

М. А. Урбан / M. Urban

*Белорусский государственный педагогический
университет имени Максима Танка
(Минск, Беларусь)*

ПРОБЛЕМА ОБЕСПЕЧЕНИЯ РЕЛЯЦИОННОГО ПОНИМАНИЯ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

THE PROBLEM OF ENSURING RELATIONAL UNDERSTANDING IN TEACHING MATHEMATICS

В статье кратко представлены современные трактовки феномена понимания в обучении математике, охарактеризована теория реляционного и инструментального понимания Р. Скемпа, приведены результаты диагностической работы студентов факультета начального образования и анкетирования учителей начальных классов, которые подтверждают наличие проблемы в достижении реляционного понимания учащимися учебного материала по математике.

The article briefly presents modern interpretations of the phenomenon of understanding in teaching mathematics, describes the theory of relational and instrumental understanding by R. Skemp, presents the results of diagnostic work of students of the Faculty of Primary Education and questionnaires of primary school teachers, which confirm the existence of a problem in achieving relational understanding by students of educational material in mathematics.

Ключевые слова: понимание, реляционное понимание, инструментальное понимание, начальное обучение математике.

Keywords: understanding, relational understanding, instrumental understanding, elementary mathematics education.

Принцип сознательности обучения входит в перечень важнейших принципов дидактики, его учет в организации обучения влияет на понимание учащимися учебного материала. Однако до сих пор ученые не имеют однозначного мнения о причинах понимания поступающей информации одними детьми и, соответственно, ее непонимания другими. Почти полвека назад А. А. Столяр писал: «Мы по существу не знаем точно, что значит “понимать”». ... Заключение

о том, что ученик понял (а не только знает) материал, является лишь правдоподобным, но не достоверным» [1, с. 67].

Понимание в психолого-педагогических источниках определяется с разных точек зрения: как *мыслительный процесс* («мыслительная процедура, связанная с включением нового содержания в систему устоявшихся идей, понятий и представлений» [2, с. 179]); как *результат* этого процесса («продукт процесса понимания – само толкование чего-нибудь» [3, с. 395]) или один из достигнутых уровней обученности (знание, понимание, применение, анализ, синтез, оценка [4]); как свойство, *качество личности* («способность человека выявить признаки и свойства учебного элемента, устанавливать содержательные, системные и логические связи между разными учебными элементами, переводить математическое знание на разные языки представления» [5, с. 132–133]).

В мировом математическом педагогическом сообществе также нет единства в отношении того, что подразумевать под «пониманием математики». Представления ученых о математическом понимании сильно различаются и могут варьировать от простого запоминания математических фактов до оценки «математического шедевра» (например, оригинального доказательства) [6, с. 20]). Примем за основу определение, предложенное К. Крамером и Л. Карновски, согласно которому понимание в математике представляет собой способность представлять математические идеи множественными способами и создавать связи между различными репрезентациями [7]. Множественная репрезентация изучаемых понятий и способов действий как фактор и результат процесса понимания в математике подчеркивается в ряде исследований, при этом множественность предполагает наличие хотя бы двух вариантов представлений изучаемого [8]. Подобная репрезентационная множественность, или репрезентационная вариативность, рассматривается в современном педагогическом дискурсе как методическая основа, обеспечивающая понимание математики учащимися [9].

Для педагогики математики проблема понимания находилась и находится в фокусе научных исследований. Авторы говорят о различиях между концептуальным (понимание понятий) и процессуальным (умение решать задачи) знаниями, о снижении формализма и путях повышения степени понимания материала учащимися [10]. В подобном русле было выполнено исследование Р. Скемпа, посвященное особенностям реляционного и инструментального понимания математических идей учащимися (в том числе и младшего школьного возраста). Р. Скемп характеризует инструментальное («*instrumental*») понимание как знание «правил без причин» («*rules without reasons*»). Он отмечает, что для многих учителей и учащихся математическое

понимание сводится только к овладению правилом, умению применять его. Инструментальное понимание позволяет получить ответ на вопрос «Как это делать?». Реляционное («*relational*») понимание по Р. Скемпу является пониманием в собственном смысле слова, поскольку позволяет получить ответ на два вопроса: «Как это делать?» и «Почему это нужно делать именно так?». Причину большинства затруднений учащихся в математике автор видит в ориентации обучения на инструментальное понимание вместо реляционного [11].

Р. Скемп приводит примеры, показывающие различие между инструментальным и реляционным пониманием для учащихся различных возрастов. Младшие школьники, например, могут хорошо владеть формулой вычисления площади прямоугольника и успешно выполнять соответствующие задания, демонстрируя инструментальное понимание. Однако они часто не понимают, почему площадь прямоугольника вычисляется именно с помощью умножения числового значения длины на числовое значение ширины (то есть у детей отсутствует реляционное понимание) [11]. В дальнейшем это приводит к ошибкам, которые отмечают также и белорусские учителя начальных классов (дети смешивают понятия «периметр» и «площадь», неверно определяют периметр и площадь фигуры, применяют формулу вычисления площади прямоугольника к любым другим многоугольникам и др.).

В ходе исследования, выполненного в 2022 г., мы предложили студентам факультета начального образования, которые еще не изучили дисциплину «Методика преподавания математики», выполнить два задания, соответствующие примерам Р. Скемпа (задание 1 – вычислить площадь прямоугольника с длинами сторон 5 см и 3 см; задание 2 – ответить на вопрос «Почему площадь прямоугольника вы вычисляли именно так?»). Всего в исследовании приняли участие 74 студента. Приведем результаты выполнения заданий. На первый вопрос верно и без недочетов ответили 43 студента (58 %), у 28 студентов (38 %) было верно определено числовое значение площади, но были недочеты (неверно указана единица измерения площади), 3 студента (4 %) выполнили задание неверно. На второй вопрос дали верный ответ только 11 студентов (15 %). Они показали на рисунке, что прямоугольник можно разбить на квадраты с длиной стороны в 1 см, при этом в одном ряду вдоль длины прямоугольника помещается 5 таких квадратов, и таких рядов в прямоугольнике 3, что соответствует числовым значениям длин сторон прямоугольника. Ответ «не знаю» дали 11 студентов (15 %), остальные 52 студента (70 %) предложили ответы, которые демонстрируют непонимание сущности способа вычисления площади – например, лидером среди

предложенных ответов в этой группе был ответ “потому что такая формула” (29 ответов, или 39 %).

Полученные результаты говорят о том, что у опрошенных студентов доминирует инструментальное понимание, так как они в целом верно применили заученную формулу (только 3 % студентов дали неверный ответ). Реляционное понимание было выявлено на очень невысоком уровне (только у 15 % студентов), что говорит о проблеме качественного понимания математического материала, который входит в содержание школьного курса математики.

В поисках возможных причин проблемы мы провели анкетирование 75 учителей начальных классов (факультет начального образования БГПУ, МГИРО). Анкетирование проводилось на примере изучения темы “Сложение и вычитание чисел в пределах 100”. Учителям было предложено выбрать из восьми вопросов темы те вопросы, на изучение которых они рекомендуют отвести меньшее количество учебных часов с целью оптимизации распределения времени на изучение всей темы. Количество выбираемых вопросов было не ограничено. Среди предложенных вопросов три вопроса помогали достичь реляционного понимания материала учащимися (изучение свойств арифметических действий, которые лежат в основе устных вычислений), остальные пять вопросов помогали обеспечить инструментальное понимание (формирование конкретных приемов вычислений и отработка различных вычислительных случаев). Большая часть учителей выбрала для сокращения времени на изучение вопросы, связанные с реляционным пониманием (сочетательное свойство сложения – 30 выборов, правило прибавления числа к сумме и суммы к числу – 30 выборов, правило вычитания числа из суммы и суммы из числа – 21 выбор). Сократить время на изучение других вопросов темы, связанных с инструментальным пониманием, предлагает значительно меньшая часть учителей (от 5 до 11 выборов). Из этих результатов можно сделать предположение о том, что учителя в реальной практике обучения больше усилий прилагают на овладение вычислительными навыками, порой за счет времени, которое важно было бы уделить рассмотрению математических оснований приемов вычислений.

Здесь уместно привести пример из «сингапурской математики», одной из ключевых идей которой стало сокращение изучаемых тем по дисциплине с сохранением количества учебных часов на ее изучение. Это стало основой реализации «интенсивного» подхода в изучении математики в соответствии с лозунгом «Teach Less, Learn More» («Учи меньше, учишься больше») [12]. Обучение математике, направленное на реляционное понимание, связано в большой степени с отношением учителей к этой проблеме, поскольку именно

учитель может либо усилить, либо нивелировать развивающую направленность современных учебников математики.

Список использованных источников

1. Столяр, А. А. Педагогика математики : Курс лекций / А. А. Столяр. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск : Выш. шк., 1974. – 384 с.
2. Понимание // Белорусская педагогическая энциклопедия : – в 2 т. / ред. кол. Н. П. Баранова [и др.]. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2015. – Т. 2. – С. 179.
3. Понимание // Большой психологический словарь / Под ред. Б. Г. Мещерякова, и В. П. Зинченко. – М. : Олма-Пресс, 2003. – 672 с.
4. Huitt, W. Bloom et al.'s taxonomy of the cognitive domain [Electronic resource] / W. Huitt // Educational Psychology Interactive. – Valdosta, GA : Valdosta State University. – Mode of access: <http://www.edpsycinteractive.org/topics/cognition/bloom.html>. – Date of access: 24.05.2022.
5. Лунгу, К. Н. Дидактический аспект понимания как необходимого условия формирования профессиональной компетентности студентов / К. Н. Лунгу, Е. И. Смирнов, В. В. Юдин // Ярославский педагогический вестник. – 2013. – Т. 2. – № 1. – С. 131–137.
6. Hoosain, E. What Does It Mean to Understand Mathematics? [Electronic resource] / E. Hoosain // Humanistic Mathematics Network Journal: Iss. 25. – Mode of access: <https://scholarship.claremont.edu/hmnj/vol1/iss25/9/>. – Date of access: 11.07.2022.
7. Cramer, K. The importance of informal language in representing mathematical ideas [Electronic resource] / K. Cramer, L. Karnowski // Teaching Children Mathematics. – Vol. 1. – Issue 6. Mode of access: <https://go.gale.com/ps/i.do?p=AONE&u=googlescholar&id=GALE|A16654586&v=2.1&it=r&sid=AONE&asid=789731ad>. – Date of access: 11.07.2022.
8. Nizaruddin, N. The validity of a multiple representation of calculus with mathematica learning tool for improving students' productive thinking abilities / N. Nizaruddin, S. Sutrisno, Y. H. Murtianto // 4th International Conference on Education and Social Science Research (ICESRE), KnE Social Sciences, Mode of access: 10.18502/kss.v7i14.12012. – Date of access: 07.08.2022.
9. Goldin, G. A. Mathematical representation [Electronic resource] / G. A. Goldin // Encyclopedia of Mathematics Education. – Lerman, S. (eds). – Springer, Cham. – Mode of access: – https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_103-4/. – Date of access: 09.09.2022.
10. Кузнецова, Е. В. Формирование концептуального понимания математики у студентов технических университетов / Е. В. Кузнецова, Н. Ю. Жбанова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Психолого-педагогические науки. – 2020. – №. 3 (47). – С. 77-90.
11. Skemp, R. R. Mathematics in the primary school [Electronic resource] / R. R. Skemp. – Mode of access: <https://anyflip.com/vjymi/simu/basic>. – Date of access: 17.05.2022.
12. Сафуанов, И. С. Математическое образование в Сингапуре: традиции и инновации / И. С. Сафуанов, С. Л. Атанасян // Наука и школа. – 2016. – № 3. – С. 38–44.