УДК 517.968.23

Т. С. Автушко
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики БГУИР

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АССОЦИИРОВАННЫХ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ЧЕРЕЗ АССОЦИИРОВАННЫЕ ФУНКЦИИ КОШИ

В статье исследуется задача Коши для линейного дифференциального уравнения m-го порядка с обобщенными коэффициентами

$$\begin{cases} y^{(m)}(t)+a'_m(t)y^{(m-1)}(t)+\ldots+ \\ +a'_2(t)y'(t)+a'_1(t)y(t)+f'(t)=0, \\ y(0)=c_1,\, y'(0)=c_2,\, y''(0)=c_3,\,\ldots, \\ y^{(m-1)}(0)=c_m, \end{cases} \tag{1}$$

где $t\in \boldsymbol{T}=[0,b]$, $c_i,b\in\mathbb{R}$, $f,a_i:\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$ – непрерывные справа функции ограниченной вариации, f', a_i' – их обобщенные производные, $i=\overline{1,m}, m\in\mathbb{N}$.

Запишем задачу (1) в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} X'(t)=L'(t)X(t)+F'(t), t\in\boldsymbol{T}, \\ X(0)=X_0. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $X_1(t)=y(t)$,

$X_2(t)=y'(t)$,

$\ldots$,

$X_m(t)=y^{(m-1)}(t)$,

$X(t)=(X_1(t),\ldots,X_m(t))^T$,

$X_0=(c_1,\ldots,c_m)^T$,

$F(t)=(0,0,\ldots,0,-f(t))^T$,

$L(t)=[L_{ij}(t)]_{i,j=1}^m$,

$L_{ij}(t)=\begin{cases}0, i\neq j-1,\\ t, i=j-1,\end{cases} i=\overline{1,m-1}, j=\overline{2,m};$

$L_{mj}(t)=-a_j(t), j=\overline{1,m}$,

T – знак транспонирования.

В настоящей работе задача Коши (1) исследуется в прямом произведении алгебр мнемофункций (см., напр., [1]). Этот подход позволяет с единых позиций охватить аналогичные результаты из работ [2–5]. Данная статья является продолжением работы [6], где были найдены ассоциированные решения исходной задачи. Здесь вводятся и исследуются ассоциированные фундаментальные матрицы, функции Коши, даются представления ассоциированных решений через ассоциированные фундаментальные матрицы и функции Коши. Ранее подобные вопросы были исследованы в случае $m = 2$ в работах [1; 7].

В прямом произведении алгебр мнемофункций задача Коши (2) будет иметь на уровне представителей следующий вид

$$\begin{cases} X_n(t+h_n)-X_n(t)= \\ =[L_n(t+h_n)-L_n(t)]X_n(t)+ \\ +[F_n(t+h_n)-F_n(t)], t\in\boldsymbol{T}, \\ X_n(t)|_{[0,h_n)}=X_{n0}(t), n\in\mathbb{N}. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $X_n(t)=(X_n^1(t),\ldots,X_n^m(t))^T$,

$X_{n0}(t)=(X_{n0}^1(t),\ldots,X_{n0}^m(t))^T$,

$L_n(t)=[L_{ij}^n(t)]_{i,j=1}^m$,

$L_{ij}^n(t)=\begin{cases}0, i\neq j-1,\\ t, i=j-1,\end{cases} i=\overline{1,m-1}, j=\overline{2,m};$

$L_{mj}^n(t)=-a_j^n(t), j=\overline{1,m}$,

$F_n(t)=(0,\ldots,-f_n(t))^T$,

$f_n(t)=(f*\rho_n^0)(t)$,

$\rho_n^0(t)=\gamma^0(n)\rho(\gamma^0(n)t)$,

$a_i^n(t)=(a_i*\rho_n^i)(t)$,

$\rho_n^i(t)=\gamma^i(n)\rho(\gamma^i(n)t)$,

$\gamma^i(n)\to\infty$ при $n\to\infty$, $i=\overline{0,m}$,

$\rho\geq 0$, $\rho\in C^\infty(\mathbb{R})$, $\operatorname{supp}(\rho)[0,1]$,

$\int_0^1\rho(s)ds=1$.

В дальнейшем будем полагать $\|\cdot\|$ – норма в $\mathbb{R}^n$, интегралы и дифференциалы от матричнозначных и векторнозначных функций берутся покоординатно.

Известно из [6], если для любых a_i, f: $\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$, $i=\overline{1,m}$ – непрерывных справа функций ограниченной вариации, последовательность решений задачи (4) при $n\to\infty, h_n\to 0$, $\gamma^i(n)\to\infty$ сходится покоординатно в $\boldsymbol{L}^1(\boldsymbol{T})$, то $h_n=o\left(\frac{1}{\gamma^i(n)}\right)$ или $\frac{1}{\gamma^i(n)}=o(h_n), i=\overline{0,m}$. Поэтому далее рассматриваются только эти случаи.

Теорема 1 [6]**.** Пусть $a_i, f:\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$, $i=\overline{1,m}$ – непрерывные справа функции ограниченной вариации, $\{X_n(t), t\in\boldsymbol{T}, n\in\mathbb{N}\}$ – последовательность решений задачи Коши (4) и

$$\sup_{t\in[0,h_n)}\left\|X_{n_0}(t)-X_0\right\|\xrightarrow[n\to\infty,h_n\to 0]{}0. \qquad (4)$$

Тогда при $n\to\infty, h_n\to 0$ так, что

$$h_n=o\left(\frac{1}{\gamma^i(n)}\right) \text{ либо } \frac{1}{\gamma^i(n)}=o(h_n),\ i=\overline{0,m}$$

$$\int_{\boldsymbol{T}}\left\|X_n(t)-X^p(t)\right\|dt\to 0, p=\overline{1,2^m}, \qquad (5)$$

где $X^p(t), p=\overline{1,2^m}$ – решение уравнения

$$X^p(t)=X_0+\int_0^t dL^p(s)X^p(s)+F(t)-F(0), t\in\boldsymbol{T}, \qquad (6)$$

здесь интеграл – неклассический интеграл Римана–Стилтьеса

$$L^p(t)=L^c(t)+\sum_{\mu_l\le t}\Delta L^p(\mu_l), t\in\boldsymbol{T}, \forall p=\overline{1,2^m},$$

где $L^c(t)$ – непрерывная составляющая функции $L(t)$, $\mu_l, l\in\mathbb{N}$ – точки разрыва L;

$$\Delta L^p(\mu_l)=\left[\Delta L^p_{ji}(\mu_l)\right]^m_{j,i=1}=L^p(\mu_l)-L^p(\mu_l-), p=\overline{1,2^m},$$

$n\to\infty, h_n\to 0$, $\gamma^i(n)\to\infty$ имеют вид:

при $\frac{1}{\gamma^m(n)}=o(h_n)$

$\Delta L^p_{ji}(\mu_l)=0$ для $j=\overline{1,m-1}$, $i=\overline{1,m}$,

$$\Delta L^p_{mi}(\mu_l)=\begin{cases}-\Delta a_m(\mu_l), \\ \quad i=m, \\ -\Delta a_i(\mu_l), \\ \quad \text{если } \frac{1}{\gamma^i(n)}=o(h_n), i=\overline{1,m-1}, \\ -\Delta a_i(\mu_l)\left(1-\Delta a_m(\mu_l)\right), \\ \quad \text{если } h_n=o\left(\frac{1}{\gamma^i(n)}\right), i=\overline{1,m-1};\end{cases}$$

при $h_n=o\left(\frac{1}{\gamma^m(n)}\right)$

$\Delta L^p_{ji}(\mu_l)=0$ для $j=\overline{1,m-1}, i=\overline{1,m}$,

$$\Delta L^p_{mi}(\mu_l)=\begin{cases}e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1, \\ \quad i=m, \\ -\Delta a_i(\mu_l), \\ \quad \text{если } \frac{1}{\gamma^i(n)}=o(h_n), i=\overline{1,m-1}, \\ \frac{\Delta a_i(\mu_l)}{\Delta a_m(\mu_l)}\left(e^{-\Delta a_m(\mu_l)}-1\right), \\ \quad \text{если } h_n=o\left(\frac{1}{\gamma^i(n)}\right), i=\overline{1,m-1}.\end{cases}$$

Если $\Delta a_m(\mu_l)=0$, то

$$\Delta L^p_{ji}(\mu_l)=\begin{cases}0, j=\overline{1,m-1}, i=\overline{1,m}, \\ -\Delta a_i(\mu_l), j=m, i=\overline{1,m},\end{cases} \quad p=\overline{1,2^m}.$$

Определение неклассического интеграла Римана–Стилтьеса приводится в монографии [5, с. 48].

Решение уравнения (6), $p=\overline{1,2^m}$ *существует и единственно в пространстве векторнозначных функций размерности m, все координаты которых являются непрерывными справа функциями ограниченной вариации* [6].

Функция $X(t)=\left(X_1(t),\ \ldots, X_m(t)\right)^T$ называется *ассоциированным решением* задачи Коши (2), если последовательность

$$\left\{X_n(t)=\left(X_n^1(t),\ldots,X_n^m(t)\right)^T, t\in\boldsymbol{T}, n\in\mathbb{N}\right\}$$

решений задачи (3) сходится покоординатно в $\boldsymbol{L}^1(\boldsymbol{T})$ при $n\to\infty, h_n\to 0$ *к* $X(t)$.

Теорема 2 [6]**.** Пусть a_i, f: $\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$, $i=\overline{1,m}$ – непрерывные справа функции ограниченной вариации и выполняются условия (4), тогда ассоциированные решения задачи Коши (2) являются решениями уравнений (6), где L^p, $p=\overline{1,2^m}$ определяются в теореме 1.

В статье [6] было показано, что *при* a_i, f: $\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$, $i=\overline{1,m}$ – *непрерывных справа функциях ограниченной вариации координаты*

$$X_j^p(t),\ j=\overline{1,m-1}, t\in\boldsymbol{T}$$

решений $X^p(t)=\left(X_1^p(t),\ \ldots, X_m^p(t)\right)^T$, $p=\overline{1,2^m}$ *уравнений (6) абсолютно непрерывны.*

Введем матричнозначные функции $B^p(t,r)=\left[B_{ij}^p(t,r)\right]_{i,j=1}^m$, $B_{ij}^p:\boldsymbol{T}\times\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$, $i,j=\overline{1,m}$, как решения интегральных уравнений

$$B^p(t,r)=E+\int_r^t dL^p(s)B^p(s,r), \tag{7}$$
$$r,t\in\boldsymbol{T},\ p=\overline{1,2^m}$$

где матрицы L^p из теоремы 1, E – единичная матрица в $\mathbb{R}^{m\times m}$.

Матрицы $B^p(t,r), t,r\in\boldsymbol{T}$ назовем *ассоциированными фундаментальными матрицами* соответствующих интегральных уравнений (6), $p=\overline{1,2^m}$.

Решения уравнений (7), $p=\overline{1,2^m}$ *существуют и единственны в пространстве матричнозначных функций размерности m×m, все координаты которых являются непрерывными справа функциями ограниченной вариации по каждой переменной* [8, с. 393].

Свойства ассоциированных фундаментальных матриц $B^p(t,r), p=\overline{1,2^m}$ совпадают со свойствами ассоциированных фундаментальных матриц дифференциального уравнения второго порядка с обобщенными коэффициентами [1].

Рассмотрим интегральные уравнения

$$X^p(t)=X^p(r)+\int_r^t dL^p(s)X^p(s), \tag{8}$$
$$p=\overline{1,2^m}, t\in\boldsymbol{T},\ \forall\,\text{fix}\, r\in\boldsymbol{T}.$$

Функциями Коши назовем функции

$K^p(t, r)$: $\boldsymbol{T}\times\boldsymbol{T}\to\mathbb{R}$,

которые при любом фиксированном $r\in\boldsymbol{T}$ являются первыми координатами решений уравнений

$$\begin{pmatrix} K^p(t,r)\\ K_1^p(t,r)\\ \vdots\\ K_{m-1}^p(t,r)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix}+\int_r^t dL^p(s)\begin{pmatrix} K^p(s,r)\\ K_1^p(s,r)\\ \vdots\\ K_{m-1}^p(t,r)\end{pmatrix}, \tag{9}$$
$$p=\overline{1,2^m},\ t\in\boldsymbol{T}.$$

Можно показать, что *функции Коши* $K^p(t,r)$ *и функции* $K_j^p(t,r), j=\overline{1,m-2}$, $p=\overline{1,2^m}$ *абсолютно непрерывны по* $t\in\boldsymbol{T}$ *для любого фиксированного* $r\in\boldsymbol{T}$. *И справедливы следующие представления*

$$K_j^p(t,r)=\left(K^p(t,r)\right)_{t^j}^{(j)},$$
$$j=\overline{1,m-1},\ \forall t,r\in\boldsymbol{T}, p=\overline{1,2^m},$$

$K_{m-1}^p(t,r)$ – *непрерывная справа функция ограниченной вариации по* $t\in\boldsymbol{T}$ *для любого фиксированного* $r\in\boldsymbol{T}$, $p=\overline{1,2^m}$.

Матрица $B^p(t,r), p=\overline{1,2^m}$, учитывая (9) и свойства функций Коши, имеет вид

$$B^p(t,r)=\begin{pmatrix}\beta_1^p(t,r) & \dots & \beta_{m-1}^p(t,r) & K^p(t,r)\\ \left(\beta_1^p(t,r)\right)_t' & \dots & \left(\beta_{m-1}^p(t,r)\right)_t' & \left(K^p(t,r)\right)_t'\\ \vdots & & \vdots & \vdots\\ \left(\beta_1^p(t,r)\right)_{t^m}^{(m-1)} & \dots & \left(\beta_{m-1}^p(t,r)\right)_{t^m}^{(m-1)} & \left(K^p(t,r)\right)_{t^{m-1}}^{(m-1)}\end{pmatrix}, \tag{10}$$

где $\beta_j^p(t,r), j=\overline{1,m-1}$ – первые координаты решений уравнения (8).

Ассоциированные фундаментальные матрицы $B^p(t,r)$, $p=\overline{1,2^m}$, также как ассоциированные фундаментальные матрицы уравнения второго порядка [7], *при условии, что существуют* $\left[E+\Delta L^p(t)\right]^{-1}, \forall t\in\boldsymbol{T}, p=\overline{1,2^m}$ *по второй переменной удовлетворяют уравнениям*

$$B^p(t,r)=E+\int_r^t B^p(t,s)\,d\hat{L}^p(s), \tag{11}$$
$$p=\overline{1,2^m}, r,t\in\boldsymbol{T},$$

где $\hat{L}^p(t)=L^c(t)+\sum_{r<s\le t}\left[E+\Delta L^p(s)\right]^{-1}\Delta L^p(s)$,

$$\forall t\in\boldsymbol{T}, p=\overline{1,2^m}.$$

Методом вариации произвольной постоянной найдены *представления решений линейных неоднородных уравнений* (6) $\forall t\in\boldsymbol{T}$ *через ассоциированные фундаментальные матрицы*, аналогичные представлениям (20) в статье [7]

$$X^p(t)=B^p(t,0)X^p(0)+\int_0^t B^p(t,\tau)\,dF^c(\tau)+ \\ +\sum_{0<s\le t}B^p(t,s)\Delta F(s), p=\overline{1,2^m}, \tag{12}$$

при условии $\Delta a_m(\mu_l)\ne 1, \forall\mu_l$ *– точек разрыва функций* a_i, $i=\overline{1,m}$ *в случае, когда*

$$\frac{1}{\gamma^m(n)}=o(h_n),\ \text{где}\ n\to\infty, h_n\to 0.$$

В следующей теореме даны представления решений уравнений (6) через ассоциированные функции Коши.

Теорема 3. Пусть $\Delta a_m(\mu_l)\ne 1$ для любых точек μ_l разрыва функций a_i, f, $i=\overline{1,m}$ в случае, когда $\frac{1}{\gamma^m(n)}=o(h_n), n\to\infty, h_n\to 0$. Первая координата решения интегрального уравнения (6) $\forall t\in \boldsymbol{T}$, $p=\overline{1,2^m}$ представима в виде

$$X_1^p(t)=\sum_{j=1}^{m-1}\left(\frac{(-1)^{j-1}}{(j-1)!}t^{j-1}+\right.$$

$$+\sum_{i=1}^{j}\left(\frac{(-1)^{j-i+1}}{(j-i)!}\int_0^t s^{j-i}K^p(t,s)da_i^c(s)+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{(-1)^{j-i}}{(j-i)!}\sum_{0<\mu_l\le t}\mu_l^{j-i}K^p(t,\mu_l-)\frac{\Delta L_{mi}^p(\mu_l)}{\Delta L_{mm}^p(\mu_l)+1}\right)\right)c_j+$$

$$+K^p(t,0)c_m-\int_0^t K^p(t,s)df^c(s)-\sum_{0<s\le t}K^p(t,s)\Delta f(s),$$

где ΔL_{mi}^p, $i=\overline{1,m}$, $p=\overline{1,2^m},m\in\mathbb{N}$ определяются в теореме 1.

Доказательство. Методом математической индукции покажем справедливость следующей формулы при $\Delta L_{mm}^p(s)\ne -1$ и $j=\overline{1,m-1}$

$$\beta_j^p(t,r)=\frac{1}{(j-1)!}(t-r)^{j-1}+$$

$$+\sum_{i=1}^{j}\left(-\frac{(-1)^{j-i}}{(j-i)!}\int_r^t(s-r)^{j-i}K^p(t,s)da_i^c(s)+\right. \qquad (13)$$

$$\left.+\frac{(-1)^{j-i}}{(j-i)!}\sum_{r<\mu_l\le t}(\mu_l-r)^{j-i}K^p(t,\mu_l-)\frac{\Delta L^p_{mi}(\mu_l)}{\Delta L^p_{mm}(\mu_l)+1}\right).$$

Пусть j = 1. Тогда

$$\beta_1^p(t,r)=1-\int_r^t K^p(t,s)da_1^c(s)+$$

$$+\sum_{r<s\le t}K^p(t,s-)\frac{\Delta L^p_{m1}(s)}{\Delta L^p_{mm}(s)+1}. \qquad (14)$$

В справедливости (14) можно непосредственно убедиться, подставив матрицу $\left[E+\Delta L^p(s)\right]^{-1}\Delta L^p(s)$ в уравнение (11).

Значит, для j = 1 формула (13) верна.

Пусть для $j=\tau$ формула (13) верна. Покажем, что она верна для $j=\tau+1$.

$$\beta^p_{\tau+1}(t,r)=$$

$$=\int_r^t\beta_\tau^p(t,s)ds-\int_r^t K^p(t,s)da^c_{\tau+1}(s)+$$

$$+\sum_{r<s\le t}K^p(t,s-)\frac{\Delta L^p_{m\tau}(s)}{\Delta L^p_{mm}(s)+1}=$$

$$=\int_r^t\left(\frac{1}{(\tau-1)!}(t-s)^{\tau-1}+\right.$$

$$+\sum_{i=1}^\tau\left(-\frac{(-1)^{\tau-i}}{(\tau-i)!}\int_s^t(x-s)^{\tau-i}K^p(t,x)da_i^c(x)+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{(-1)^{\tau-i}}{(\tau-i)!}\sum_{s<\mu_l\le t}(\mu_l-s)^{\tau-i}K^p(t,\mu_l-)\frac{\Delta L^p_{mi}(\mu_l)}{\Delta L^p_{mm}(\mu_l)+1}\right)\right)ds-$$

$$-\int_r^t K^i(t,s)da^c_{\tau+1}(s)+\sum_{r<s\le t}K^p(t,s-)\frac{\Delta L^p_{m\tau+1}(s)}{\Delta L^p_{mm}(s)+1}=$$

$$=\int_r^t\left(\frac{1}{(\tau-1)!}(t-s)^{\tau-1}+\right.$$

$$\left.+\sum_{i=1}^\tau\left(-\frac{(-1)^{\tau-i}}{(\tau-i)!}\int_s^t(x-s)^{\tau-i}K^p(t,x)dL^p_{mi}(x)\right)\right)ds-$$

$$-\int_r^tK^p(t,s)da^c_{\tau+1}(s)+\sum_{r<s\le t}K^p(t,s-)\frac{\Delta L^p_{m\tau+1}(s)}{\Delta L^p_{mm}(s)+1}=$$

$$=\frac{1}{(\tau-1)!\,\tau}(t-r)^\tau+$$

$$+\sum_{i=1}^\tau\left(-\frac{(-1)^{\tau-i}}{(\tau-i)!}\int_r^t\left(\int_r^x(x-s)^{\tau-i}K^p(t,x)ds\right)dL^p_{mi}(x)\right)-$$

$$-\int_r^tK^p(t,s)da^c_{\tau+1}(s)+\sum_{r<s\le t}K^p(t,s-)\frac{\Delta L^p_{m\tau+1}(s)}{\Delta L^p_{mm}(s)+1}=$$

$$=\frac{1}{\tau!}(t-r)^\tau+$$

$$+\sum_{i=1}^\tau\left(-\frac{(-1)^{\tau-i+1}}{(\tau-i)!(\tau+1-i)}\int_r^t(x-r)^{\tau+1-i}K^p(t,x)dL^p_{mi}(x)\right)+$$

$$+\int_r^tK^p(t,s)da^c_{\tau+1}(s)+\sum_{r<s\le t}K^p(t,s-)\frac{\Delta L^p_{m\tau+1}(s)}{\Delta L^p_{mm}(s)+1}=$$

$$=\frac{1}{(\tau)!}(t-r)^\tau+$$

$$+\sum_{i=1}^{\tau+1}\left(-\frac{(-1)^{\tau-i+1}}{(\tau+1-i)!}\int_r^t(x-r)^{\tau+1-i}K^p(t,x)da_i^c(x)+\right.$$

$$\left.+\frac{(-1)^{\tau-i+1}}{(\tau+1-i)!}\sum_{r<\mu_l\le t}(\mu_l-r)^{\tau+1-i}K^p(t,\mu_l-)\frac{\Delta L^p_{mi}(\mu_l)}{\Delta L^p_{mm}(\mu_l)+1}\right).$$

Итак, формула (13) для нахождения элементов $\beta_j^p(t,r)$, $j=\overline{1,m-1}$ верна.

Выпишем первую координату в (12) с учетом вида (10) матриц $B^p(t, r)$.

$$X_1^p(t)=\sum_{j=1}^{m-1}\beta_j^p(t,0)X_j^p(0)+K^p(t,0)X_m^p(0)-$$

$$-\int_0^tK^p(t,s)df^c(s)-\sum_{0<s\le t}K^p(t,s)\Delta f(s).$$

Подставив в последнюю формулу найденные в (13) функции $\beta_j^p(t,r)$, получим требуемое.

Литература

1. *Автушко, Т. С.* Задача Коши для линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемофункций / Т. С. Автушко, Н. В. Лазакович, А. Ю. Русецкий // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фiз.-мат. навук. – 2013. – № 3. – С. 83–92.
2. *Pandit, S. G., Deo, S. G.* Differential systems involving impulses. Lect. Notes Math, Berlin: Springer-Verlag, 1982. – P. 102.
3. *Ligeza, J.* On generalized solutions of some differential nonlinear equations of order *n*. Ann. Pol. Math. 1975, Vol. 31, № 2. P. 115–120.
4. *Завалищин, С. Т.* Импульсные процессы: модели и приложения / С. Т. Завалищин, А. Н. Сесекин. – М. : Наука. – 1991. – С. 256.
5. Узагальнені квазідиференціальні рівняння / Р. М. Тацій [і інш.]. – Дрогобич, Коло. – 2011. – С. 48–129.
6. *Автушко, Т. С.* Задача Коши для линейных дифференциальных уравнений высших порядков с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемофункций / Т. С. Автушко // Весці БДПУ. Сер. 3. Фізіка. Матэматыка. Інфарматыка. Біялогія. Геаграфія. – 2014. – № 2. – С. 24–28.
7. *Автушко, Т. С.* Представление ассоциированных решений линейных дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами через функции Коши / Т. С. Автушко, Н. В. Лазакович // Доклады НАН Беларуси. – 2013. – Т. 57, № 4. – С. 32–38.
8. *Миллер, Б. М.* Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями / Б. М. Миллер. – М.: Наука, 2005. – С. 392–395.

Summary

We study the Cauchy problem for a linear inhomogeneous differential equation of higher order with generalized coefficients in algebra of mnemofunctions. We find associated solutions of the original problem. We introduce and investigate the associated fundamental matrix and the Cauchy functions. Associated solutions of the problem through the associated fundamental matrix and associated Cauchy functions are found.

Поступила в редакцию 12.02.2015 г.