

**В. С. Миналто, Е. П. Кузнецова**

**V. Minalto, E. Kuzniatsova**

*Белорусский государственный педагогический  
университет имени Максима Танка  
(Минск, Беларусь)*

**ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕФОРМАЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ  
ВВЕДЕНИЯ НОВОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ПОНЯТИЯ И ПРОБЛЕМА МОТИВАЦИИ  
ИЗУЧЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ**

**CHARACTERISTICS OF THE INFORMAL  
IMPLEMENTATION OF THE INTRODUCTION  
OF A NEW MATHEMATICAL CONCEPT  
AND THE PROBLEM OF MOTIVATION  
FOR THE STUDY OF COMPLEX NUMBERS**

Указана связь характеристик неформальной реализации введения математического понятия с путями формирования научного мировоззрения обучающихся, выявлен мотивационный потенциал каждого из указанных подходов введения комплексных чисел.

The connection of the characteristics of the informal implementation of the introduction of a mathematical concept with the ways of forming the scientific worldview of students is indicated, the motivational potential of each of these approaches to the introduction of complex numbers is revealed.

**Ключевые слова:** введение нового понятия, неформальная реализация, формирование мировоззрения, мотивация, комплексные числа.

**Keywords:** introduction of a new concept, informal implementation, formation of a worldview, motivation, complex numbers.

Явление в обучении, при котором новый материал механически заучивается, то есть усваивается лишь форма нового знания **без понимания его содержания**, получило название **формализм**. Запоминание форм, в которых передаются обучающимся математические знания, – *терминов, символов, формул, схем, графических изображений и т.д.* – без проникновения в их суть, не может стать

основой научного мировоззрения. Формальный (вербальный, или словесный) характер усвоения знаний не способствуют развитию продуктивного мышления обучающихся. М. Н. Скаткин (1900-1991) выделил основные педагогические причины формализма в обучении: абстрактность изложения учебного материала вне связи с жизнью и практикой, недостаточная степень реализации дидактических принципов наглядности, сознательности и активности обучающихся [1].

Убеждённый борец с формализмом В. М. Брадис (1890–1975) в работе [2] описывает стандартный план овладения каким-либо разделом математической науки: 1) ознакомиться с понятиями этой науки и приобрести знание соответствующей терминологии; 2) приобрести знание установленных в этом разделе науки фактов; 3) приобрести знание связей между отдельными фактами, то есть знание научной системы, куда они входят; 4) приобрести навыки в их практическом применении. Но опыт ученых-методистов и педагогов-практиков показал, что при изучении в школах СССР темы «Комплексные числа» (КЧ) реализации традиционного процесса овладения новым материалом оказалось недостаточно для преодоления формализма.

При изучении темы «КЧ» важно не только дать обучающимся необходимую новую терминологию, математическую символику, систему фактов и алгоритмы для решения типовых задач, но и увлечь их. Уже на первом этапе ознакомления с новым математическим понятием нужны дополнительные усилия преподавателя по мотивированию обучающихся, по преодолению формализма при изложении заведомо абстрактного материала темы «КЧ».

Условимся считать *реализацию введения нового математического понятия неформальной*, если изложение материала о нём мотивируется посредством рассмотрения (хотя бы частичного):

- а) **причин возникновения понятия** (по возможности подробного и с элементами историзма);
- б) **многообразия связей понятия** с ранее изученными фактами;
- в) **роли понятия в решении практических** (и теоретических) **задач**.

Заметим, что три характеристики (а, б, в) неформальной реализации введения нового математического понятия хорошо согласуются с путями формирования научного мировоззрения у обучающихся, то есть системы взглядов о мире, при обобщении и систематизации которых складывается, в конечном счёте, научная картина мира. Формирование научного мировоззрения при изучении математики возможно на базе прочно усвоенных обучаемыми фактических знаний за счёт:

- изучения теории в тесной связи с историей математики (*характеристика а*);
- обеспечения тесных связей (внутри- и межпредметных) с ранее изученными фактами (*характеристика б*);

- вскрытия связей математики с реальностью, практикой (*характеристика в*) [3]. Подобная систематическая работа по дополнительной мотивации изучения наиболее трудных абстрактных разделов курса математики позволяет устранить формализм при введении новых знаний. Это способствует подлинному овладению содержанием знаний (их пониманию, запоминанию и применению по В.А. Далингеру) и, как следствие, даёт возможность сформироваться научным взглядам и убеждениям обучающихся, то есть их научному мировоззрению. Стремление обеспечить обучаемым неформальное овладение сложным и абстрактным математическим понятием требует от преподавателя более полного учёта всех трёх характеристик а, б, в при поиске подхода к его введению.

В статье [4] на основании анализа 10-ти современных учебных пособий по алгебре для школ шести стран постсоветского пространства выделены четыре подхода, использованных авторами для введения понятия КЧ:

- **I подход** (через проблему разрешимости квадратных уравнений);
- **II подход** (через проблему разрешимости некоторых кубических уравнений);
- **III подход** (через идею последовательного расширения числовых множеств);
- **IV подход** (через проблему решения только одного вида квадратного уравнения  $x^2 + a = 0$ , где  $a > 0$ ).

Сравним теперь выделенные четыре подхода между собой с учётом характеристик а, б, в, принятых нами для описания неформального характера реализации введения нового математического понятия (здесь – понятия КЧ), с целью выявления среди них наименее формального подхода, а значит, и наиболее мотивирующего обучаемых на изучение КЧ.

**Таблица 1. – Наличие характеристик (а, б, в) неформальной реализации изучения комплексных чисел (наличие – знак «+», отсутствие – знак «–») в каждом из четырёх выявленных подходов к введению понятия КЧ.**

Характеристики неформальной реализации изучения комплексных чисел (КЧ)	Подходы к введению понятия КЧ			
	I	II	III	IV
а) подробное раскрытие причин возникновения понятия КЧ с элементами историзма	+	+	+	–
б) многообразие связей КЧ с изученным материалом	–	–	+	–
в) демонстрация роли КЧ в решении задач, связанных с реальностью	–	–	–	–

В таблице 1 отмечено, что IV подход не имеет характеристик а – в неформальной реализации. При таком варианте введения КЧ не раскрываются

(ни с исторических, ни с математических позиций) причины возникновения КЧ. Здесь поводом для введения КЧ является возможность обнуления левой части уравнения с помощью нового вида чисел  $\pm\sqrt{a}i$ . Порой авторы, использующие IV подход, даже не упоминают, что на множестве  $\mathbb{C}$  всех КЧ становится возможной операция извлечения квадратного корня из отрицательного действительного числа, невыполнимая на множестве  $\mathbb{R}$ . Примером именно такой реализации IV подхода, усиливающей его формализм, является пособие [5].

При следовании I и II подходам, тесно связанным с историей появления КЧ (характеристика а), убеждение обучаемых в необходимости ввести понятие КЧ идёт только через обсуждение проблем решения уравнений.

Из выявленных четырёх подходов к введению понятия КЧ III подход наиболее продуктивен в направлении неформальной реализации изучения КЧ. Здесь подробно рассмотрена не только проблема выполнимости новой операции при расширении числового множества (характеристики а, б), но и более полно демонстрируется необходимость введения КЧ через проблемы решения уравнений (характеристики а, б). Однако связи чисел различной природы с объектами реального мира (характеристика в) последователями III подхода, к сожалению, обычно не показаны, хотя такие возможности есть.

Итак, наименее формальный характер имеет III подход к введению КЧ, следование которому позволяет реализовать возможности формирования научного мировоззрения обучаемых (в том числе и учащихся 10–11 классов) по ряду направлений. Однако, для более полного преодоления формализма при изучении темы «КЧ», мотивация может (и должна) быть усилена за счёт демонстрации обучающимся роли КЧ в решении реальных проблем, доступных для их понимания.

#### Список использованных источников

1. Скаткин, М. Н. Формализм в знаниях учащихся и пути его преодоления / М. Н. Скаткин // Советская педагогика. – 1945. – №10. – С. 16–24.
2. Брадис, В. М. Методика преподавания математики в средней школе / В. М. Брадис; ред. А. И. Маркушевича. – 3-е изд. – М.: Учпедгиз, 1954. – 504 с.
3. Гнеденко, Б. В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике / Б. В. Гнеденко. – М.: Просвещение, 1982. – 144 с.
4. Миналто, В. С. Подходы к введению комплексного числа в современных учебных пособиях для школы / В. С. Миналто, Е. П. Кузнецова // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 25–26 нояб. 2021 г. / Белорус. гос. пед. ун-т; редкол.: А. Ф. Климович (отв. ред.) [и др.]. – Минск, 2021. – С. 88–91.
5. Математика: учеб. пособие для 10-го кл.: в 2 ч. / М. А. Мирзаахметов, Б. К. Хайдаров [и др.]. – Ташкент: Extremum press, 2017. – Ч. 2. – 144 с.