей математике : учеб. пособие : в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 5-е изд., испр. – Минск : Выш. шк., 2009. – Ч. 3 : Ряды. Кратные интегралы. Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. – 396 с.
7. Практикум по математическому анализу, алгебре и геометрии : практикум для студентов вузов : в 4 ч. / А. А. Черняк [и др.]. – Минск : Белорус. гос. пед. ун-т, 2012. – Ч. 1 : Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 84 с.
8. Сурин, Т. Л. Сборник практических заданий по математическому анализу. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : пособие / Т. Л. Сурин, Ж. В. Иванова, С. Шерегов. – Витебск : Витеб. гос. ун-т, 2016. – 52 с.
9. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 8-е. – М. : ФИЗМАТЛИТ : Лаб. знаний, 2003. – Т. 1. – 680 с.
10. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 8-е. – М. : ФИЗМАТЛИТ : Лаб. знаний, 2003. – Т. 2. – 864 с.
11. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 8-е. – М. : ФИЗМАТЛИТ : Лаб. знаний, 2003. – Т. 3. – 728 с.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Основными **методами** обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы), интерактивные методы, которые способствуют поддержанию оптимального уровня активности.

Для освоения данной учебной дисциплины предусмотрены следующие **формы работы**: лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материала. На лекциях излагается теоретический материал учебной дисциплины. Практические занятия должны быть направлены на приобретение студентами навыков использования полученных теоретических знаний при решении конкретных математических задач.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

По всем темам учебной программы следует организовывать самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать развитию творческих и исследовательских способностей будущего преподавателя.

С учетом распределения объема часов аудиторной нагрузки, а также значимости учебного материала рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

Производная. Дифференциал;

Производные и дифференциалы высших порядков;

Неопределенный интеграл;

Определенный интеграл;

Приложения определенного интеграла;

Производная функции нескольких переменных. Дифференциал;

Производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных;

Применение дифференциального исчисления;

Двойные и тройные интегралы.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на регулярных консультациях, коллоквиумах и экзаменах. Кроме того, контроль за самостоятельной работой студентов по темам рекомендуется осуществлять на базе компьютерного тестирования (технология табличного дифференцирования, интегрирования, и т.д.).

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по второму разделу программы для подготовки к устной части экзамена.

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ в каждом семестре (соответственно, по разделам 1, 2, 3-4, 5).

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.