

В. Р. Соболев, В. Ю. Каравай

V. Sobol, V. Karavay

*Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка
(Минск, Беларусь)*

К ВОПРОСУ О МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЙСТВИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОСВЕТИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА

ON THE QUESTION OF THE METHOD OF DETERMINING THE EFFECTIVENESS OF A CYLINDRICAL LIGHTING DEVICE

Рассмотрение метода определения освещенности светильников нестандартного типа на примере цилиндрического осветительного устройства.

Consideration of the method for determining the illumination of lamps of a nonstandard type on the example of a cylindrical lighting device.

Ключевые слова: цилиндрический источник, освещенность, яркость.

Keywords: cylindrical source, illumination, brightness.

Состояние вопроса. Постановка проблемы. При изложении в учреждениях среднего образования темы, связанной с законами геометрической оптики, основами светотехники и освещенностью, широко используется так называемый «закон обратных квадратов», который дает представление об интенсивности светового поля в области наблюдения с учетом геометрии задачи. По ходу изложения требуется акцентировать учащихся, что упомянутый тезис относится к действию точечного источника с конечной силой света. Реальные протяженные источники следует рассматривать как совокупность точечных излучателей, действие которых необходимо суммировать по всей светящейся поверхности. Соответственно, ожидаемое решение задачи можно получить с той или иной степенью точности в зависимости от симметрии расположения точки наблюдения. Ниже представлены аспекты расчета освещенности при действии цилиндрического

источника в вертикальном расположении по отношению к экспонируемой поверхности.

Принцип анализа, приемы рассмотрения задачи. В принятом варианте освещенности протяженный источник, как известно, следует характеризовать таким параметром, как яркость B , которая является величиной светового потока Φ , направленного с единицы поверхности источника в единицу телесного угла вдоль заданного направления. Освещенность E , по определению, является производной от нормальной составляющей потока по площади освещаемого участка. Иными словами, E в заданной точке определяется величиной эффективного телесного угла, под которым видны из точки наблюдения все элементы поверхности источника с учетом углов между линией наблюдения и двумя нормальными – нормалью к поверхности излучателя, и нормалью к площадке наблюдения [1]. Очевидно, что в ряде ситуаций желательно оценить действие обоих факторов с учетом их локального распределения при сканировании площади светящейся поверхности (рисунок 1).

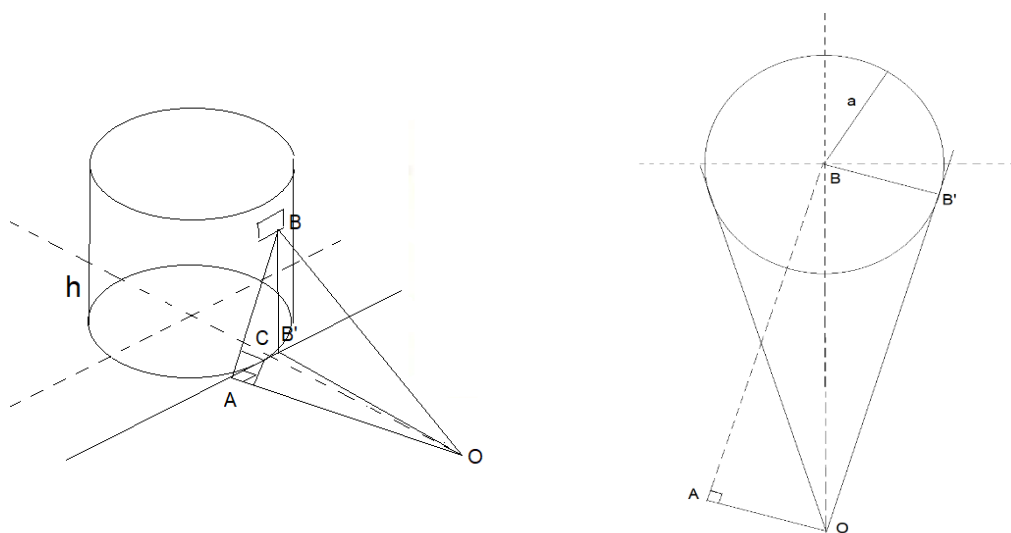


Рисунок 1 – Схема действия протяженного цилиндрического источника и геометрия задачи в расчете освещенности горизонтальной поверхности

В рамках принятой схемы целесообразно использовать цилиндрическую систему координат, в которой элемент поверхности обозначается как

$$ds = adz d\varphi \quad (1)$$

здесь a – радиус цилиндра, φ – азимутальный угол (на рисунке 1 – угол $B'BO$), z – координата в направлении образующей (отрезок $B'B$)

Соответственно, освещенность в некоторой точке как производная нормальной составляющей падающего светового потока по поверхности может быть представлена в виде интеграла по испускающей поверхности

$$E = B \int \frac{ad\varphi dz}{r^2} \text{Cos}\alpha \text{Cos}\beta, \quad (2)$$

здесь r – расстояние от элементарной площадки до точки наблюдения (отрезок ВО), α – угол между нормалью к элементарной излучающей площадке и линией на точку наблюдения (линия луча), угол β – угол между нормалью к освещаемой площадке и линией луча.

В целом, при оценке освещенности необходимо просуммировать по углу φ и по координате z в пределах всей видимой поверхности источника. Входящие в (2) параметры целесообразно выразить через варьируемые переменные используя обозначение L – кратчайшее расстояние от точки наблюдения, лежащей в плоскости основания цилиндра ($z = 0$) до его центра, r' – проекция расстояния r – на плоскость основания цилиндра (отрезок В'О).

В задаче угол φ изменяется от минимального значения до максимального, определяемого геометрией и в рамках принятых обозначений параметры по ходу расчета, включая, r , r' , $\text{Cos}\alpha$, $\text{Cos}\beta$ определяются как

$$r = \sqrt{r'^2 + z^2} \quad (3)$$

$$r' = \sqrt{L^2 + a^2 - 2La\text{Cos}\varphi} \quad (4)$$

$$\text{Cos}\alpha = \frac{r'}{r} \sqrt{1 - \frac{L^2}{r'^2} \text{Sin}^2\varphi} \quad (5)$$

$$\text{Cos}\beta = \frac{z}{\sqrt{L^2 + a^2 - 2La\text{Cos}\varphi + z^2}} \quad (6)$$

$$E = aB \int \frac{\sqrt{L^2 + a^2 - 2La\text{Cos}\varphi - L^2 \text{Sin}^2\varphi} d\varphi dz}{[L^2 + a^2 - 2La\text{Cos}\varphi + z^2]^2} \quad (7)$$

$$E = \frac{aB}{2} \int d\varphi \left[\frac{\sqrt{L^2 + a^2 - 2La\text{Cos}\varphi - L^2 \text{Sin}^2\varphi}}{L^2 + a^2 - 2La\text{Cos}\varphi} - \frac{\sqrt{L^2 + a^2 - 2La\text{Cos}\varphi - L^2 \text{Sin}^2\varphi}}{L^2 + a^2 + h^2 - 2La\text{Cos}\varphi} \right] \quad (8)$$

Отметим, что в выражении (8) для искомой освещенности выполнено интегрирование по координате z в пределах от нуля до высоты цилиндрической поверхности h , что позволило уменьшить показатель степени знаменателя. Тем не менее дальнейшее интегрирование (8) по азимутальному углу остается достаточно сложным, предполагая получение соотношений на основе эллиптических или родственных интегралов [2, 3]. Поскольку прямого сценария вычисления (8) с привлечением табулированных ресурсов найти не представилось возможным, то для приближенной оценки приемлемо разложение подинтегрального выражений в ряд.

Таким образом, в рамках учебных программ по физике для учреждений среднего образования вполне возможно найти ресурс, чтобы привлечь внимание учащихся к фундаментальному знанию, в частности, путем расширения расчетных заданий в том числе и для лабораторного практикума по основам геометрической оптики и светотехники.

Список использованных источников

1. Ландсберг, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг. – М. : Наука, 1976. – 926 с.
2. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М. : Гос. изд. Физико-математической литературы, 1962. – 1100 с.
3. Гусак, А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак. – Минск : Навука і тэхніка, 1991. – 480 с.