

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

С.И.Василец

2022 г.

Регистрационный № УД-14-1-72-2022 уч.

АЛГЕБРА МНОГОЧЛЕНОВ И РАСШИРЕНИЯ ПОЛЕЙ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-02 05 01 Математика и информатика

2022 г.

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 01 Математика и информатика (ОСВО 1-02 05 01 – 2021); учебного плана специальности 1-02 05 01 Математика и информатика; типовой учебной программы (____.____.202__, № ТД-_____/тип.)

СОСТАВИТЕЛЬ:

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И.И.Рушнова, заведующий кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Ю.А.Быкадоров, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

СОГЛАСОВАНО:

И.о. директора

ГУО «Средняя школа № 203 г. Минска»



[Handwritten signature]

Н.В.Шкор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики (протокол № 11 от 23.05.2022);

Заведующий кафедрой

[Handwritten signature]

Н.В.Гриб

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 8 от 12.07.2022)

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического отдела

[Handwritten signature]

Е.В.Тихонова

Директор библиотеки

[Handwritten signature]

Н.П.Сятковская.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по дисциплине «Алгебра многочленов и расширения полей» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой ступени по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика.

Цель учебной дисциплины – обеспечить будущего учителя математики и информатики мощным аппаратом теории многочленов и полей для углубленного изучения алгебры на всех уровнях математического образования – от школьной математики на профильном уровне до магистратуры.

Задачи дисциплины:

- на единой математической базе дать строгое изложение ключевых понятий и теорем алгебры многочленов;
- сформировать теоретическую базу и инструментарий для изучения конечномерных расширений полей, играющих ключевую роль при изучении последующей дисциплины модуля «Алгебра и теория чисел»;
- продемонстрировать связь теории конечномерных расширений полей с классическими задачами геометрии;
- использовать возможности информационных технологий для повышения эффективности проведения лабораторных и практических занятий с использованием систем компьютерной математики

Место учебной дисциплины в системе подготовки преподавателей математики и связь с другими учебными дисциплинами

Дисциплина «Алгебра многочленов и расширения полей» – одна из ведущих специальных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя математики и информатики. Она является логическим завершением дисциплины «Алгебраические структуры и теория чисел», а также естественным углублением и обобщением таких центральных разделов школьной алгебры, как уравнения с одной или двумя переменными, теорема Виета, факторизация многочленов, канонические уравнения, уравнения с параметрами, геометрические задачи на построение.

С другой стороны, она закладывает фундамент для освоения ключевой дисциплины «Алгебраические методы в защите информации», предусмотренной учебным планом специальности для освоения студентами математических основ защиты информации.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен **знать:**

- основные теоремы конечномерных расширений полей;
- свойства многочленов над числовыми полями;
- теоремы делимости многочленов над произвольным полем;

уметь:

- применять теоремы делимости многочленов для решения задач факторизации и локализации корней многочленов;
- обосновывать фундаментальную теорему алгебры на базе свойств симметрических многочленов;
- переводить на алгебраический язык задачи на построение циркулем и линейкой на базе свойств конечномерных расширений полей.

владеть:

- навыками изложения доказательств теоретико-числовых утверждений;
- навыками решения типовых теоретико-числовых задач.

Освоение учебной дисциплины «Алгебра многочленов и расширения полей» должно обеспечить формирование следующей компетенции: БПК-16: Применять теорию многочленов для решения прикладных задач в педагогической практике.

В рамках образовательного процесса по учебной дисциплине «Алгебра многочленов и расширения полей» студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

На изучение учебной дисциплины «Алгебра многочленов и расширения полей» при дневной форма получения образования на 2 курсе в 3 семестре отводится 120 часов, из них аудиторных – 54 часа (лекции – 20 часов, практические занятия – 34 часа). На самостоятельную работу студентов отводится 66 часов.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Алгебра многочленов

1.1. Делимость в кольце многочленов над произвольным полем

Деление многочленов с остатком; НОД многочленов; взаимно простые многочлены; свойства простых многочленов; кратные корни многочленов; основная теорема делимости многочленов.

1.2. Кольцо многочленов по модулю $m(x)$

Поле многочленов по модулю $m(x)$; поле разложения; теорема Виета.

1.3. Фундаментальная теорема алгебры

Симметрические многочлены; элементарные симметрические многочлены; фундаментальные теоремы алгебры I и II.

1.4. Многочлены над полями комплексных и действительных чисел

Простые многочлены над полем комплексных чисел; каноническое разложение над полем комплексных чисел; простые многочлены над полем действительных чисел; каноническое разложение над полем действительных чисел.

1.5. Многочлены над полем рациональных чисел

Примитивные многочлены; признаки неприводимости над полем рациональных чисел; необходимые признаки наличия целого и рационального корней.

Раздел 2. Расширения полей

2.1. Алгебраический элемент и его минимальный многочлен

Алгебраические и трансцендентные элементы; минимальный многочлен алгебраического элемента; степень алгебраического элемента.

2.2. Виды расширений

Базис и степень расширения; алгебраическое расширение; повторное расширение; простое и составное расширения; поле алгебраических чисел.

2.3. Приложения теории расширения полей

Квадратичные расширения; корни кубических уравнений с рациональными коэффициентами и квадратичные расширения; неразрешимость классических задач геометрии на построение циркулем и линейкой; теорема Гаусса; проблема разрешимости уравнения в радикалах.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА
(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы,	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов		Самостоятельная работа	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия				
1	2	3	4	5	6	7	8
1 семестр							
1	Алгебра многочленов	10	24	36		[1-8]	
1.1	Делимость в кольце многочленов над произвольным полем Деление многочленов с остатком; НОД многочленов; взаимно простые многочлены; свойства простых многочленов; кратные корни многочленов; основная теорема делимости многочленов.	2	4		Методические пособия [1-7]		
1.2	Кольцо многочленов по модулю $m(x)$ Поле многочленов по модулю $m(x)$; поле разложения; теорема Виета.	2	4		Методические пособия [2]		Проверочная работа
1.3	Фундаментальная теорема алгебры Симметрические многочлены; элементарные симметрические многочлены; фундаментальные теоремы алгебры I и II.	2	4	6	Раздаточные материалы		

1.4	Многочлены над полями комплексных и действительных чисел Простые многочлены над полем комплексных чисел; каноническое разложение над полем комплексных чисел; простые многочлены над полем действительных чисел; каноническое разложение над полем действительных чисел.	2	6	10	Методическое пособие [1-7]		Теоретический тест
1.5	Многочлены над полем рациональных чисел Примитивные многочлены; признаки неприводимости над полем рациональных чисел; необходимые признаки наличия целого и рационального корней.	2	6	20	Методическое пособие [1-6]		Рейтинговая контрольная работ
2	Расширения полей	10	10	30		[1-8]	
2.1	Алгебраический элемент и его минимальный многочлен Алгебраические и трансцендентные элементы; минимальный многочлен алгебраического элемента; степень алгебраического элемента.	2	2		Материалы в MOODLE		Устный опрос
2.2	Виды расширений Базис и степень расширения; алгебраическое расширение; повторное расширение; простое и составное расширения; поле алгебраических чисел.	4	4	20	Материалы в MOODLE		Теоретический тест
2.3	Приложения теории расширения полей Квадратичные расширения; корни кубических уравнений с рациональными коэффициентами и квадратичные расширения; неразрешимость классических задач геометрии на построение циркулем и линейкой; теорема Гаусса; проблема разрешимости уравнения в радикалах.	4	4	10	Материалы в MOODLE	[6]	Рейтинговая контрольная работа
	Итого за семестр:	20	34	66			Экзамен

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**ЛИТЕРАТУРА****Основная литература**

1. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / А. Г. Курош // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51544>. – Дата доступа: 20.05.2022.
2. Черняк, А. А. Алгебра в задачах и решениях : пособие : в 2 ч. / А. А. Черняк. – Минск: Белорус. гос. пед. ун-т, 2008. – Ч. 2 : Алгебраические структуры, целочисленная арифметика, многочлены. – 110 с.
3. Черняк, А. А. Математические расчеты в среде Mathcad / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – М.: Юрайт, 2021. – 162 с.

Дополнительная литература

4. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов мат. специальностей вузов : в 2 ч. / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. – Ч. 2. – 401 с.
5. Журавлев, Ю. И. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры : учеб. пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2022. – 223 с.
6. Ларин, С. В. Алгебра: многочлены : учеб. пособие для вузов / С. В. Ларин. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2022. – 136 с.
7. Окунев, Л. Я. Высшая алгебра : учебник / Л. Я. Окунев. – СПб. : Лань, 2014. – 336 с.
8. Окунев, Л. Я. Сборник задач по высшей алгебре : учеб. пособие / Л. Я. Окунев. – СПб. : Лань, 2009. – 192 с.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Кроме того, рекомендуется проведение практических занятий на базе систем компьютерной математики, что призвано повысить эффективность учебного процесса, а также проиллюстрировать студентам преимущества использования современных информационных технологий в учебном процессе.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В принципе, каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

- метод Штурма локализации корней многочленов с действительными коэффициентами;
- доказательства основных теорем о конечномерных расширениях полей;
- доказательство фундаментальной теоремы алгебры без использования теории симметрических многочленов;
- доказательство теоремы Гаусса о правильных многоугольниках, построимых циркулем и линейкой;
- понятие результата двух многочленов и дискриминанта многочлена n -й степени.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях и коллоквиумах.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

№ /п	Название темы раздела	Кол-во часов на СРС	Задание	Форма выполнения
1	Алгебра многочленов	36		
1.1	Делимость в кольце многочленов над произвольным полем	-		
1.2	Кольцо многочленов по модулю $m(x)$	-		
1.3	Фундаментальная теорема алгебры	6	[2]	Доклад и обсуждение на консультации
1.4	Многочлены над полями комплексных и действительных чисел	10	[1-3]	Решение задач
1.5	Многочлены над полем рациональных чисел	20	[6-7]	Доказать сформулированные на лекции теоремы
2	Расширения полей	30		
2.1	Алгебраический элемент и его минимальный многочлен	-		
2.2	Виды расширений	20	[6]	Сделать вывод формул
2.3	Приложения теории расширения полей	10	Раздаточные материалы	Письменный отчет
	Всего	66		

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по второму разделу программы для подготовки к устной части экзамена.

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ – по одной по каждому из двух разделов.

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование информационных технологий (компьютерное тестирование).

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

1. Деление многочленов с остатком над произвольным полем;
2. НОД и НОК многочленов.
3. Кратные корни многочленов; основная теорема делимости многочленов.
4. Поле многочленов по модулю $m(x)$;
5. Поле разложения.
6. Теорема Виета.
7. Симметрические многочлены.
8. Фундаментальные теоремы алгебры I и II.
9. Простые многочлены над полем комплексных чисел.
10. Каноническое разложение над полем комплексных чисел.
11. Простые многочлены над полем действительных чисел.
12. Каноническое разложение над полем действительных чисел.
13. Примитивные многочлены; признаки неприводимости над полем рациональных чисел.
14. Необходимые признаки наличия целого и рационального корней.
15. Алгебраические и трансцендентные элементы.
16. Минимальный многочлен алгебраического элемента.
17. Базис и степень расширения.
18. Алгебраическое расширение; повторное расширение.
19. Простое и составное расширения.
20. Поле алгебраических чисел.
21. Квадратичные расширения.
22. Корни кубических уравнений с рациональными коэффициентами и квадратичные расширения.
23. Неразрешимость классических задач геометрии на построение циркулем и линейкой.
24. Теорема Гаусса.
25. Проблема разрешимости уравнения в радикалах.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
по учебной дисциплине « Алгебра многочленов и расширения полей»

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
Алгебраические методы защиты информации	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	23.05.2022 г., протокол № 10
Алгебраические структуры и теория чисел	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	23.05.2022 г., протокол № 10