Весці БДПУ. Серыя 3. 2022. № 4. С. 23–29

УДК 378.147

ОПЫТ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

А. А. Черняк,
доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и методики преподавания математики Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка;

Ж. А. Черняк,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и физики Белорусской государственной академии связи;

И. В. Кирюшин,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и методики преподавания математики Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка

Поступила в редакцию 09.12.2022.

Повышение качества подготовки учителей математики в университетах является актуальной задачей. Данная работа – результат обобщения опыта преподавания различных дисциплин высшей математики в БГПУ. На подготовку учителей математики негативное влияние оказывают три главных фактора: 1) падение уровня школьного математического образования; 2) переход от 5-летнего цикла обучения студентов к 4-летнему; 3) имевшая место вирусная пандемия, оживившая дистанционное обучение.
Для физико-математических специальностей педагогических университетов способами преодоления указанных проблем могли бы стать: 1) использование авторской методики под названием «Обучая, обучаюсь»; 2) ориентация учебных программ на востребованность изучаемого предмета (важность приобретаемых компетенций в профессии, наличие межпредметных связей дисциплины, полезность дисциплины при переходе специалиста в смежную область); 3) внедрение тематических индивидуальных заданий.

Ключевые слова: математика, алгебра, обучение, университет, методика, лекция, дистанционное обучение, индивидуальное задание.

UDC 378.147

EXPERIENCE OF TRAINING MATHEMATICS TEACHERS IN MODERN CONDITIONS

A. Chernyak,
Doctor of Physics and Mathematics, Professor of the Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank;

J. Chernyak,
PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Mathematics and Physics, Belarusian State Academy of Communications;

I. Kiryushin,
PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank

Received on 09.12.2022.

Increasing the quality of training mathematics teachers at universities is a relevant task. This work is the result of generalizing the experience of teaching various disciplines of higher mathematics at BSPU. Three main negative factors make impact on training mathematics teachers: 1) decrease of the level of school mathematical education; 2) transfer from 5-year cycle of teaching students to 4 years; 3) virus pandemic which occurred to enliven distance learning.
For Physics and Mathematics specialties of pedagogical universities, the ways of overcoming the above-mentioned problems could be the following: 1) using the author’s methods by the name «While teaching, I learn»; 2) orientation of the curricula to the demand of the studied subject (the importance of the acquired competences in the profession, presence of the interdisciplinary connections of the discipline, use of the discipline in transfer of a specialist into an adjacent sphere); 3) implementation of thematic individual assignments.

Keywords: Mathematics, Algebra, teaching, university, methods, lecture, distant learning, individual assignment.

Введение. В век развития техники и информатики повышение качества подготовки учителей математики является актуальной задачей. В настоящее время этот вопрос стоит достаточно остро, а его решение зависит не только от усилий государства в сфере образования, но и от организации процесса обучения педагогических кадров в университетах.

В данной статье предложены методические решения указанной проблемы, ставшие результатом обобщения опыта преподавания различных дисциплин высшей математики в БГПУ. Из ряда факторов, отрицательно влияющих сегодня на подготовку учителей математики, выделим три главных:

1) резкое падение уровня школьного математического образования;
2) переход от 5-летнего цикла обучения студентов к 4-летнему (переход завершился давно, но его последствия актуальны и сегодня);
3) вирусная пандемия, оживившая повсеместное использование дистанционного обучения.

Основная часть. Проанализируем данные факторы последовательно и предложим свой комплексный подход, направленный на улучшение качества подготовки школьных учителей математики.

1. Падение уровня школьного математического образования.

Тенденция изменения среднего уровня математической подготовки абитуриентов, избравших для учебы физико-математические специальности педагогических университетов (за последние два десятилетия) схематически отражена нами в графике (рисунок 1).

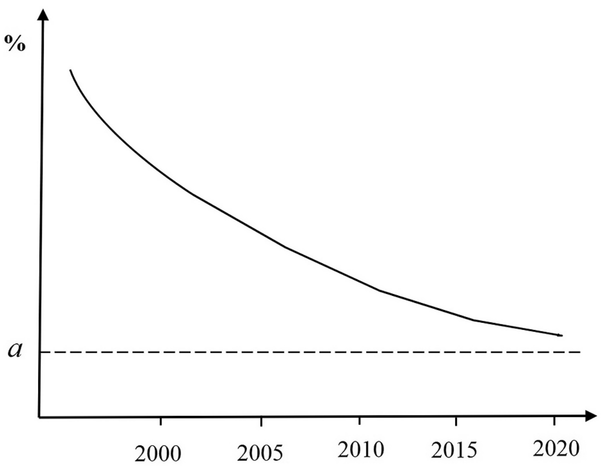

Рисунок 1 – Тенденция изменения среднего уровня математической подготовки абитуриентов

Сегодня наметилась стабилизация этого уровня вдоль горизонтальной асимптоты $y = a$ (см. рисунок 1), где недопустимо низкое значение константы a мы деликатно уточнять не будем.

Уровень математической подготовки поступающих в педагогические университеты можно условно отобразить точками на графике сложной функции $f(X, Y, Z)$, которая монотонно возрастает по каждой своей переменной: X – это профессионализм учителя, Y – заработная плата учителя, а переменная $Z = g(X, Y)$ – уровень математической культуры его учеников (очевидно, что Z, в свою очередь, зависит от X, Y).

Величина Y (зарплата) определяется политикой государства в области образования, и она заметно влияет на престиж профессии учителя, общее количество учителей и их квалификацию. О том, как увеличить вес переменной X, пойдет речь ниже.

В советский период выпускники школ обладали достаточными навыками и умениями, чтобы относительно легко перейти к освоению математики в университетах: они владели оптимальной техникой арифметических и алгебраических преобразований, знали наизусть все необходимые тригонометрические формулы, умели доказывать школьные теоремы алгебры, геометрии и решать задачи на построение, справлялись с алгебраическими задачами с параметрами. Поэтому в период обучения в университете они способны были усвоить теоретический материал в полном объеме (включая подробные доказательства даже абстрактных теорем существования), а на практических занятиях легко схватывали алгоритмы решения уже на примере единичной демонстрационной задачи.

К сожалению, нынешние выпускники школ с трудом приводят дроби к общему знаменателю (зачастую смешанная дробь $2\frac{1}{2}$ воспринимается ими как произведение 2 и $\frac{1}{2}$), самые знающие помнят только одну формулу из тригонометрии $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (при этом многие сумму $\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}$ уже считают равной $\frac{1}{2}$), из всех теорем геометрии могут сформулировать только теорему Пифагора (в лучшем случае в такой формулировке: «“це„ квадрат равен “а„ квадрат плюс “бэ„ квадрат», путая гипотенузу с катетом в случае иных обозначений). В стереометрии их познания ограничены формулой объема куба (при этом понятия грани и ребра не различаются).

Эти примеры не являются преувеличением, а отражают средний набор «навыков и умений» абитуриентов, поступающих сегодня на физико-математические специальности педагогических университетов. Столкнувшись с такой лавиной школьных математических «антизнаний», руководство некоторых университетов ввело в учебные планы так называемые интегрированные курсы, призванные «заштопать» пробелы в знаниях элементарной математики у студентов первого курса. Ясно, что проблему это не решило, только слегка улучшило вычислительные навыки студентов к началу второго семестра. Однако впереди этих студентов ждет изучение таких нетривиальных дисциплин, как «алгебраические структуры и теория чисел», «алгебра многочленов и расширение полей» и т. д. Поскольку улучшения подготовки абитуриентов в ближайшие годы не предвидится, напрашивается самое простое и радикальное решение: исключить десяток таких сложных дисциплин из университетских образовательных стандартов.

Рассуждаем далее: допустим, что самые трудные дисциплины удалили. Но ведь именно они наиболее эффективно развивают математическое (логическое) мышление, учат увязывать абстрактные идеи и методы с конкретными задачами школьной алгебры и геометрии, обеспечивают рассмотрение вопросов школьной программы с достаточно общих позиций, формируют алгебраические и геометрические умения и навыки для успешного изучения физики и современных проблем защиты информации.

В этой сложной ситуации мы предлагаем альтернативную методику преодоления этой проблемы, уже проверенную на практике. Назовем ее «Обучая, обучаюсь» (сокращенно «ОО»). Основная цель методики ОО – развитие культуры математического мышления в современном образовательном процессе, причем в рамках аудиторных часовых норм, заданных стандартами по дисциплине (без дополнительной нагрузки или изменения учебного плана).

В данной статье, говоря о методике ОО, мы коснемся главного – усвоения лекционного материала. Принципы реализации этой методики ОО на практических занятиях, в том числе с использованием новых информационных технологий, отражены в работах [1–3]. Логическое мышление, как известно, есть мышление в понятиях, а потому формирование математических понятий (имеющее место, главным образом, при изучении теории) – это важнейшая задача математического образования.

Итак, на лекции излагаются только основные идеи, определения, утверждения и примеры; предусмотрены также простые экспресс-вопросы (с подсказками) для облегчения понимания на первичном уровне. Для поддержания интереса и активности в аудитории ответы на эти вопросы должны быть получены сразу же.

В конце лекции студентам предлагается распределить между собой (во внеурочное время) заранее сформированный набор заданий-доказательств, разобраться в их содержании и на соответствующем практическом занятии выступить в роли преподавателя с изложением доказательств своим сокурсникам у доски. При этом роль остальных студентов – не просто пассивно слушать и записывать, но и задавать уточняющие вопросы, вступать в дискуссию с докладчиком и, возможно, даже предлагать свои варианты изложения. Все доказательства лектор заранее выкладывает в информационном ресурсном центре университета. Доступ к ним открыт для всех студентов. Задания-доказательства подбираются доступными для понимания большинством студенческой аудитории, не слишком затратными по времени, охватывающими практически всю теорию, обсуждаемую в лекции.

В этом процессе преподаватель выступает в роли корректирующего координатора: поправляет, исправляет неточности, стимулирует активность группы и в конце практического занятия кратко комментирует методику доказательства.

Как показал наш опыт, методика ОО формирует у студентов первого курса навыки преподавательского искусства. Ко второму семестру у многих студентов проявляются склонности к преподаванию и свой индивидуальный стиль изложения. Постепенно преодолеваются неуверенность и неумение общаться с аудиторией, оставшиеся от школы. Развивается логическое мышление и достигается важнейшая цель – понимание теоретического материала на уровне, достаточном для последующего решения численных, смысловых и прикладных задач.

Теперь, в качестве наглядного примера реализации методики ОО, обсудим лекцию на тему «Фактор-группы» – одну из самых трудных в дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел».

Начнем лекцию с определения. Если H – подгруппа абелевой группы $(G,\cdot)$, то $aH = Ha$ для всех $a \in G$. В не абелевых группах это свойство может выполняться для специального класса подгрупп, называемых нормальными подгруппами. Подгруппа N группы $(G,\cdot)$ называется нормальной подгруппой в G, если $aN = Na$ для всех $a \in G$. Другими словами, подгруппа N нормальная, если фактор-множества $G/^{l}N$ и $G/^{r}N$ совпадают (обозначения левых и правых смежных классов по подгруппе – вводятся в предыдущей лекции). В этом случае можно использовать обозначение G/N. Число элементов множества G/N называется индексом подгруппы N в группе G и обозначается через $[G:N]$.

Вопрос 1. Для группы $(G,\cdot)$ можно определить ее центр $Z(G) = \{ a \in G \mid ax = xa$ для всех $x \in G \}$. Является ли центр нормальной подгруппой? *Подсказка:* вначале надо убедиться, что $Z(G)$ группа.

Вопрос 2. Если группа G абелева, то из каких элементов состоит ее центр $Z(G)$?

Вопрос 3. Порядок множества $G/^{l}H$ равен 2. Можно ли утверждать, что H – нормальная подгруппа? *Подсказка:* один из классов смежности всегда совпадает с H.

Утверждение 1 *(критерий нормальности подгруппы).* Подгруппа H группы $(G,\cdot)$ нормальная, если и только если $a^{-1}ha \in H$ для любых $a \in G$, $h \in H$.

Вопрос 4. Подгруппа $(\mathbf{D}_1(n,R), \cdot)$ матриц порядка n с определителем, равным 1, является нормальной в группе $(\mathbf{D}(n,R), \cdot)$ невырожденных матриц порядка n. Для обоснования по критерию утверждения 1 возьмем произвольные матрицы $\mathbf{A} \in \mathbf{D}(n,R)$, $\mathbf{H} \in \mathbf{D}_1(n,R)$. Какое теперь свойство нужно проверить относительно матрицы $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{HA}$?

Задание студенту № 1. Доказать утверждение 1.

На множестве всех непустых подмножеств группы $(G,\cdot)$ определим бинарную мультипликативную операцию «·» следующим образом: если A и B – непустые подмножества в G, то $A \cdot B = AB = \{ab \mid a \in A,\ b \in B\}$. Например, А – подгруппа в $(G,\cdot)$, то $AA = A$.

Вопрос 5. Почему операция «·» умножения множеств ассоциативна?

Теорема 1 *(о фактор-группе).* Пусть Н нормальная подгруппа группы $(G,\cdot)$. Тогда G/H является группой относительно операции «·» умножения подмножеств в G. Она называется фактор-группой группы G по подгруппе H.

Вопрос 6. Если $G = (\mathbf{Z},+)$, $H = (n\mathbf{Z},+)$, то что собой представляет группа G/H? *Подсказка:* два целых числа принадлежат одному классу смежности, если и только если их разность кратна n.

Задание студенту № 2. Доказать теорему 1.

Если в определении изоморфизма, данном в предыдущей лекции, снять требование биективности, то получим определение гомоморфизма групп. Более конкретно: пусть даны группы $(G,\circ)$ и $(H,*)$. Гомоморфизмом φ из G в H называется отображение $\varphi: G \to H$ такое, что $\varphi(a \circ b) = \varphi(a) * \varphi(b)$ для любых элементов a, b из G. При этом ядром гомоморфизма φ называется множество $\ker\varphi = \{x \in G \mid \varphi(x) = e'\}$, где e' – единица группы H. Образом гомоморфизма φ называется множество всех образов отображения φ, обозначаемое $\mathrm{Im}\,\varphi$.

Вопрос 7. Если φ – гомоморфизм из $(G,\circ)$ в $(H,*)$, какими должны быть его ядро и образ, чтобы φ превратился в изоморфизм?

Вопрос 8. Будет ли отображение $\varphi(x) = \ln x$ задавать гомоморфизм из $(R^{+},)$ в $(R,+)$, и если да, что собой представляют ядро и образ этого гомоморфизма?

Последующие утверждения формулируются для мультипликативных групп.

Утверждение 2 *(основные свойства гомоморфизма).* Пусть φ – гомоморфизм из группы $(G,\cdot)$ с единицей e в группу $(H,\cdot)$ с единицей e'. Тогда:

(а) $\varphi(e) = e'$, $\varphi(a^{-1}) = \varphi(a)^{-1}$, для любого элемента $a \in G$.

(б) Образ $\mathrm{Im}\,\varphi$ является подгруппой в H, ядро $\ker\varphi$ является нормальной подгруппой в G.

(в) Отображение φ инъективно, если и только если $\ker\varphi = \{e\}$.

Задание студенту № 3. Доказать утверждение 2.

Следующая теорема показывает, что каждый гомоморфный образ группы *(G,·)* изоморфен некоторой фактор-группе этой группы.

Теорема 2 *(основная теорема о гомоморфизмах групп).* Пусть $f : G \to F$ – гомоморфизм из группы *(G,·)* в группу *(F,·)*. Тогда фактор-группа $G / \ker f$ изоморфна группе $(\mathrm{Im}\, f,\cdot)$. В частности, если f сюръективно, то $G / \ker f$ изоморфна F.

Вопрос 9. Возьмем два произвольных элемента a и b из группы G, которые содержатся в одном классе смежности из $G / \ker f$. Что можно сказать об этих элементах? *Подсказка:* $b = ah$, где $h \in \mathrm{Ker}\, f$, $a^{-1}b = h$, $f(a^{-1}b) = e'$, где e' – единица группы F.

Вопрос 10. Зададим отображение $f : (\mathbf{D}(n,R),\cdot) \to (R \setminus \{0\},\cdot)$ так: $f(\mathbf{A}) = |\mathbf{A}|$. Почему это отображение гомоморфизм?

Вопрос 11. Сюръективно ли это отображение и каково его ядро?

Следовательно, по теореме 2 фактор-группа $\mathbf{D}(n,R)$ / $\mathbf{D}_1(n,R)$ изоморфна группе $(R \setminus \{0\},\cdot)$.

Задание студенту № 4. Доказать теорему 2.

В заключение еще несколько заданий на доказательства, дополняющих приведенный выше минимум.

Задание студенту № 5. Доказать: знакопеременная подгруппа A_n является нормальной в симметрической группе S_n, а фактор-группа S_n / A_n имеет порядок 2.

Задание студенту № 6. Построить естественный гомоморфизм $\varphi : G \to G / H$, где произвольная H – нормальная подгруппа группы *(G,·)*. Это утверждение говорит о том, что каждая нормальная подгруппа определяет некоторый гомоморфизм.

Задание студенту № 7. Доказать, что фактор-группа циклической группы по любой ее подгруппе H является циклической.

Задание студенту № 8. Пусть *(G,·)* − группа, $a \in G$. Доказать, что отображение $f : G \to G$, при котором $f(x) = a^{-1}xa$ для каждого $x \in G$, является изоморфизмом.

2. Переход на 4-летнее обучение студентов.

Второй фактор – это относительно недавний переход к 4-летнему циклу подготовки учителей, который, в некотором смысле, сыграл положительную роль. Университеты вынуждены были существенно сократить аудиторный часовой фонд за счет сокращения разделов дисциплин, не востребованных в деятельности школьного учителя. Это продиктовало необходимость совершенствовать учебные программы, отдавая предпочтение практической направленности изучаемых предметов.

При этом традиционный набор «надэлементарной» математики сохранился – высшая алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения. Однако произошло оптимальное разбиение этих разделов на отдельные составляющие, логически объединенные в семестровые модули. Так, на месте дисциплин «Алгебра» и «Теория чисел» (всего 324 аудиторных часа) в новых учебных планах появились «Линейная алгебра», «Алгебраические структуры и теория чисел», «Алгебра многочленов и расширения полей», «Алгебраические методы в защите информации» (всего 206 аудиторных часов).

В предыдущем стандарте по алгебре (специальность 1-02 05 01 «Математика и информатика») два семестра были отведены для изучения теории многочленов и теории расширений полей. Эти разделы представлялись будущим учителям математики непостижимо сложными и абстрактными алгебраическими теориями, к тому же невостребованными в их дальнейшей деятельности ни в каких ее формах – базовой, профильной, факультативной, олимпиадной. Общая теория полей была более уместной при подготовке теоретиков-алгебраистов, поскольку составляет основу классической теории Галуа о разрешимости уравнений в радикалах.

В новых стандартах раздел «Алгебра многочленов и расширения полей» сохранился, однако теперь его присутствие мотивировано и обосновано дисциплиной «Алгебраические методы в защите информации» [4]. Отметим, что востребованность изучаемого предмета определяется: актуальностью изучаемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности специалиста, ее взаимодействием с другими предметами и практической полезностью в случае перехода специалиста в смежную область деятельности.

3. Вирусная пандемия

Третий фактор – пандемия – привел к интенсивному развитию дистанционного обучения. Поскольку это обучение не сопровождалось аудиторными занятиями, уровень подготовки студентов стал быстро падать.

До весны 2020 года типовые расчеты можно было, скорее, считать данью прошлому, нежели современным элементом учебного процесса в уво. Введение удаленной (дистанционной) формы обучения поставило задачу активизировать текущий контроль за усвоением учебного материала.

Преподаватель, лишенный прежних возможностей – полноценно контролировать понимание студентами своего предмета на лекциях и практических занятиях, – был вынужден либо использовать тесты (с высокой вероятностью угадывания правильных ответов), либо активно внедрять типовые расчеты (индивидуальные задания), которые можно выкладывать и проверять дистанционно. Поэтому тематические индивидуальные задания стали очень востребованными. При этом наибольшее внимание и интерес привлекли такие наборы заданий, при работе с которыми можно приобрести не только технические навыки решения задач, но и усвоить некоторые сведения из теории.

Если ставить во главу угла качество заданий для типовых расчетов, то основными критериями здесь, как показал наш опыт, являются:

– содержательность заданий;
– неперегруженность расчетов вычислительными подробностями;
– «незаезженность» формулировок;
– оптимальность охвата теории;
– минимизация дублирования однотипных задач.

Помимо этого, преимущество имеют те сборники типовых расчетов, в которых наряду с вариантами заданий есть подробно разобранные решения базовых задач. Большинство подобных сборников являются «неиссякаемым» источником однообразных стандартных задач по высшей математике. Это дает возможность справляться с их решением, не вникая в суть математической теории, что является продолжением плохой традиции средней школы по отношению к элементарной математике.

Мы считаем, что при разработке сборников типовых расчетов в нынешних условиях нужно придерживаться следующих принципов [5]:

– приоритетность заданий, требующих применения знаний из всего изучаемого раздела, над формально-вычислительными заданиями по отдельным темам (задания с оригинальными авторскими формулировками);
– учет полноты теоретических знаний, необходимых для решения (комплексное применение различных теоретических фактов для решения одного задания, сопоставление результатов вычислений с подходящим теоретическим фактом или выяснение прикладного смысла полученной величины);
– преодоление порогового уровня знаний (большинство заданий должны иметь средний уровень сложности, соответствующий требованиям учебной программы, а для наиболее подготовленных студентов предлагаются более сложные задачи);
– реализация внутрипредметных (между различными разделами математики) связей.

Указанные принципы реализованы авторским коллективом под руководством одного из авторов данной статьи в сборниках тематических заданий [6–8].

Заключение. Все нарастающая скорость развития техники требует от консервативного по своей природе образования быстрой реакции и адаптации к новым условиям. Университеты должны своевременно реагировать на стоящие перед ними вызовы и преодолевать возникающие проблемы с помощью инновационных практик и оригинального методического обеспечения.

В частности, для физико-математических специальностей педагогических университетов таким решением является:

1) использование авторской методики под названием «Обучая, обучаюсь», апробированной при подготовке учителей математики в БГПУ;
2) ориентация при составлении учебных планов и программ на востребованность изучаемого предмета (что определяется актуальностью компетенций, приобретенных при изучении дисциплины, в будущей профессиональной деятельности специалиста, наличием межпредметных связей этой дисциплины и ее практической полезностью в случае перехода специалиста в смежную область деятельности);

3) внедрение в образовательный процесс тематических индивидуальных заданий.

Дальнейшие исследования можно было бы сосредоточить на расширении использования информационных технологий в преподавании высшей математики в педагогическом университете с целью повышения эффективности образовательной деятельности.

Литература

1. *Черняк, А. А.* Проведение практических занятий по математике на базе систем компьютерной математики / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк, С. А. Богданович // Современные тенденции развития образования и науки: проблемы и перспективы : сборник научных трудов IV международной научно-практической интернет-конференции, Киев – Львов – Бережаны – Гомель, 15 марта 2019 г. – Выпуск 4. – Том 2. – С. 292–297.
2. Об организации самостоятельной контролируемой работы студентов педагогических специальностей по высшей математике / Ж. А. Черняк [и др.] // Математическое образование: современное состояние и перспективы : материалы международной научной конференции, г. Могилев, 20–21 февраля 2019 г. / Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова. – Могилев : МГУ, 2019. – С. 363–365.
3. *Черняк, А. А.* Применение систем компьютерной математики при изучении трудных разделов высшей математики в университетах / А. А. Черняк, С. А. Богданович // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве : сборник статей IV Всероссийской (с международным участием) научно-практической конференции, г. Курск : Курский государственный университет, декабрь 2020. / Курский государственный университет. – Курск : КГУ, 2020. – С. 475–481.
4. *Черняк, А. А.* Перестройка обучения математике в вузах и ссузах Беларуси / А. А. Черняк, И. В. Кирюшин // Вышэйшая школа. – 2022. – № 2. – С. 26–31.
5. Новый взгляд на типовые расчеты в период дистанционного обучения во время пандемии / А. А. Черняк [и др.] // Весцi БДПУ. Серыя 3. – 2020. – № 4. – С. 58–64.
6. Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. / Ж. А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2018. – Ч. 1 : Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ. – 220 с.
7. Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. / Ж. А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2020. – Ч. 2 : Комплексные числа. Интегральное исчисление функции одной переменной. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений. – 160 с.
8. *Черняк, Ж. А.* Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. / Ж. А. Черняк, Н. В. Князюк, З. Н. Примичева. – Минск : БГУИР, 2022. – Ч. 3 : Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, числовые и функциональные ряды, элементы теории функции комплексной переменной. – 260 с.

References

1. *Chernyak, A. A.* Provedenie prakticheskih zanyatij po matematike na baze sistem komp'yuternoj matematiki / A. A. Chernyak, Zh. A. Chernyak, S. A. Bogdanovich // Sovremennye tendencii razvitiya obrazovaniya i nauki: problemy i perspektivy : sbornik nauchnyh trudov IV mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj internet-konferencii, Kiev – L'vov – Berezhany – Gomel', 15 marta 2019 g. – Vypusk 4. – Tom 2. – S. 292–297.
2. Ob organizacii samostoyatel'noj kontroliruemoj raboty studentov pedagogicheskih special'nostej po vysshej matematike / Zh. A. Chernyak [i dr.] // Matematicheskoe obrazovanie: sovremennoe sostoyanie i perspektivy : materialy mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii, g. Mogilev, 20–21 fevralya 2019 g. / Mogilevskij gosudarstvennyj universitet imeni A. A. Kuleshova. – Mogilev : MGU, 2019. – S. 363–365.
3. *Chernyak, A. A.* Primenenie sistem komp'yuternoj matematiki pri izuchenii trudnyh razdelov vysshej matematiki v universitetah / A. A. Chernyak, S. A. Bogdanovich // Aktual'nye problemy teorii i praktiki obucheniya fiziko-matematicheskim i tekhnicheskim disciplinam v sovremennom obrazovatel'nom prostranstve : sbornik statej IV Vserossijskoj (s mezhdunarodnym uchastiem) nauchno-prakticheskoj konferencii, g. Kursk : Kurskij gosudarstvennyj universitet, dekabr' 2020. / Kurskij gosudarstvennyj universitet. – Kursk : KGU, 2020. – S. 475–481.
4. *Chernyak, A. A.* Perestrojka obucheniya matematike v vuzah i ssuzah Belarusi / A. A. Chernyak, I. V. Kiryushin // Vyshejshaya shkola. – 2022. – № 2. – S. 26–31.
5. Novyj vzglyad na tipovye raschety v period distancionnogo obucheniya vo vremya pandemii / A. A. Chernyak [i dr.] // Vesci BDPU. Ceryya 3. – 2020. – № 4. – S. 58–64.
6. Matematika. Sbornik tematicheskih zadanij s obrazcami reshenij : v 3 ch. / Zh. A. Chernyak [i dr.]. – Minsk : BGUIR, 2018. – Ch. 1 : Linejnaya algebra. Analiticheskaya geometriya. Vvedenie v matematicheskij analiz. – 220 s.
7. Matematika. Sbornik tematicheskih zadanij s obrazcami reshenij : v 3 ch. / Zh. A. Chernyak [i dr.]. – Minsk : BGUIR, 2020. – Ch. 2 : Kompleksnye chisla. Integral'noe ischislenie funkcii odnoj peremennoj. Differencial'noe ischislenie funkcij mnogih peremennyh. Differencial'nye uravneniya i sistemy differencial'nyh uravnenij. – 160 s.
8. *Chernyak, Zh. A.* Matematika. Sbornik tematicheskih zadanij s obrazcami reshenij : v 3 ch. / Zh. A. Chernyak, N. V. Knyazyuk, Z. N. Primicheva. – Minsk : BGUIR, 2022. – Ch. 3 : Kratnye, krivolinejnye i poverhnostnye integraly, chislovye i funkcional'nye ryady, elementy teorii funkcii kompleksnoj peremennoj. – 260 s.