

## Учреждение образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ Проректор по учебной работе

.И.Василец

2023 г.

Регистрационный № УД-24-1-80-2023/уч.

#### ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА: ПЛАНИМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальности 1-02 05 01 Математика и информатика

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования I ступени по специальности 1-02 05 01 «Математика и информатика», утвержденного постановлением министерства образования Республики Беларусь от 20.04.2022 г. №85, и учебного плана специальности 1-02 05 01 «Математика и информатика»

#### СОСТАВИТЕЛИ:

Е.П.Кузнецова, доцент кафедры математики и методики преподавания математики «Белорусский государственный учреждения образования педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент; Н.К.Пещенко, доцент кафедры математики и методики преподавания математики государственный учреждения образования «Белорусский педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент; Л.Л.Тухолко, доцент кафедры математики и методики преподавания математики образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук

#### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

СОГЛАСОВАНО:

Д.Ф.Базылев, заведующий кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Г.Л.Муравьёва, заведующий кафедрой естественнонаучных дисциплин учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент

# Директор ГУО «Средняя школа № 191 г. Минска» **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики (протокол № 4 от 11.11.2022 г.);

Заведующий кафедрой

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 3 от 40.04.2023 г.)

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Н.В.Гриб

#### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Элементарная математика: планиметрия относится к числу дисциплин компонента учреждения высшего образования. Её изучение обусловлено необходимостью обобщения, углубления и систематизации знаний студентов по школьному курсу планиметрии.

**Целью** преподавания и изучения дисциплины «Элементарная математика: планиметрия» является овладение студентами научными основами школьного курса геометрии, общими и частными методами и приёмами решения планиметрических задач, развитие навыков творческой поисковой математической деятельности.

Для достижения этой цели решаются следующие задачи:

- обеспечить усвоение студентами определений и классификаций планиметрических понятий, формулировок и доказательств теорем, методов и приёмов решения планиметрических задач;
- сформировать умения применять определения геометрических фигур, их свойства и признаки, формулы, связывающие геометрические величины, методы и приёмы решения планиметрических задач к решению задач школьного курса математики;
- приобщить студентов к систематическому решению планиметрических задач повышенной сложности; поиску различных способов их решения; составлению заданий на применение различных методов и приёмов решения; а также к анализу материалов выпускных, конкурсных и вступительных испытаний.

# Место учебной дисциплины в системе подготовки преподавателей математики и связь с другими учебными дисциплинами

Учебная дисциплина «Элементарная математика: планиметрия» строится с учётом знаний, полученных студентами при изучении дисциплин «Элементарная математика: алгебра», «Элементарная математика: тригонометрия» и является базой для изучения методики обучения геометрии на II и III ступенях общего среднего образования. Её содержание рассчитано на реализацию межпредметных связей с дисциплинами «Элементарная математика: стереометрия», «Аналитическая геометрия».

# Требования к уровню освоения содержания учебной дисциплины

В результате изучения учебной дисциплины студент должен: знать:

- определения и классификации планиметрических понятий,
- формулировки и доказательства теорем курса планиметрии;
- методы и приёмы решения планиметрических задач;

#### уметь:

- вычислять значения геометрических величин;
- формулировать и доказывать математические предложения;
- выполнять построения геометрических фигур;

#### владеть:

- навыками решения типовых и нестандартных задач по планиметрии;
- навыками аргументации выбора методов и приемов решений планиметрических задач, корректного оформления их записи.

Изучение дисциплины «Элементарная математика: планиметрия» направлено на формирование у будущих преподавателей математики специализированной компетенции СК-12: Применять систему знаний и навыков по элементарной математике для обучения школьников геометрии и тригонометрии.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Элементарная математика: планиметрия» заключается в формировании у обучающихся научного мировоззрения; математической культуры И развитии исследовательских умений и аналитических способностей, необходимых для практических решения научных И задач; развитии познавательных способностей, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

#### Количество часов, отводимых на изучение учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Элементарная математика: планиметрия» изучается на втором курсе в четвёртом семестре дневной формы получения образования. Учебным планом на изучение дисциплины отводится 100 часов, из которых 50 часов составляют аудиторные занятия: лекции — 12 часов, практические занятия — 38 часов.

Форма текущей аттестации – зачёт.

#### СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

# РАЗДЕЛ 1 Геометрические фигуры на плоскости и геометрические величины

#### Тема 1.1 Виды углов и их основные свойства

Смежные и вертикальные углы, углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей. Признаки параллельных прямых. Свойства углов с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами.

# **Тема 1.2 Отношения между треугольниками и соотношения их** элементов

Признаки равенства и подобия треугольников. Соотношения между сторонами и углами произвольных и прямоугольных треугольников. Обобщённая теорема Пифагора. Теоремы Чевы и Менелая.

# **Тема 1.3** Углы и метрические соотношения, связанные с окружностью

Свойства хорд, секущих и касательных окружности. Измерение углов, связанных с окружностью. Взаимное расположение двух окружностей.

## Тема 1.4 Замечательные точки и линии треугольника

Медианы треугольника и его центроид. Биссектрисы треугольника, его инцентр и центр вневписанной окружности. Центр окружности, описанной около треугольника. Высоты треугольника и его ортоцентр. Ортотреугольник. Прямая Эйлера. Окружность Эйлера. Формула Эйлера.

## Тема 1.5 Многоугольники

Многоугольники и их классификации. Четырёхугольники, их виды, свойства и признаки. Четырёхугольники, вписанные в окружность и описанные около неё. Теорема Птолемея.

# Тема 1.6 Площадь многоугольника, круга и его частей

Определение площади плоской фигуры. Формулы для вычисления площади многоугольников. Метод площадей. Правильные многоугольники. Длина окружности и её частей, площадь круга и его частей.

# РАЗДЕЛ 2 Методы решения планиметрических задач

# Тема 2.1. Виды планиметрических задач и методы их решения

Различные типы планиметрических задач. Методы решения планиметрических задач.

## Тема 2.2 Задачи на построение на плоскости

Понятие задачи на построение. Общая схема решения задач на построение. Основные задачи на построение циркулем и линейкой. Методы решения задач на построение на плоскости: метод геометрических мест точек, метод спрямления, метод геометрических преобразований, алгебраический метод.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

	у тевно-методи тескал кат			F			
		Количество аудиторных часов			, <u> </u>		
					эние , г др.)		
Номер раздела, темы	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.	Литература	Форма контроля
1	2	3	4	5	6	7	8
	4 ce	еместј	)				
1	Геометрические фигуры на плоскости и геометрические величины	10	30	38			
1.1.	Виды углов и их основные свойства	0	2	4		[1-3; 4; 7]	
1.1.1	Смежные и вертикальные углы, углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей. Признаки параллельных прямых. Свойства углов с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами		2	4	УМК, учебные пособия, материалы в MOODLE		Тест
1.2	Отношения между треугольниками и соотношения их элементов	2	6	6		[1-9; 14]	
1.2.1	Признаки равенства и подобия треугольников. Соотношения между сторонами и углами произвольных и прямоугольных треугольников. Обобщённая теорема Пифагора		4	4	УМК, учебные пособия, материалы		Проверочная работа

1.2.2	Теоремы Чевы и Менелая	2	2	2	в MOODLE		Отчет о выполнении самостоятельн ой работы
1.3	Углы и метрические соотношения, связанные с окружностью	2	6	8		[1-3; 5-11]	
1.3.1	Свойства хорд, секущих и касательных окружности, измерение углов, связанных с окружностью	2	4	4	УМК, учебные		Письменный опрос
1.3.2	Взаимное расположение двух окружностей		2	4	пособия, материалы в MOODLE		Отчет о выполнении самостоятельн ой работы
1.4	Замечательные точки и линии треугольника	2	6	8		[1-3; 5-12, 16]	
1.4.1	Медианы треугольника и его центроид. Биссектрисы треугольника, его инцентр и центр вневписанной окружности. Центр окружности, описанной около треугольника.	2	4	4	УМК, учебные		Проверочная работа
1.4.2	Высоты треугольника и его ортоцентр. Ортотреугольник. Прямая Эйлера. Окружность Эйлера. Формула Эйлера		2	4	пособия, материалы в MOODLE		Отчет о выполнении самостоятельн ой работы
1.5	Многоугольники	2	4	6		[1-3; 5-11, 14; 15]	
1.5.1	Многоугольники и их классификации. Четырёхугольники, их виды, свойства и признаки. Четырёхугольники, вписанные в окружность и описанные около неё. Теорема Птолемея.	2	4	6	УМК, учебные пособия, материалы в MOODLE		Проверочная работа, отчет о выполнении самостоятельн ой работы

1.6	Площадь многоугольника, круга и его частей	2	6	6		[1-3; 5-11, 14]	
1.6.1	Определение площади плоской фигуры. Формулы для вычисления площади многоугольников. Метод площадей.	2	4	4	УМК, учебные		Тест
1.6.2	Правильные многоугольники. Длина окружности и её частей, площадь круга и его частей		2	2	пособия, материалы в MOODLE		Отчет о выполнении самостоятельн ой работы
2	Методы решения планиметрических задач	2	8	12			
2.1	Виды планиметрических задач и методы их решения	2	4	6		[6; 7; 11; 15]	
2.1.1	Различные типы планиметрических задач. Методы решения планиметрических задач	2	4	6	УМК, учебные пособия, материалы в MOODLE		Проверочная работа, отчет о выполнении самостоятельн ой работы
2.2	Задачи на построение на плоскости	0	4	6		[1-2; 4; 7; 10; 16]	
2.2.1	Понятие задачи на построение. Общая схема решения задач на построение. Основные задачи на построение циркулем и линейкой. Методы решения задач на построение на плоскости: метод геометрических мест точек, метод спрямления, метод геометрических преобразований, алгебраический метод	0	4	6	УМК, учебные пособия, материалы в MOODLE	•	Отчет о выполнении самостоятельн ой работы
	Всего за семестр	12	38	50			Зачёт
	Всего по учебной дисциплине	12	38	50			100

# ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ЛИТЕРАТУРА

#### Основная литература

- 1. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования / сост.: В. В. Беняш-Кривец [и др.]. 2-е изд. Минск : Нац. ин-т образования : Аверсэв, 2021. 96 с.
- 2. Сборник заданий для подготовки к выпускному экзамену по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования: пособие для учителей учреждения общ. сред. образования / сост.: В. В. Беняш-Кривец [и др.]. 2-е изд. Минск: Нац. ин-т образования: Аверсэв, 2021. 448 с.
- 3. Централизованное тестирование. Математика : полн. сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний М-ва образования Респ. Беларусь. Минск : Аверсэв, 2020. 127 с.
- 4. Шлыков, В. В. Изучаем геометрию в 7 классе : учеб. пособие / В. В. Шлыков. Минск : Нар. асвета, 2019. 239 с.

### Дополнительная литература

- 5. Азаров, А. И. Математика. 100 баллов успеха / А. И. Азаров. Минск : Аверсэв, 2014. 575 с.
- 6. Азаров, А. И. Математика для старшеклассников: методы решения планиметрических задач: 8–11 кл.: пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования / А. И. Азаров, В. В. Казаков, Ю. Д. Чурбанов. Минск: Аверсэв, 2005. 336 с.
- 7. Амелькин, В. В. Геометрия на плоскости : теория, задачи, решения : учеб. пособие по математике для общеобразоват. шк. / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич, В. Л. Тимохович. М. : ОНИКС 21 век, 2003. 590 с.
- 8. Арефьева, И. Г. Повторяем математику за курс средней школы. Тестовые задания для 11 класса: пособие для учащихся учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / И. Г. Арефьева. Минск: Аверсэв, 2020. 144 с.
- 9. Иванов, О. А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей / О. А. Иванов. М. : Моск. центр непрерыв. мат. образования, 2019. 390 с.
- 10. Лисова, М. И. Планиметрия: итоговое повторение: пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования / М. И. Лисова, О. Н. Пирютко. Минск: Аверсэв, 2004. 415 с.
- 11. Литвиненко, В. Н. Практикум по элементарной математике. Геометрия : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей пед. ин-тов / В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович. М. : ABF, 1995. 352 с.

- 12. Рогановский, Н. М. Элементарная математика : учеб. пособие : в 4 ч. / Н. М. Рогановский, Е. Н. Рогановская. Минск : Адукацыя і выхаванне, 2000–2004. Ч. 3 : Геометрия на плоскости. 2003. 336 с.
- 13. Рыжик, В. И. Учим математике. 7–11 классы: теория и практика / В. И. Рыжик. М. : ВАКО, 2015. 240 с.
- 14. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / В. К. Егерев [и др.]; под ред. М. И. Сканави. 6-е изд. М.: Мир и образование: ОНИКС-ЛИТ, 2013.-608 с.
- 15. Тавгень, О. И. Математика в задачах. Теория и методы решений: планиметрия, стереометрия, текстовые задачи : пособие для учащихся / О. И. Тавгень, А. И. Тавгень. Минск : Аверсэв, 2005. 511 с.
- 16. Ткачук, В. В. Математика абитуриенту / В. В. Ткачук. 18-е изд. М. : Моск. центр непрерыв. мат. образования, 2018. 944 с.
- 17. Федельман, А. М. Математики в школе много не бывает: из опыта работы преподавания некоторых тем учебной программы по математике / А. М. Фельдман. Минск: Нар. асвета, 2017. 143 с.

#### РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Для освоения данной дисциплины предусмотрены следующие формы учебных занятий: *лекции*, в ходе которых излагается теоретический материал; *практические занятия* — их целью является формирование практических умений и навыков применять теоретические знания по элементарной математике к решению задач по планиметрии; *самостоятельная работа*, подразумевающая изучение студентами основной и дополнительной литературы по предмету и систематическое решение задач.

Для организации обучения могут использоваться электронные средства управления обучением (MOODLE), визуализации информации (презентации, обучающие видеоролики) и тестирования, а также средства обучения на печатной основе. Текущий и тематический контроль знаний может осуществляться посредством устных и письменных опросов по материалам лекций, отчётов по выполнению самостоятельной работы, тестовых заданий, проверочных и контрольных работ. Промежуточный контроль в виде зачёта проводится с использованием вопросов, размещенных в УМК и МООDLE.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

В процессе самостоятельной работы по дисциплине «Элементарная математика: планиметрия» студент выполняет следующие виды внеаудиторной деятельности:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного для самостоятельного изучения по источникам из списков основной и дополнительной литературы;
- подготовка к различным формам текущей и промежуточной аттестации (устным и письменным опросам, проверочным и контрольным работам, тестированию, зачёту);
- решение задач повышенной сложности; поиск различных способов их решения; составление задач на применение различных методов и приёмов решения; анализ материалов выпускных, конкурсных и вступительных испытаний:
- поиск необходимой информации в печатных изданиях и сети Интернет.

Для организации самостоятельной работы студентов и оценки её результатов можно использовать помощь тьюторов из числа студентов старших курсов.

# ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

<u>№</u> π/π	Название темы, раздела	Кол-во часов на СР		Форма выполнения
1	2	3	4	5
			4 семестр (50 часов)	
1	1.1 Виды углов и их основные свойства	4	Доказательство свойств углов с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами. Решение 5-ти задач из пособий [1-4], подбор / составление и запись с решением одной-двух нестандартных задач. Составление опорного конспекта (ментальной карты) по теме «Углы»	Письменный отчёт
2	1.2 Отношения между треугольниками и соотношения их элементов	6	Доказательство теорем Чевы и Менелая различными способами. Решение 5-ти задач из пособий [1-9; 14], подбор / составление и запись с решением одной-двух нестандартных задач. Составление опорного конспекта (ментальной карты) по теме «Треугольники»	Письменный отчёт
3	1.3 Углы и метрические соотношения, связанные с окружностью	8	Доказательство теорем о соотношениях и углах между отрезками хорд и секущих в окружности. Решение 5-ти задач из пособий [1-3; 5-11], подбор / составление и запись с решением одной-двух нестандартных задач. Составление опорного конспекта (ментальной карты) по теме «Окружность»	Письменный отчёт
4	1.4 Замечательные точки и линии треугольника	8	Доказательство теорем об ортоцентре треугольника, прямой и окружности Эйлера. Решение 5-ти задач из пособий [1-3; 5-12, 16], подбор / составление и запись с решением одной-двух нестандартных задач. Составление опорного конспекта	Письменный отчёт

			(ментальной карты) по теме «Замечательные точки и линии	
			треугольника»	
5	1.5 Многоугольники	6	Доказательство теоремы Птолемея. Решение 5-ти задач из пособий [1-3; 5-11, 14; 15], подбор / составление и запись с решением одной-двух нестандартных задач. Составление опорного конспекта (ментальной карты) по теме «Многоугольники»	Письменный отчёт
6	1.6 Площадь многоугольника, круга и его частей	6	Доказательство теорем о площадях различных видов многоугольников и круга. Решение 5-ти задач из пособий [1-3; 5-11, 14], подбор / составление и запись с решением однойдвух нестандартных задач. Составление опорного конспекта (ментальной карты) по теме «Площади многоугольников, круга»	Письменный отчёт
7	2.1 Виды планиметрических задач и методы их решения	6	Решение 5-ти задач из пособий [6; 7; 11; 15] с применением различных методов, подбор / составление и запись с решением одной-двух нестандартных задач	Письменный отчёт
8	2.2 Задачи на построение на плоскости	6	Решение 5-ти задач на построение из пособий [1-2; 4; 7; 10; 16] с применением различных методов, подбор / составление и запись с решением одной-двух нестандартных задач	Письменный отчёт

#### ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Для оценки соответствия достижений студентов требованиям данной программы используются типовые задания проверочных и контрольных работ, перечни вопросов по темам, размещённые в УМК, тесты по учебному материалу дисциплины, размещённые в МООDLE.

## ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЁТУ

- 1. Смежные и вертикальные углы, углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей. Признаки параллельных прямых.
- 2. Свойства углов с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами.
  - 3. Признаки равенства треугольников.
  - 4. Признаки подобия треугольников.
- 5. Соотношения между сторонами и углами произвольных треугольников.
- 6. Соотношения между сторонами и углами прямоугольных треугольников.
  - 7. Обобщённая теорема Пифагора.
  - 8. Теоремы Чевы и Менелая.
  - 9. Свойства хорд, секущих и касательных окружности.
  - 10. Измерение углов, связанных с окружностью.
  - 11. Взаимное расположение двух окружностей.
  - 12. Медианы треугольника и его центроид.
- 13. Биссектрисы треугольника, его инцентр и центр вневписанной окружности.
- 14. Центр окружности, описанной около треугольника. Высоты треугольника и его ортоцентр. Ортотреугольник.
  - 15. Прямая Эйлера. Окружность Эйлера. Формула Эйлера.
- 16. Многоугольники и их классификации. Четырёхугольники, их виды, свойства и признаки.
  - 17. Четырёхугольники, вписанные в окружность и описанные около неё. Теорема Птолемея.
- 18. Определение площади плоской фигуры. Формулы для вычисления площади многоугольников.
  - 19. Метод площадей. Примеры применения этого метода
- 20. Правильные многоугольники. Длина окружности и её частей, площадь круга и его частей.
- 21. Различные типы планиметрических задач. Методы решения планиметрических задач.
- 22. Понятие задачи на построение. Общая схема решения задач на построение. Основные задачи на построение циркулем и линейкой.
  - 23. Методы решения задач на построение на плоскости.

# ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ по учебной дисциплине «Элементарная математика: тригонометрия»

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Элементарная	Кафедра	С содержанием	Протокол № 4 от
математика: алгебра	математики и	данной учебной	11.11.2022
	методики	дисциплины	
	преподавания	согласуются,	
	математики	замечаний и	
	TC 1	предложений нет	
Элементарная	Кафедра	С содержанием	Протокол № 4 от
математика:	математики и	данной учебной	11.11.2022
тригонометрия	методики	дисциплины	
	преподавания математики	согласуются, замечаний и	
	Математики	предложений нет	
Методика обучения	Кафедра	С содержанием	Протокол № 4 от
алгебре и геометрии	математики и	данной учебной	11.11.2022
на II	методики	дисциплины	11.11.2022
ступени общего	преподавания	согласуются,	
среднего	математики	замечаний и	
образования		предложений нет	
Методика обучения	Кафедра	С содержанием	Протокол № 4 от
геометрии на III	математики и	данной учебной	11.11.2022
ступени общего	методики	дисциплины	
среднего	преподавания	согласуются,	
образования	математики	замечаний и	
7	T/ a 1 a	предложений нет	П 34.4
Элементарная	Кафедра	С содержанием	Протокол № 4 от
математика:	математики и	данной учебной	11.11.2022
стереометрия	методики преподавания	дисциплины согласуются,	
	математики	замечаний и	
	Marcharkki	предложений нет	
Аналитическая	Кафедра	С содержанием	Протокол № 4 от
геометрия	математики и	данной учебной	11.11.2022
1	методики	дисциплины	11.11.2022
	преподавания	согласуются,	
	математики	замечаний и	
		предложений нет	