4. Микаелян, Г. С. Эстетические основы обучения математике / Г. С. Микаелян. – Ереван : Эдит Принт, 2015. – 276 с.
5. Микаелян, Г. С. О проявлении волевых качеств решительности и смелости в процессе обучения математике. Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы. Сборник статей по материалам XVI национальной заочной научно-практической конференции (с международным участием) «АРТЕМОВСКИЕ ЧТЕНИЯ» г. Пенза, 21–22 апреля 2020 г. С. 77–80.
6. Фромм, Э. Иметь или быть / Э. Форм. – М.: АСТ, 2014. – 320 с.

УДК [372.851:511.11]:37.026.3

ПОДХОДЫ К ВВЕДЕНИЮ ПОНЯТИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА В СОВРЕМЕННЫХ УЧЕБНЫХ ПОСОБИЯХ ДЛЯ ШКОЛЫ

APPROACHES TO THE INTRODUCTION OF THE CONCEPT OF A COMPLEX NUMBER IN MODERN TEXTBOOKS FOR SCHOOLS

В. С. Миналто / V. S. Minalto
Е. П. Кузнецова / E. P. Kuzniansova
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка (Минск, Беларусь)

Дана типология подходов введения комплексных чисел в современных учебных пособиях ряда постсоветских стран.

The typology of approaches to the introduction of complex numbers in modern textbooks of a number of post-Soviet countries is given.

Ключевые слова: комплексное число, расширение числового множества, решение уравнений.

Keywords: complex number, number set extension, solution of equations.

Нужны ли школьнику знания о комплексных числах (КЧ), насколько инновационны и современны эти знания? Изучение истории вопроса убеждает, что отказ от темы «КЧ» в советской школе, из-за якобы ее формализма, не вполне оправдан. Введенные взамен КЧ сведения из других разделов математики (пределы, производная, интеграл, комбинаторика, теория вероятностей) были, фактически по тем же причинам, сильно сокращены или совсем исключены из программы. А вот целесообразность изучения КЧ школьниками приобрела в последние десятилетия новые аргументы. Развитие науки и практики показало востребованность КЧ, как и ряда других абстрактных разделов математики, в связи с решением теоретических и реальных проблем. Так, например, многие факты математического анализа невозможно обосновать, если не оперировать КЧ. В школьном математическом образовании КЧ предоставляют возможность не только завершить некоторые основные идеи курса, но и содержательно повторить, а затем и проверить усвоение материала многих тем алгебры и геометрии [1].

В Беларуси КЧ не изучаются более 50 лет. Введены ли КЧ в школах других постсоветских стран, и как – формально или нет? Для объяснения учащимся необходимости введения КЧ и мотивации их изучения возможны четыре варианта [2]. Выделим эти подходы, назовем их и поясним суть каждого.

I подход (через разрешимость квадратных уравнений). При решении квадратного уравнения вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$, встречаясь с тремя случаями значений дискриминанта D = $b^2 - 4ac$, математики со времен Франсуа Виета сделали выводы о двух различных действительных корнях при D > 0 или двух равных действительных корнях при D = 0. В случае D < 0 уравнение не имеет действительных корней, то есть неразрешимо в ***R***. Здесь и появляется возможность пояснить необходимость введения новых чисел – именуемых комплексными – для того, чтобы любое квадратное уравнение всегда имело два корня (с учетом кратности) в соответствии с основной теоремой алгебры.

II подход (через проблему разрешимости некоторых кубических уравнений). В 1545 году вопрос о необходимости введения КЧ (мнимых чисел – так их называли в то время) поднял в своей книге «Великое искусство, или об алгебраических правилах» итальянский ученый Дж. Кардано. Потребность в КЧ возникала в «неприводимом» случае, когда кубическое уравнение имело три действительных корня. В промежуточных действиях появлялось уравнение вида $x^2 = a$, где a – отрицательное число, – это и привело к мысли о необходимости извлекать квадратные корни из отрицательных чисел.

III подход (через идею последовательного расширения числовых множеств). Прямые арифметические действия (сложение, умножение, возведение в натуральную степень) всегда выполнимы на множестве натуральных чисел, а действия, обратные прямым (вычитание, деление, извлечение корня натуральной степени), – не всегда. Соответственно, уравнение $ax = b$, где a и b– натуральные числа, не всегда разрешимо на множестве натуральных чисел, но оно будет разрешимым с введением дробей, поскольку становится возможным деление (если делитель не равен нулю). А уравнение $x + n = m$, где n и m – положительные числа, будет разрешимым после введения отрицательных чисел и нуля, поскольку тогда становится всегда возможным вычитание. И, например, уравнение $x^2 = a$, где a > 0, становится всегда разрешимым после введения понятия квадратного корня, операция извлечения которого из рациональных чисел приводит к понятию иррационального числа. Иррациональные результаты извлечения корня любой натуральной степени из положительных рациональных чисел образуют подмножество алгебраических чисел в множестве всех иррациональных чисел, которое с иррациональными трансцендентными числами (и т. п.), дает расширение множества ***Q*** до множества ***R*** – всех действительных чисел. Требование разрешимости уравнения $x^2 = a$ при любом вещественном а приводит к расширению множества ***R*** до множества ***C*** – всех КЧ.

IV подход (через решение только уравнения вида $x^2 + a = 0$, где $a > 0$). Указанное уравнение неразрешимо на множестве действительных чисел, что и приводит к мысли (для его разрешимости) ввести новый символ $\boldsymbol{i}$ – мнимую единицу, такую, что $\boldsymbol{i}^2 = -1$. Тогда $x_{1,2} = \pm \boldsymbol{i}\sqrt{a}$.

Для разрешения вопроса о том, в каких из постсоветских стран сохранилась тема «КЧ», в рамках данного исследования были рассмотрены учебные программы по математике 13 стран (по двум странам – Латвия, Эстония – информация пока не получена). В школах семи стран (Беларусь, Грузия, Казахстан, Кыргызстан, Литва, Таджикистан, Украина) КЧ не изучаются, однако тема «КЧ» включена в программы по математике в шести странах: Азербайджан, Армения, Молдова, Россия, Туркменистан, Узбекистан.

Авторы каждого учебного пособия (рассмотрено 8 книг) в этих шести странах пользуются одним из четырех подходов введения понятия КЧ (таблица 1).

Таблица 1. **– Особенности введения понятия КЧ в учебных пособиях стран постсоветского пространства, сохранивших тему «КЧ» в курсе математики.**

Страна, в которой тема «КЧ» входит в школьную программу	**Библиографические данные об учебном пособии**	**Подход к обоснованию введения понятия КЧ**			
		I	**II**	**III**	**IV**
Азербайджан	Гахраманова Н. и др., Математика: учебник для 10 класса, 2017. – 320 с.			+	
Армения	Геворкян Г. Г. и др., Алгебра и элементы математического анализа для 10 класса, 2009. – 208 с.				+
Молдова	Акири И. и др., Математика: Учебник для 11 класса, 2020. – 304 с.	+			
Россия	Колягин, Ю. М. и др., Алгебра и начала математического анализа для 11 класса, 2010. – 264 с.			+	
	Никольский С. М и др., Алгебра и начала математического анализа для 11 класса, 2009. – 464 с.	+			
	Пратусевич М. Я. И др., Алгебра и начала анализа для 11 класса, 2010. – 463 с.		+		
Туркменистан	Гельдиев Г. и др., Алгебра и элементы математического анализа для 11 класса, 2014. – 232 с.				+
Узбекистан	Мирзаахмедов М. А. и др., Алгебра и начала анализа. Геометрия для 10 класса, часть 2, 2017. – 144 с.				+

В 3-х из 8 пособий реализован IV подход (37,5 %) – он позволяет быстро, без длинных прелюдий, но довольно формально, перейти к изучению действий над КЧ в алгебраической форме. Большую осознанность и полноту в усвоении сути понятия КЧ могут обеспечить остальные три подхода. Так, III подход (25 %) попутно знакомит с историей расширения понятия числа, II (12,5 %) – с драмой идей при решении кубических уравнений, а I (25 %) – завершает изучение квадратных уравнений.

Итак, из четырёх рассмотренных подходов в 62,5% пособий выбраны неформальные подходы I – III к введению КЧ.

Список использованных источников

1. Миналто, В. С. О целесообразности рассмотрения комплексных чисел в школьном курсе математики / В. С. Миналто (Научный руководитель Е. П. Кузнецова) // Сборник материалов Международной конференции «Математическое образование» (7–8 октября, 2021). – Ереван, 2021. – 208 с. – С. 115–118.
2. Пивоваров, Г. Н. Комплексные числа в курсе алгебры средней школы: Метод. разработка. – Москва : Учпедгиз, 1961. – 60 с.

УДК 519.4

О ВЗАИМОСВЯЗИ РЕШЕТКИ ПОДГРУПП И РЕШЕТКИ ЦЕНТРАЛИЗАТОРОВ ГРУППЫ

RELATIONSHIP BETWEEN THE LATTICE OF SUBGROUPS AND THE LATTICE OF THE CENTRALIZERS OF THE GROUP

В. С. Мулдагалиев / V. S. Muldagaiyev,
Г. М. Нуримова / G. M. Nurimova
Западно-Казахстанский университет имени Махамбета Утемисова (Уральск, Казахстан)

В настоящей работе изложены результаты изучения связи между решеткой подгрупп и решёткой централизаторов группы, в частности, необходимое условие модулярности решетки централизаторов в конечной нильпотентной группе, а также следствие из этой теоремы о равенстве порядков фактор-групп у решетки централизаторов, неразложимых в прямую сумму подрешеток.

This paper presents the results of studying the relationship between the lattice of subgroups and the lattice of centralizers, in particular, the necessary condition for the modularity of the lattice of centralizers in a finite nilpotent group, as well as a consequence of this theorem on the equality of the orders of factor-groups in the lattice of centralizers that are indecomposable into a direct sum of sublattices.

Ключевые слова: группа, решетка, решетка централизаторов, решетка подгрупп, конечная группа, нильпотентная группа, абелевая группа.

Keywords: group, lattice, centralizer lattice, subgroup lattice, finite group, nilpotent group, abelian group.