

**О ДВОЙНОМ ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИИ В СРЕДЕ  
С МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ**

**ON BIREFRINGENCE IN A MEDIUM WITH MAGNETIC ANISOTROPY**

**В. Р. Соболев / V. R. Sobol**

*Белорусский государственный педагогический университет  
имени Максима Танка (Минск, Беларусь)*

Рассматривается закон дисперсии для линейно поляризованной поперечной электромагнитной волны в координатах тензора магнитной проницаемости при двух характерных ориентациях вектора электрической индукции.

The dispersion law is considered for a linearly polarized transverse electromagnetic wave in the coordinates of the magnetic permeability tensor for two characteristic orientations of the electric induction vector.

*Ключевые слова:* закон дисперсии, магнитная проницаемость, тензор.  
*Keywords:* dispersion law, magnetic permeability, tensor.

*Введение.* При изучении раздела общей физики, называемого волновой оптикой, рассматривается тема, посвященная двойному лучепреломлению света в анизотропных средах, когда по ходу занятия в лекционной демонстрации отображается факт падения луча лазера на плоскопараллельную пластинку из исландского шпата (разновидность углекислого кальция  $\text{CaCO}_3$ ) с раздвоением этого луча. Один выходящий луч является продолжением падающего, а второй отщепляется через толщину пластинки и выходит параллельно основному. В упомянутом случае двойное преломление при нормальном падении обусловлено анизотропией электрических свойств среды, при равенстве магнитной проницаемости единице. Ниже анализируется ситуация, в которой среда анизотропна по магнитным свойствам (тонкий слой ферромагнетика, феррита и т. д.), а по электрическим свойствам анизотропия отсутствует.

Процедура рассмотрения задачи. Анализ.

В рассмотрении магнитный механизм анизотропии в оптических свойствах задействован как возможный сценарий ввиду допустимости такого метода описания с одной стороны [1–3] и появления из-за развития физического материаловедения сложных по составу и структуре магнитоупорядоченных материалов на примере прозрачных в тонких слоях ферромагнетиков, магнитных полупроводников-ферритов, материалов так называемого ферроэлектрического сегмента, типа феррита висмута, твердых растворов на его основе [4–6].

Оптическая среда с магнитной анизотропией проанализирована на примере модельного магнетика с кристаллической симметрией классом ниже ромбоэдрической, тетрагональной либо гексагональной сингоний. Среда по свойствам характеризуется шаровым тензором диэлектрической и ортогональным тензором магнитной проницаемости (1).

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix} \quad (1)$$

При рассмотрении применены известные материальные соотношения связи между компонентами векторов электрической и магнитной индукции ( $\bar{D}$  и  $\bar{B}$ ) и напряженности ( $\bar{E}$  и  $\bar{H}$ ) поля волны (2), (3), которые в системе СИ:

$$\bar{H} = \mu_0^{-1} \hat{\mu}^{-1} \bar{B} \quad (2)$$

$$\bar{E} = \varepsilon_0^{-1} \hat{\varepsilon}^{-1} \bar{D} \quad (3)$$

здесь  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные, символы типа  $\hat{\mu}^{-1}$  – обратный тензор или его компоненты.

На основе уравнений Максвелла исходное тензорное соотношение выглядит (4)

$$-\nabla \times \hat{\mu}^{-1} \nabla \times \bar{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\bar{D}} \quad (4)$$

где символ типа  $\nabla \times \bar{D}$  – ротор вектора либо соответствующей свертки,  $\ddot{\bar{D}}$  – двойное дифференцирование вектора по времени.

В базисе ортов выбранной системы  $i, j, k$  элементы уравнение (4) для компонент вектора  $\bar{D}$  в самом общем случае (ориентация векторов  $\bar{D}$  и  $\bar{k}$  произвольна) подчиняются стандартным соотношениям (5), (6), (7), (8).

$$\bar{D} = (D_x i + D_y j + D_z k) e^{i(\omega t - \bar{k} \bar{r})} \quad (5)$$

$$\bar{k} \bar{r} = k_x x + k_y y + k_z z \quad (6)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = -i k_x D_x e^{i(\omega t - \bar{k} \bar{r})} \quad (7)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial y} = -i k_y D_x e^{i(\omega t - \bar{k} \bar{r})} \quad (8)$$

и т. д., здесь символ  $i$  – мнимая единица.

Следуя (5–8), соотношение (4) может быть приведено к виду (9)

$$-\nabla \times (\hat{\mu}^{-1} \nabla \times [i(\varepsilon_{xi}^{-1} D_i) + j(\varepsilon_{yi}^{-1} D_i) + k(\varepsilon_{zi}^{-1} D_i)]) = i^{-1} \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\bar{D}}, \quad (9)$$

где по совпадающим индексам предполагается, как обычно, суммирование по всем трем индексам.

После раскрытия внутреннего векторного произведения тензорное уравнение (9) записывается в расширенном виде (10).

$$\begin{aligned} \nabla \times \{ & i[\mu_{xx}^{-1}(\varepsilon_{zi}^{-1} D_i k_y - \varepsilon_{yi}^{-1} D_i k_z) + \mu_{xy}^{-1}(\varepsilon_{xi}^{-1} D_i k_z - \varepsilon_{zi}^{-1} D_i k_x) + \mu_{xz}^{-1}(\varepsilon_{yi}^{-1} D_i k_x - \\ & \varepsilon_{xi}^{-1} D_i k_y)] + j[\mu_{yx}^{-1}(\varepsilon_{zi}^{-1} D_i k_y - \varepsilon_{yi}^{-1} D_i k_z) + \mu_{yy}^{-1}(\varepsilon_{xi}^{-1} D_i k_z - \varepsilon_{zi}^{-1} D_i k_x) + \\ & \mu_{yz}^{-1}(\varepsilon_{yi}^{-1} D_i k_x - \varepsilon_{xi}^{-1} D_i k_y)] + k[\mu_{zx}^{-1}(\varepsilon_{zi}^{-1} D_i k_y - \varepsilon_{yi}^{-1} D_i k_z) + \mu_{zy}^{-1}(\varepsilon_{xi}^{-1} D_i k_x - \\ & \varepsilon_{zi}^{-1} D_i k_x) + \mu_{zz}^{-1}(\varepsilon_{yi}^{-1} D_i k_x - \varepsilon_{xi}^{-1} D_i k_y)] \} = i^{-1} \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\bar{D}} \end{aligned} \quad (10)$$

Решение (10) через соответствующую систему уравнений позволяет получить закон дисперсии поперечной по вектору индукции электромагнитной волны при двух характерных типах ее линейной поляризации.

Для поляризации вектора  $\bar{D}$  нормально плоскости  $xu$  закон дисперсии можно представить как (11).

$$k^{-2} \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \varepsilon_{zz}^{-1} (\mu_{xx}^{-1} \cos^2 \psi + \mu_{yy}^{-1} \sin^2 \psi) + \varepsilon^{-1} (\mu_{xy}^{-1} + \mu_{yx}^{-1}) \sin \psi \cos \psi \quad (11)$$

Для поляризации волны по вектору  $\bar{D}$  в плоскости  $xu$  закон дисперсии отвечает выражению (12)

$$k^{-2} \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \mu_{zz}^{-1} \varepsilon^{-1} \quad (12)$$

Таким образом, соотношения (11) и (12) показывают, что магнитная анизотропия свойств в представлении ортогонального тензора второго ранга может привести к появлению двойного лучепреломления, поскольку волна, поляризованная в плоскости  $xu$ , отвечает характеристикам обыкновенной, у которой сечение волновой поверхности сфера, а волна, поляризованная нормально к плоскости  $xu$ , будет иметь показатель преломления, зависящий от угла преломления  $\psi$ .



#### Список использованных источников

1. Кринчик, Г. С. Физика магнитных явлений. / Г. С. Кринчик. – М. : Изд-во МГУ, 1985. – 336 с.
2. Прохоров, А. М. Оптические явления в тонкопленочных магнитных волноводах и их техническое использование / А. М. Прохоров, Г. А. Смоленский, А. Н. Агеев // УФН. – 1984. – Т. 143, № 1. – С. 33–72.
3. Туров, Е. А. Материальные уравнения электродинамики / Е. А. Туров. – М. : Наука, 1983. – 158 с.
4. Hornreich, W. F. Possibility of visual observation of antiferromagnetic domains / W. F. Hornreich, S. Shtrikman // Phys. Rev. – 1968. – V. 171, № 3. – P. 1065–1074.
5. Смоленский, Г. А. Сегнетомагнетики / Г. А. Смоленский, И. Е. Чупис // УФН. 1982. – Т. 137, № 3. – С. 415–448.
6. Агеев, А. Н. О магнитной проницаемости на оптических частотах / А. Н. Агеев [и др.] // ФТТ. – 1983. – Т. 25, № 2. – С. 478–481.

УДК 536.71, 536.44

## КОМПЬЮТЕРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

### COMPUTER PRACTICAL ON THERMODYNAMICS OF REAL GASES

Г. Ю. Тюменков / G. Y. Tyumenkov

Гомельский государственный университет  
им. Ф.Скорины (Гомель, Беларусь)

И. А. Журавлёва / I. A. Zhuravleva

Гомельский машиностроительный колледж (Гомель, Беларусь)

Показана эффективность применения пакета Mathcad для решения задач классической термодинамики. Используются общепризнанные двухпараметрические уравнения состояния реального газа.