Внимательное чтение доказательств в работах [1, 2] вызывает интерес к изучению групп с ограничениями, наложенными на взаимосвязь решетки централизаторов и решетки подгрупп. Так, в работе [3] описаны конечные группы, у которых решетки централизаторов совпадают с решеткой подгрупп. В [4] изучались группы, у которых решетка централизаторов совпадает с интервалом $[Z(G),G]$ решетки подгрупп. В рамках проводимого нами исследования изучались нильпотентные группы, у которых решетка централизаторов является подрешеткой решетки подгрупп. Получены следующие результаты.

Теорема. Если решетка централизаторов $L(G)$ конечной нильпотентной группы является подрешеткой решетки подгрупп, то решетка $L(G)$ модулярна.

Следствие. Пусть G – конечная нильпотентная группа, у которой решетка централизаторов является подрешеткой подгрупп. Если A и B – такие централизаторы из группы G , что A накрывает B, то $B\Delta G$ и фактор A/B является элементарной абелевой группой. Если при этом решетка централизаторов неразложима в прямую сумму подрешеток, то порядки всех фактор-групп равны между собой.

Список использованных источников

1. Мулдагалиев, В. С. О централизаторно факторизуемых группах / В.С. Мулдагалиев. – Укр. Матем. Журн. – 1983, 35, №1. С. – 58–63.
2 Мулдагалиев, В. С. Строение конечных центрилизаторно факторизуемых групп / В.С. Мулдагалиев. – Укр. Матем. Журн. – 1984, 36, №5. – С. 658–660.
3. Gaschutz W. Cruppen, dezen samotlidi Unter- gruppen Zentralisatoren sind / W. Gaschutz // Arch.Math. – 1954, 1.6. – С. 36–52.
4. Антонов, В. А. Группы типа Гатюца и близкие книг группы / В.А. Антонов // Мат. Заметки. – 1980, 27, №6. С. – 83–89.

УДК.519.4

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С МОДУЛЯРНОЙ РЕШЕТКОЙ ЦЕНТРАЛИЗАТОРОВ
FINITE GROUPS WITH MODULAR CENTRALIZER LATTICE

В. С. Мулдагалиев / V. S. Muldagaiyev
Г. М. Нуримова / G. M. Nurimova
Западно-Казахстанский университет имени Махамбета Утемисова (Уральск, Казахстан)

В данной работе изложен ряд результатов, вытекающих из модулярности решетки подгрупп конечной группы. В этом направлении получена характеристика прямой разложимости централизаторов конечной группы в прямую сумму подрешеток. А также доказана примарность фактор-группы по центру конечной группы с разложимой в прямую сумму модулярной решеткой централизаторов.

In this paper, we present a number of results that follow from the modularity of the lattice of subgroups of a finite group. In this way, a characterization of the direct decomposability of the centralizers of a finite group into a direct sum of sublattices is obtained. It is also proved that the quotient group is approximate by the center of a finite group with a decomposable direct sum by a modular centralizer lattice.

Ключевые слова: решетки централизаторов, решетка подгрупп, конечная группа, нильпотентная группа, абелева группа.

Keywords: centralizer lattice, subgroup lattice, finite group, nilpotent group, abelian group.

Р. Шмидт [2] доказал, что конечная группа G с дистрибутивной решеткой централизаторов $L(G)$ является абелевой. Там же он исследовал конечные группы, в которых решетка централизаторов модулярна длины два (m-группы). В [1] был получен критерий разложимости решетки $L(G)$ в прямую сумму подрешеток, что позволяет ограничиться исследованием групп с неразложимой в прямую сумму решеткой централизаторов. В той же работе показано, что если решетка $L(G)$ конечной группы G является неразложимой в прямую сумму модулярной решеткой с дополнениями, то либо G является p-группой, либо фактор-группа $G/Z(G)$ примарна.

Оказывается, если решетка $L(G)$ конечной группы G модулярна, то строение как решетки $L(G)$, так и самой группы G во многом определяется свойствами нижнего слоя решетки $L(G)$, т.е. ее подрешетки, порождённой атомами.

Теорема 1. Пусть G – конечная группа с модулярной решеткой централизаторов. Решетка $L(G)$разложима в прямую сумму подрешеток тогда и только тогда, когда в прямую сумму разложим нижний слой этой решетки.

Теорема 2. Пусть G – конечная группа с разложимой в прямую сумму модулярной решеткой централизаторов. Тогда справедливы следующие утверждения.

1. Если нижний слой неабелев, то либо G является p-группой, либо фактор-группа $G/Z(G)$ примарна.
2. Если длина нижнего слоя больше двух, и для любого элемента $x \in G$ централизаторов $C(G(x))$ содержит не более одного атома решетки $L(G)$, то $G/Z(G)$ примарна.
3. Если длина равна двум и для любого $x \in G$ интервал $[Z(G), C(C(x))]$ решетки $L(G)$ является цепью, то либо G является p-группой, либо $G/Z(G)$ примарна, либо фактор-группа $G/Z(G)$ является: p-группой, а $G/C(\Omega(G)$ есть группа Фробениуса, ядро которой является p-группой, доказательный множитель – циклическая группа, либо изоморфна одной из групп $PSL(2, p^n)$ или $PGL(2, p^n)$.

Список использованных источников

1. Антонов В. К. Конечные группы с модулярной решеткой централизаторов / В. К. Антонов // Алгебра и логика. – 1987. – 1.26. № 6.
2. Zentralisatorverbande end licherGruppen / R.Schimidt // Rend.Sem.Math. Univ. Podova. – 1970. – V.44. – P. 97–131.