

**О. А. Баркович,**  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры алгебры и геометрии БГПУ

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ В МИНИ-ГРУППАХ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ**

Согласно новым образовательным стандартам, в результате изучения учебной дисциплины «Алгебра» выпускники педагогических вузов должны овладеть рядом профессиональных компетенций, среди которых важное значение имеют следующие: уметь работать самостоятельно; повышать свою квалификацию в течение всей жизни; уметь работать в команде; осуществлять профессиональное самообразование и самовоспитание с целью совершенствования профессиональной деятельности.

Вышеперечисленные компетенции формируются именно в процессе управляемой самостоятельной работы студентов (УСРС), которая максимально учитывает запросы и возможности каждого из них и одновременно совершенствует их творческую индивидуальность.

Для средней школы организация самостоятельной работы учащихся, в рамках технологии разноуровневого обучения, хорошо разработана [1; 2].

Интерес к идеям разноуровневого обучения проявила и высшая школа. И главный вопрос здесь состоит в том, как обеспечить усвоение учебного материала каждым студентом в зоне его ближайшего развития.

В настоящее время большое распространение в публикациях получило понятие «индивидуальная образовательная траектория (ИОТ)», которое в основном рассматривается как персональный путь или маршрут реализации учебной деятельности одного студента [3, с. 67]. При таком подходе студенты могут выбирать подходящие для них элементы процесса обучения: уровень, объем, содер-

жание учебной дисциплины (не ниже стандартного), темп ее изучения [4, с. 67].

Необходимо отметить, что, с одной стороны, разработка ИОТ студентов в полном объеме (включая индивидуальные учебные планы и расписание занятий) на практике оказывается непростой задачей. Как отмечает Р. М. Петрунева, понятие «индивидуализация обучения» часто используется для обозначения относительной индивидуализации, которая используется эпизодически и учитывает не личные качества каждого студента, а групповые [5].

С другой стороны, как отмечают С. И. Осипова и Т. В. Соловьева, к сожалению, в литературе трудно найти целостный набор средств и методов, совокупность которых позволила бы обеспечить реализацию индивидуальных образовательных траекторий студентов. Поэтому изучение механизма реализации ИОТ на уровне высшего образования представляет актуальную проблему для педагогической теории и практики [4, с. 68].

Интересной с этой точки зрения представляется идея метода мини-групп для создания в вузе оптимальных условий активного обучения на практических занятиях. В этом случае учебная группа студентов распределяется на несколько мини-групп, каждая из которых выполняет специфическое задание. В психолого-педагогической и методической литературе выделяются следующие формы работы в мини-группах: написание тезисов по изученному материалу; составление терминологического понятийного словаря; разработка схемы из структурных блоков по пройденному материалу [6].

Индивидуально-дифференцированной технологии формирования профессиональной направленности изучения учебной дисциплины студентами на занятиях посвящена и работа Т. Л. Горностай. Основу такой технологии составляют разноуровневые задания: каждый студент имеет возможность овладеть учебным материалом на одном из трех уровней (не ниже стандартного) в зависимости от его способностей и индивидуальных особенностей [7].

Как создать условия для развития личностного потенциала студентов и улучшить качество их знаний по алгебре?

На основании опыта работы в вузе мы пришли к выводу, что «индивидуальные образовательные траектории» целесообразно выстраивать не для каждого отдельного студента, а для мини-групп студентов, имеющих примерно одинаковый уровень успеваемости по учебной дисциплине, то есть фактически выстраивать образовательные траектории мини-групп.

В учебном процессе выделяется два вида управляемой самостоятельной работы:

1) аудиторная – выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя;

2) внеаудиторная – самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или в мини-группах в зависимости от цели, объема, уровня сложности и степени уровня умений студентов.

При изучении учебной дисциплины «Алгебра» целесообразно организовывать самостоятельную работу студентов в мини-группах при проведении практических занятий, коллоквиумов, консультаций, а также при выполнении домашнего задания. Организация работы в каждой из вышеперечисленных форм имеет свои методические особенности.

Но, в любом случае, начинать работу целесообразно с проведения трехэтапной диагностической самостоятельной работы по разделу «Целые числа», то есть на начальном этапе изучения учебной дисциплины «Алгебра». В этом разделе предусмотрено изучение трех взаимосвязанных тем: «Делимость целых чисел», «Наибольший общий делитель. Деление с остатком», «Алгоритм Евклида». По каждой из этих тем, после изложения соответствующего материала на лекции и разбора решения стандартных задач со всей группой, проводится диагностическая самостоятельная работа.

Среднее арифметическое баллов, полученных на трех самостоятельных работах, позволяет выделить три мини-группы в соответствии со степенью усвоения учебного материала: первая мини-группа, I уровень, соответствует отметке 4–5 баллов; вторая мини-группа, II уровень, соответствует отметке 6–8 баллов; третья мини-группа, III уровень, соответствует отметке 9–10 баллов.

Самостоятельная работа в мини-группах проводится в течение всего периода изучения учебной дисциплины «Алгебра»: при проведении практических занятий, коллоквиумов, консультаций, при выполнении домашних заданий. При организации самостоятельной работы в мини-группах большую роль играет этап подбора заданий в соответствии с тремя уровнями усвоения материала. В разработанных нами учебно-методических пособиях [8–9] представлена система разноуровневых заданий, позволяющая выстраивать образовательные траектории для трех мини-групп.

Состав мини-групп может меняться на протяжении периода изучения учебной дисциплины, что зависит от степени усвоения учебного материала, а также от мотивации студента. Переход из одной группы в другую организуется и контролируется преподавателем. Практика работы показала, что студенты реально оценивают свои возможности и, заметим, не испытывают дискомфорта от того, что выполняют самостоятельную работу первого уровня, а не второго или третьего.

**На практических занятиях** самостоятельная работа в мини-группах проводится, как правило, на этапе закрепления изученного материала и на этапе контроля.

На практических занятиях на этапе закрепления изученного материала часть времени выделяется для работы со всей группой, как правило, это начальный этап изучения темы или этап обобщения и систематизации, а часть времени выделяется для работы в мини-группах.

Приведем пример содержания и методики проведения трех практических занятий по разделу «Комплексные числа» учебной дисциплины «Алгебра» с использованием элементов самостоятельной работы в мини-группах.

Тема первого практического занятия – «Алгебраическая форма комплексного числа». Студенты должны научиться производить действия над комплексными числами, представленными в алгебраической форме. Задания вычислительного характера I уровня и II уровня снабжены ответами. Студенты могут решать задания в индивидуальном темпе и пере-

ходит от решения одной задачи к другой при условии получения правильного ответа. Отметим, что для подбора заданий вычислительного характера и проверки правильности ответа целесообразно использовать систему компьютерной математики Maple [8, с. 44–46].

### Примеры заданий для работы в мини-группах

#### I уровень

1. Вычислить:

$$z_1 + z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2},$$

если  $z_1 = 3 - i$ ,  $z_2 = -2 + 3i$ .

$$\text{Ответы: } z_1 + z_2 = 1 + 2i,$$

$$z_1 \cdot z_2 = -3 + 11i,$$

$$\frac{z_1}{z_2} = -\frac{9}{13} - \frac{7}{13}i.$$

2. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа:

$$1) z_1 = (5 - 3i)(-7 + 3i);$$

$$2) z_2 = \frac{(3 + 4i)(-1 + 2i)}{5 - 7i}.$$

$$\text{Ответы: } 1) \operatorname{Re} z_1 = 5; \operatorname{Im} z_1 = -3;$$

$$2) \operatorname{Re} z_2 = -\frac{13}{74}; \operatorname{Im} z_2 = \frac{41}{74}.$$

#### II уровень

1. Вычислить:

$$\frac{2 - 3i}{1 - 2i} + \frac{(1 - i)^2}{2 + i}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{6}{5} - \frac{3}{5}i.$$

2. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа:

$$1) z_1 = \frac{(1 + i)^2}{1 + \sqrt{3}i};$$

$$2) z_2 = \frac{5 - 4i}{(1 - i)(3 - 2i)}.$$

$$\text{Ответы: } 1) \operatorname{Re} z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{Im} z_1 = \frac{1}{2};$$

$$2) \operatorname{Re} z_2 = \frac{9}{2}; \operatorname{Im} z_2 = \frac{1}{2}.$$

#### III уровень

$$1. \text{ Вычислить: } \left( \frac{-1 + i\sqrt{5}}{2i} \right)^3 + \left( \frac{-1 - i\sqrt{5}}{2i} \right)^3.$$

$$\text{Ответ: } \frac{7}{2}i.$$

2. Найти комплексное число  $z$  из условия:  
 $(1 - zi)(2 + i) - (z - i)(3 - i) = 1 + 2i$ .

На втором практическом занятии студенты знакомятся с геометрической интерпретацией комплексных чисел и их представлением в тригонометрической форме, а также учатся умножать и делить комплексные числа, представленные в тригонометрической форме. На этом занятии больший акцент делается на работу со всей группой. Однако одно задание предлагается для работы в мини-группах:

#### I уровень

Изобразить на комплексной плоскости и записать в тригонометрической форме числа:  $z_1 = -2$ ,  $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$ .

#### II уровень

Изобразить на комплексной плоскости множество чисел, удовлетворяющих системе

$$\text{неравенств: } \begin{cases} 2 \leq |z| + 1 \leq 3 \\ \frac{\pi}{2} \leq \arg\left(\frac{z}{1 - i\sqrt{3}}\right) \leq \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

#### III уровень

Среди комплексных чисел  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| = |z - 2i|$ , найти число с наименьшим модулем.

При изучении темы «Возведение в степень и извлечение корня» на протяжении всего занятия происходит активная работа в мини-группах.

В начале занятия студенты получают дидактический материал, в котором представлены задания всех трех уровней по изучаемой теме, а также необходимый теоретический минимум. Для удобства весь материал компактно размещается на одной странице. Ниже приведен пример представления дидактического материала по изучаемой теме.

### ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ И ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЯ

$\varphi$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
$\cos \varphi$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin \varphi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

$z = a + bi$	$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \begin{cases} \cos \varphi = \frac{a}{r} \\ \sin \varphi = \frac{b}{r} \end{cases}$	$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$
$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$	$z^n = r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$ (формула Муавра)	$z_k = \sqrt[n]{r} \left( \cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$ $k = 0, 1, \dots, n-1$

**I уровень**

1. Вычислить:

1)  $(1+i)^{12}$ ; 2)  $(-1+i\sqrt{3})^6$ .

*Ответы:* 1)  $-2^6$ ; 2)  $2^6$ .

2. Найти все значения:

1)  $\sqrt[3]{1}$ ; 2)  $\sqrt[3]{-5}$ ; 3)  $\sqrt[4]{-1+i\sqrt{3}}$ .

*Ответ:*

3)  $\sqrt[4]{2} \left( \cos \frac{\pi + 3\pi k}{6} + i \sin \frac{\pi + 3\pi k}{6} \right), k = \overline{0, 3}$ .

3. Решить уравнение:

1)  $z^4 = 1$ ; 2)  $z^4 + 1 = 0$ .

**II уровень**

3. Вычислить:

1)  $\left( \frac{4}{\sqrt{3} + i} \right)^{12}$ ; 2)  $\frac{(\sqrt{3} + i)^6}{(-1+i)^8 - (1+i)^4}$ .

*Ответы:* 1)  $2^{12}$ ; 2)  $-\frac{16}{5}$ .

4. Найти все значения:

1)  $\sqrt[4]{-16}$ ; 2)  $\sqrt[4]{-1+i\sqrt{3}}$ ; 3)  $\sqrt[6]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$ .

*Ответ:*

3)  $\frac{1}{\sqrt[12]{2}} \left( \cos \frac{19\pi + 24\pi k}{72} + i \sin \frac{19\pi + 24\pi k}{72} \right), k = \overline{0, 5}$ .

3. Решить уравнение:

1)  $z^7 - 1 = 0$ ; 2)  $z^8 + 16 = 0$ .

**III уровень**

1. Записать в алгебраической форме число

$(\sqrt{3} + i)^{17}$ .

*Ответ:*  $-2^{16}\sqrt{3} + 2^{16}i$ .2. Найти все  $z$ , для которых  $z^4 = 16i$ , и изобразить их на комплексной плоскости.3. Пользуясь формулой Муавра, выразить через степени  $\cos \varphi$  и  $\sin \varphi$  тригонометрические функции кратных углов:

1)  $\cos 3\varphi$  и  $\sin 3\varphi$ ; 2)  $\cos 5\varphi$  и  $\sin 5\varphi$ .

Каждый студент находится на данный момент в первой, второй или третьей мини-группе и начинает решать самостоятельно соответствующие задания.

Студенты второй и третьей мини-групп в первой половине практического занятия работают самостоятельно. Решение задач мотивирует их на более успешное обучение. Преподаватель периодически контролирует их работу и при необходимости корректирует выполнение ими заданий.

Наблюдая за ходом решения заданий во второй и третьей мини-группах, преподаватель назначает ответственных за презентацию некоторых заданий перед всей группой во второй половине практического занятия. Но основное внимание и помощь преподавателя на этом этапе обращены на студентов первой мини-группы, которые решают задачи по образцу. Примеры решения типовых задач приведены в учебно-методических пособиях автора [8; 9], там же содержится и необходимый теоретический минимум для их решения.

Если в первой половине практического занятия основное внимание и помощь преподавателя обращены на студентов первой мини-группы, то во второй половине практического занятия осуществляется анализ решения задач II уровня и выборочно III уровня. Студенты первой мини-группы на этом этапе могут работать самостоятельно, закрепляя выработанные на первом этапе умения и навыки решения типовых задач по образцу, а также могут знакомиться с решением более сложных задач по изучаемой теме, наблюдая за презентацией задач студентами второй и третьей мини-групп и задавая уточняющие вопросы. Тем самым создаются предпосылки для перехода студентов первой мини-группы во вторую мини-группу.

Дифференцировать самостоятельную работу студентов можно не только на практических занятиях, но и при подготовке к **коллоквиуму**, заранее предоставляя им список разноуровневых теоретических вопросов и задач.

При подготовке к коллоквиуму организуется плодотворное сотрудничество студентов разных мини-групп. Студенты третьей мини-группы курируют подготовку студентов второй мини-группы, а студенты второй мини-группы – подготовку студентов первой мини-группы: выстраиваются соответствующие цепочки взаимодействия и взаимопомощи.

Поводом обращения студентов третьей мини-группы к преподавателю может быть как невозможность решить задачу своего уровня, так и неудачи при объяснении материала студентам второй мини-группы. На коллоквиум студенты приходят всей цепочкой. Вначале выступают студенты первой мини-группы. Их консультанты со второй мини-группы слушают, как они отвечают и для себя отмечают, насколько смогли они их обучить необходимому минимуму знаний. Затем отвечают студенты второй мини-группы, их уже внимательно слушают как студенты первой мини-группы, так и третьей. Первые – с целью упорядочивания своих знаний, а вторые – делают выводы для себя, насколько продуктивно они поработали при подготовке студентов второй мини-группы к коллоквиуму. Как правило, ответы студентов третьей мини-группы являются образцом для студентов второй и третьей мини-групп.

Встречаются и такие студенты, которых преподаватель вынужден перевести со второй мини-группы в первую. Это уже повод для того, чтобы студента персонально пригласить на **консультацию**. Также персональное приглашение на консультацию получают студенты первой мини-группы, которые не осваивают решение типовых заданий по образцу или затрачивают на решение этих заданий слишком много времени. Консультация по учебной дисциплине проводится раз в неделю согласно расписанию.

При проведении **контрольных работ** студентам также предлагаются задания трех уровней сложности, причем четко оговаривается, какие задания на какой уровень рассчитаны.

Повышение эффективности обучения может быть достигнуто при условии не только высокого качества аудиторных занятий, но и хорошо организованного **домашнего задания**.

В домашних заданиях мы выделяем уровни сложности. Отметим, что для студентов первой мини-группы, которые овладели навыками выполнения типовых заданий, повторное выполнение таких же заданий – требование заниженное. Представляется методически оправданным освободить этих студентов от обязательного домашнего задания и предложить им поработать над заданием

II уровня, что будет способствовать углублению их знаний.

При выполнении домашних заданий по алгебре представляет интерес использование системы компьютерной математики Maple. Студенты таким образом получают возможность проверить правильность вычислений, а в некоторых случаях получить графическое представление полученных результатов. Система Maple весьма актуальна также и для преподавателя, поскольку позволяет подбирать многовариантные задания с красивыми целочисленными ответами и проверять правильность результатов вычислений [10].

Как показывает анализ литературы и наш опыт, именно такая организация управляемой самостоятельной работы студентов в мини-группах, построенная на концепции уровневой дифференциации, усиливает их мотивацию к изучению учебной дисциплины и способствует формированию творческой личности специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, к работе в команде и инновационной деятельности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Алейникова, Д. К.* Самостоятельное разноуровневое обучение математике учащихся профильных классов в подвижных группах : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Д. К. Алейникова ; Белорус. гос. пед. ун-т им. Максима Танка. – Минск, 2001. – 22 с.
2. *Перевозный, А. В.* Дидактические основы дифференциации школьного образования / А. В. Перевозный. – Минск : ИВЦ Минфина, 2013. – 192 с.
3. *Плаксина, О. А.* Проектирование индивидуальной образовательной траектории в вузе / О. А. Плаксина, Т. А. Матвеева // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2013. – № 12. – С. 66–73.
4. *Осипова, С. И.* Проектирование студентом индивидуальной образовательной траектории в условиях информатизации образования : моногр. / С. И. Осипова, Т. В. Соловьева. – М. : ИНФРА-М; Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2014. – 140 с.
5. *Петрунева, Р. М.* Индивидуально-ориентированная организация учебного процесса: иллюзии и реальность / Р. М. Петрунева // Высшее образование в России. – 2011. – № 5. – С. 65–70.
6. *Донцов, А. И.* Минигрупповой подход (метод минигрупп) как способ активного обучения старшеклассников и студентов / А. И. Донцов, Д. А. Донцов, М. В. Донцова // Вестник практической психологии образования. – 2012. – № 1 (30). – С. 62–65.
7. *Горноста́й, Т. Л.* Основные подходы к преподаванию курса «История образования и педагогической мысли». Индивидуально-диффе-

- ренцированная технология формирования профессиональной направленности студентов / Т. Л. Горноста́й // Народная асвета. – 2014. – № 7. – С. 7–10.
8. Баркович, О. А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / О. А. Баркович. – Минск : БГПУ, 2005. – Ч. 1 : Введение в алгебру. – 134 с.
9. Баркович, О. А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / О. А. Баркович. – Минск : БГПУ, 2006. – Ч. 2 : Линейная алгебра. – 112 с.
10. Баркович, О. А. Использование системы компьютерной математики Maple в самостоятельной работе студентов-математиков / О. А. Баркович // Современное образование в России: проблемы и перспективы развития : материалы междунар. науч.-практ. конф., СПб.,

11–12 дек. 2009 г. / Санкт-Петербургский ин-т управления и права. – СПб., 2009. – С. 9–10.

#### SUMMARY

*This article analyzes some approaches to the organization of differentiated controlled independent work of students in higher education are analyzed. The methodical features of its organization on algebra in mini-groups of three levels are considered. The possible models to build mini-group educational trajectories in practical lessons, preparation for colloquium, consultations, control works and homework are given. The methods for organization of fruitful student's cooperation from different mini-groups are also given. This approach in teaching of algebra allows to implement educational programs and increase the motivation of students to work independently.*

Поступила в редакцию 14.04.2015 г.