

А. И. Денисюк, Е. П. Кузнецова

A. Denisiuk, E. Kuzniatsova

*Белорусский государственный педагогический
университет имени Максима Танка
(Минск, Беларусь)*

ТИПОЛОГИЗАЦИЯ ЗАДАЧ НА ПИРАМИДЫ КАК ОСНОВА РАЗРАБОТКИ ЗАДАЧНЫХ СЕРИАЛОВ

TYPologIZATION OF PYRAMID TASKS AS A BASIS FOR THE DEVELOPMENT OF TASK SERIES

На примере задач, заданных на пирамидах, показаны дидактические преимущества разбиения на группы задач отдельной тематики (выделения их типов) и роль задачных серий, разработанных на основе типологии задач, для процесса формирования навыков их решения.

Using the example of tasks set on pyramids, the didactic advantages of dividing into groups of tasks of a separate topic (highlighting their types), and the role of task series developed on the basis of the typology of tasks for the process of forming skills for their solution are shown.

Ключевые слова: пирамиды, типы задач, задачные серии.

Keywords: pyramids, types of tasks, task series.

Известно, что для продуктивного обучения решению математических задач полезно их разбиение по ряду характеристик на группы, то есть выделение типов задач, а если возможно, то и проведение классификации всех задач отдельной темы курса математики. По мнению Д. Пойа [2], хорошая классификация предполагает, что сам класс, к которому отнесена проблемная ситуация (задача), предопределяет метод ее решения.

Учащийся, которого учитель предварительно ознакомил с типологией задач по изучаемой теме, уже читая условие конкретной задачи и анализируя его, будет задавать себе вопрос: «К какому из выделенных типов можно её отнести?». Знание особенностей каждого из типов задач определенной тематики сокращает время на осмысление сути решаемой задачи. У школьника активизируются умственные процессы сравнения, конкретизации, обобщения, анализа, синтеза, применения

аналогии и в конечном счёте ускоряется актуализация и мобилизация теории, необходимой для решения задачи данного типа.

Для учителя к дидактическим преимуществам типологизации задач темы следует отнести возможность оптимизировать процесс формирования навыков решения задач, управлять им. Знание типологии задач темы позволяет учителю целенаправленно структурировать отбор задач для закрепления и контроля усвоения учащимися изученного материала. При этом исключаются такие методические промахи как: ●неравноценность уровня сложности заданий в вариантах работ; ●многократность рассмотрения задач одного из типов в ущерб другим; ●пропуск существенных для обучения типов задач; ●случайный подбор заданий для домашней работы и т. п. Кроме того, типология/классификация задач темы может служить основой для разработки обучающих задачных сериалов.

Понятие **задачного сериала (ЗС)** в математике введено в работе [1], там изложены цели их разработки и охарактеризованы преимущества использования серии задач при обучении математике перед тематическим набором разрозненных задач. **Серию задач** или ЗС в стереометрии можно отличить от набора отдельных задач по следующим признакам: ● в условии всех задач ЗС имеется некоторая *постоянная стереометрическая конфигурация*, и, кроме того, ● каждая задача ЗС содержит *варьируемое содержание*, выделяющее ее среди других задач данной серии.

Нами рассмотрено содержание и количество задач, заданных на пирамидах (будем называть их – задачи на пирамиды), из двух учебных пособий [3; 4] по стереометрии для 10 класса общеобразовательных школ Беларуси. Авторы этих пособий придерживаются позиции раннего введения многогранников в курс стереометрии. Посредством решения задач на пирамиды, которые в пособиях [3; 4] встречаются с первых страниц, у учащихся (при создании ими соответствующих графических моделей) формируются, укрепляются и развиваются пространственные представления. В таблице 1 помещены данные о видах пирамид, рассматриваемых в заданиях этих учебных пособий, в зависимости от числа вершин в их основании.

Таблица 1. – Количественное распределение задач на пирамиды по числу вершин n их оснований в учебных пособиях для школ Беларуси.

Авторы учебного пособия РБ по стереометрии для 10 класса	Год изд.	Число задач на пирамиды ($k/\%$)				
		всего	$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$	n
Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д.	2020	113/100	64/56,6	41/36,3	9/5,3	2/1,8
Шлык В.В.	2013	109/100	71/65,1	37/33,9	0/0	1/0,9

По таблице 1 видно, что в задачах обоих пособий чаще всего (около 60% и более) рассматриваются треугольные пирамиды, четырехугольные пирамиды используются в 1,5–2 раза реже, пятиугольные пирамиды вообще отсутствуют, а шестиугольные встречаются только в пособии [3] в 5,3% случаев. Пирамиды с n -угольником в основании даны в 1–2 задачах. Можно заранее предвидеть трудности учащихся при изображении графических моделей некоторых пирамид.

В таблице 2 наблюдается ситуация, аналогичная таблице 1: полное отсутствие пятиугольных правильных пирамид в обоих пособиях, а шестиугольных пирамид – в пособии [4]. Отсутствуют в задачах и правильные пирамиды с n -угольником в основании, где n больше 6.

Таблица 2. – Количественное распределение задач на правильные пирамиды по виду n -угольника основания в учебных пособиях для школ Беларуси.

Авторы учебного пособия РБ по стереометрии для 10 класса	Год изд.	Число задач на правильные пирамиды ($k / \%$)			
		всего	$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$
Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д.	2020	45/100	18/40	21/46,7	6/13,3
Шлыков В.В.	2013	62/100	42/67,7	20/32,3	0/0

Для корректировки имеющихся пробелов в подборе задач пособий [3; 4] можно предложить для работы на уроке и дома, например, ЗС из примера 1.

Пример 1. Найдите радиус окружности, описанной около основания правильной n -угольной пирамиды с объемом V и высотой h , если:

а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 5$; г) $n = 6$; д) $n = 7$; е) $n = 8$; ж) $n = k$.

Дидактическими целями данного ЗС являются: *формирование навыков создания графических моделей соответствующих правильных пирамид; обобщение приёмов работы по моделированию правильных пирамид*, а также развитие вычислительных навыков и усвоение формулы объема пирамиды.

Методисты, учителя-практики и авторы учебных пособий (например, [3; 4]) часто выделяют следующие четыре типа задач на пирамиды: I) задачи на правильные пирамиды; II) задачи на пирамиды с равнонаклонёнными (или равными) ребрами; III) задачи на пирамиды с равнонаклонёнными гранями; IV) задачи на остальные пирамиды (не входящие в I–III группы).

В таблице 3 хорошо заметна неравномерность присутствия в обоих учебных пособиях [3; 4] задач на пирамиды II и III типов – их число теряется в сравнении с количеством задач на правильные пирамиды (I тип) и на остальные пирамиды (IV тип).

Таблица 3. – Количественное распределение задач на пирамиды по четырём типам в учебных пособиях для школ Беларуси.

Авторы учебного пособия РБ по стереометрии для 10 класса	Год изд.	Число задач на пирамиды ($k / \%$)				
		всего	I типа	II типа	III типа	IV типа
Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д.	2020	113/100	45/39,8	27/23,9	3/2,7	38/33,6
Шлыков В.В.	2013	109/100	62/56,9	3/2,8	9/2,8	35/32,1

Закономерным является следствие указанного количественного перекоса: многие учащиеся, с которыми учителя не работали по усвоению данной типологии задач на пирамиды, чаще всего отождествляют задачи II и III типов с задачами на правильные пирамиды (I тип), не замечая различий между ними. Преодолеть эти заблуждения может помочь ЗС из примера 2.

Пример 2. В основании пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник с катетами $CA = 3$ см и $CB = 4$ см. Найдите объём пирамиды, если:

- 1) все ее боковые ребра наклонены к основанию под углом α (альфа);
- 2) все ее боковые грани наклонены к основанию под углом α ;
- 3) грань SAB образует с основанием угол 90° , а две другие – угол α ;
- 4) грань SBC образует с основанием угол 90° , а две другие – угол α ;
- 5) ребро SC образует с основанием угол 90° , а одна грань – угол α ;
- 6) ребро SB образует с основанием угол 90° , а одна грань – угол α .

Основными **дидактическими целями** ЗС из примера 2 являются: *усвоение учащимися признаков выделенных четырех типов задач на пирамиды* и развитие навыков создания графических моделей к задачам каждой из отдельных серий.

Итак, типологизация задач определённой тематики имеет ряд дидактических преимуществ как для учителя (оптимизация и управляемость формирования навыков решения задач), так и для обучаемых (осознанность, активизация и ускорение формирования соответствующих навыков). Задачные сериалы, разработанные с учетом типологии задач отдельной темы, корректируют недостатки подбора задач в учебных пособиях, интенсифицируют усвоение методов их решения, способствуя развитию навыков анализа, обобщения и критического мышления.

Список использованных источников

1. Кузнецова, Е.П. Понятие задачного сериала в обучении математике / Е.П. Кузнецова, А.И. Денисюк //Принята в печать в Mathematical Education 10 Proceedings of international conference, Yerevan, 6–7 October, 2022. – Yerevan, 2022.
2. Пойа, Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание/ Д. Пойа. – М., 1976. – 448 с.

3. Латотин, Л.А. Геометрия. Учебное пособие учреждений общего среднего образования с русским языком обучения для 10 класса /Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский. — Минск, 2020 — 203 с.

4. Шлыков, В.В. Геометрия. Учебное пособие учреждений общего среднего образования с русским языком обучения для 10 класса / В.В. Шлыков. — 3-е изд., пересмотр. и исправ. — Минск, 2013. — 160 с.