# ОБУЧЕНИЕ РАСПОЗНАВАНИЮ КЛЮЧЕВЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

***Звежинская Екатерина Витальевна,***
*студентка,*
*Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка, г. Минск, Республика Беларусь*
e-mail: katerinazvezhinskaya@gmail.com
***Научный руководитель: Тухолко Л.Л., канд. педагог. наук, доцент***

В работах [1–4] раскрыты психологические основы использования ключевых геометрических конструкций (конструкций, которые позволяют открывать свойства геометрических фигур и связи между ними) для обучения поиску решения планиметрических задач; описан механизм реализации их эвристической функции; обоснована необходимость создания фонда ключевых геометрических конструкций, зрительные образы которых помогут учащимся в нужный момент использовать доказанные ранее свойства этих конструкций; предложен приём формирования такого фонда учителем путём систематического анализа эскизов рисунков к задачам учебных пособий различных авторов. В данной работе обсуждается вопрос обучения учащихся распознаванию ключевых геометрических конструкций в контексте других геометрических конструкций.

Предположим, что в ходе решения задач по теме «Свойства параллельных прямых» учащиеся сделали вывод о том, что *биссектриса угла, образованного одной из параллельных прямых и секущей, вместе с этой секущей и второй параллельной прямой ограничивают равнобедренный треугольник*», и доказали это и обратное ему утверждение: «*Если две секущие и одна из параллельных прямых ограничивают равнобедренный треугольник, то одна из секущих является биссектрисой угла, образованного второй секущей и второй из параллельных прямых*».

Не стоит рассчитывать на то, что учащиеся 7 класса запомнят эти утверждения и смогут их применять при решении задач. Важно сформировать зрительный образ геометрической конструкции, состоящей из пары параллельных прямых, секущей и биссектрисы внутреннего угла, образованного этими прямыми, и научить распознавать эту конструкцию. С этой целью полезно сформулировать руководство к действию, например, следующее: *«Если есть две параллельные прямые и две секущие, проходящие через точку одной из параллельных прямых, проверь, не образуется ли равнобедренный треугольник!»*.

Кроме того, необходимо предоставить учащимся систему задач, в которых распознавание указанной геометрической конструкции делает поиск решения более рациональным. Примерами таких задач являются задачи 1 и 2.

***Задача 1.*** На рис. 1 изображены параллельные прямые $TN$ и $ZF$, $PB$ и $LM$ и секущие $AF$, $BE$, $BF$. $BA$ и $BF$ – биссектрисы углов $TBD$ и $CBD$ соответственно.

*а*). Назовите все изображённые на рис. 1 равнобедренные треугольники.

*б*). Найдите длину отрезка $BC$, если $DE = 3$.

Используя сформулированное выше руководство к действию, учащиеся довольно быстро находят равнобедренные треугольники $ADB$ и $FDB$. Затем, используя свойство внутренних накрест лежащих углов при параллельных прямых $AB$, $EF$ и секущих $AF$ и $BE$, можно найти равнобедренный треугольник $EDF$; далее, применив свойство соответственных углов при параллельных прямых $AB$, $EC$ и секущей $BC$, можно заметить равнобедренный треугольник $BEC$. Анализируя полученные данные, можно прийти к выводу, что $BC = BE = 2\ DE = 6$.

***Задача 2.*** На рис. 2 изображены параллельные прямые $BC$ и $AF$, $AE$ и $DC$ и секущие $AC$, $BD$, $EF$. $AC$ и $BD$ – биссектрисы углов $DAB$ и $CBA$ соответственно. $EC = CF$.

*а*). Назовите все изображённые на рисунке равнобедренные треугольники.

*б*). Назовите прямоугольные треугольники.

*в*). Найдите все равные треугольники, изображённые на рис. 2.

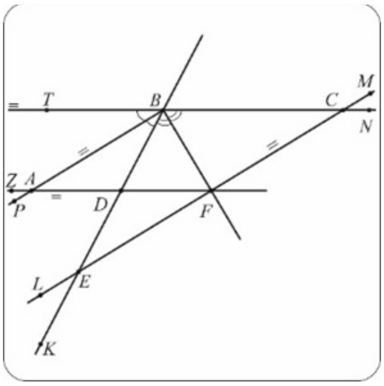


*Рисунок 1*

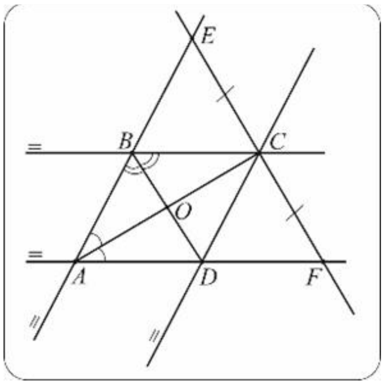


*Рисунок 2*

Можно заметить, что треугольники $ABC$ и $ABD$ равнобедренные, и сделать вывод о том, что их биссектрисы $BO$ и $AO$ соответственно являются высотами, значит, треугольники $AOB$, $COB$, $AOD$ – прямоугольные, значит, и треугольник $COD$ прямоугольный. Эти выводы сделаны без использования теоремы о сумме градусных мер углов треугольника.

Кроме того, можно заметить, что в треугольнике $AEF$ биссектриса $AC$ является медианой, значит, треугольник $AEF$ равнобедренный, его биссектриса $AC$ является высотой, тогда треугольники $ACE$ и $ACF$ – прямоугольные, а прямые $BD$ и $EF$ параллельны. Используя свойства углов, образованных этими прямыми и изображёнными на рисунке секущими, можно доказать, что равнобедренными являются и треугольники *CBE* и *CDF*. Этот вывод открывает возможность найти равные треугольники *BEC*, *DCF*, *ABD*, *CDB*. Остальные равные треугольники найти несложно.

Эту задачу можно усложнить, заменив требование пункта *в*) следующим: «Найдите длину отрезка *BE*, если длина отрезка *AD* равна 12».

Геометрическая конструкция, состоящая из пары параллельных прямых, секущей и биссектрисы внутреннего угла, образованного этими прямыми, является ключевой по теме «Параллельность прямых на плоскости», так как довольно часто возникает при решении задач по этой и последующим темам [4]. Важно обеспечить возможность её применения в сочетании с ключевыми геометрическими конструкциям по следующим темам.

Таким образом, для обучения учащихся распознаванию ключевых геометрических конструкций важно сформулировать руководство к действию, которое описывает признаки этой конструкции, и предложить учащимся задачи на её распознавание в контексте других геометрических конструкций.

**Литература**

1. Звежинская Е.В. Реализация эвристической функции геометрических конструкций при обучении решению планиметрических задач / Е.В. Звежинская, Л.Л.Тухолко // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 14–15 апр., 2021 г. / Брест. гос. ун-т. им. А.С. Пушкина ; редкол.: Е.П. Гринько [и др.] , под общ. ред. Е. П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2021. – С. 26 – 28.

2. Звежинская Е. В. Эвристическая функция геометрических конструкций в курсе планиметрии / Е.В. Звежинская, Л.Л. Тухолко // Инновационные подходы к обучению физике, математике, информатике : материалы Междунар. студен. науч.-практ. интернет-конф., Минск, 22 апр. 2021 г. / Белорус. гос. пед. ун-т ; редкол.: А. Ф. Климович (отв. ред.) [и др.]. – Минск, 2021. – С. 104–107.

3. Звежинская Е.В. Факторы, обусловливающие эффективность ключевых геометрических конструкций при обучении поиску решения планиметрических задач / Е.В. Звежинская, Л.Л. Тухолко // Математическое образование – 9 = Mathematical Education – 9 : материалы междунар. конф., Ереван, 7–8 окт. 2021 г. / Армян. гос. пед. ун-т ; редкол.: А.В. Хоецян [и др.]. – Ереван, 2021. – С. 62–64.

4. Звежинская Е.В. Прием выявления ключевых геометрических конструкций / Е. В. Звежинская, Л. Л. Тухолко // Математическое образование: цели, достижения и перспективы : Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 25 нояб. 2021 г. / Белорус. гос. пед. ун-т ; редкол.: С.И. Василец [и др.]. – Минск, 2021. – С. 56 – 60.