

30К-1  
7096

ISSN 1993-2669

Серия

"У дапамогу педагогу"

# МАТЭМАТЫКА

проблемы  
выкладывания

2

2010

Т. В. Валаханович, *учитель математики высшей категории гимназии г. Дзержинска,*  
В. В. Шлыков, *доктор педагогических наук*

### ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ГРАФИКА КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В КУРСЕ ПЛАНИМЕТРИИ

Работа с графиками, схемами, чертежами является одним из условий получения результата в различных областях производственной, научной и учебной деятельности. Любой познавательный процесс прямо или косвенно предполагает применение способностей человека принимать решения «на основе использования наглядного материала, выраженного в различной графической форме» [1, с. 62]. Многие практические задачи связаны с необходимостью получать информацию о структуре и свойствах реальных объектов и процессов на основании анализа графических изображений. Таким образом, формирование умений анализировать и получать новую информацию в результате работы с графическими моделями, формулировать предположения и давать их обоснование — одна из важных задач образования учащихся.

Использование наглядных средств, в том числе графических изображений, обусловлено требованием реализации в учебном процессе дидактических принципов наглядности и доступности, которые предполагают «систематическую опору учащихся в процессе обучения на чувственно воспринятые предметы, изображения и модели» [2, с. 82]. Особое значение для достижения целей обучения, раз-

вития и воспитания учащихся имеет графическое моделирование в курсе геометрии. Здесь, с одной стороны, усвоение абстрактных понятий не обходится без обращения к различным изображениям геометрических фигур, а с другой — курс геометрии вносит существенный вклад в формирование графической культуры учащихся и развитие пространственного мышления в процессе оперирования графическими моделями.

Различные аспекты роли чертежа в процессе учебной деятельности рассматривались в ряде научных публикаций. Педагогическое значение изображений пространственных фигур изучали Г. А. Владимирский, Н. Ф. Четверухин, Д. Ф. Изаак [3—5]. Значение роли геометрического чертежа при усвоении понятий и доказательстве теорем исследовали Н. Н. Волков и Е. Н. Кабанова-Миллер [6; 7]. Вопрос о наглядности иллюстративного материала в учебниках по геометрии анализировался в работах [8—10]. Здесь в большей степени акцентировалось внимание на способах изображения пространственных геометрических фигур в процессе обучения учащихся стереометрии. В то же время представляет интерес вопрос о функциях графического материала и его значении для развития пространственно-

го мышления учащихся в курсе планиметрии.

Специфика предмета геометрии, представляющего собой «единство живого созерцания и строгой логики», определяет ключевое положение графической модели, её особую значимость, как связующего звена между абстрактными понятиями и наглядными представлениями. С точки зрения развития пространственного мышления учащихся, в курсе планиметрии неизбежно обращение к трёхмерным объектам и рассмотрение их графических моделей. Нельзя решить проблему развития пространственного мышления, не выходя в пространство, не включая в их деятельность учебных заданий, определяющих необходимость проведения мысленного эксперимента по созданию пространственных образов фигур на основании их графических моделей. С этой точки зрения приобретают значимость правила изображения плоских и пространственных фигур, которые по существу и служат одним из инструментариев, обеспечивающих развитие у учащихся умений мысленного «выхода» из плоскости.

Исследования психологов подтверждают, что формирование пространственных представлений осуществляется как на основе восприятия конкретных предметов, физических тел или их рисунков, так и на основе графических моделей геометрических фигур, выполненных с учётом правил некоторого проекционного аппарата. При этом «представления, формируемые на основе графических моделей, имеют иную психологическую природу, чем те, которые формируются на основе наглядных изображений конкретных предметов» [1, с. 64]. К началу изучения систематического курса планиметрии учащимися накоплен определённый опыт по восприятию пространственных тел и их изображений, который важно использовать и в курсе планиметрии. Здесь необходимо найти оптимальное соотношение между иллюстративным материалом, способствующим развитию пространственных представлений на основе художественных

изображений реальных объектов, и графическими моделями проекционного характера.

Решение вопроса о соотношении различного рода иллюстративного материала, используемого в практике обучения учителем и в процессе познавательной деятельности учеником, важно осуществлять с учётом многообразия его функций. В соответствии с обучающей, развивающей и воспитательной целями обучения геометрии, на наш взгляд, можно выделить следующие функции графического материала в учебной деятельности: *иллюстративную, эстетическую, мотивационную, информационно-опорную, обучающе-управляющую, развивающую, контролирующую.*

*Иллюстративная функция* заключается в демонстрации геометрических свойств абстрактных понятий, а также их проявлений в реальных объектах природы или объектах, полученных в результате практической деятельности человека.

Реализация указанной функции в учебной деятельности и средствах обучения осуществляется с помощью рисунков, геометрической графики и фотографий, демонстрирующих проявление геометрических свойств и конструкций в практической, научной и учебной деятельности. Примерами могут служить изображения архитектурных сооружений, результатов производства, фотографии и репродукции художественных произведений и т. д.

*Эстетическая функция* заключается в формировании эстетических вкусов учащихся посредством графических моделей, отражающих красоту геометрических закономерностей и конструкций.

Указанная функция реализуется с помощью графических моделей, орнаментов, репродукций художественных произведений, раскрывающих взаимосвязь геометрических свойств и формы объекта, отражающих изящество архитектурных сооружений и художественных произведений. Изображения правильных многоугольников и многогранников, геометрические узоры — всё это источники эстети-

ческого воздействия на учащихся, отражающие гармонию формы и содержания геометрических объектов.

Создание учащимися геометрических конструкций может быть одним из средств формирования их эстетических вкусов. Графические модели даже не очень сложных конфигураций позволяют откликаться на различные эстетические вкусы учащихся. Например, графическая модель, полученная в результате проведения средних линий квадрата и всех диагоналей, образовавшихся при этом прямоугольников и квадратов (рис. 1, а), даёт простор для получения эстетического удовольствия как с точки зрения анализа свойств возникающих при этом конфигураций, так и с точки зрения рассмотрения своеобразных геометрических орнаментов (рис. 1, б, в, г).

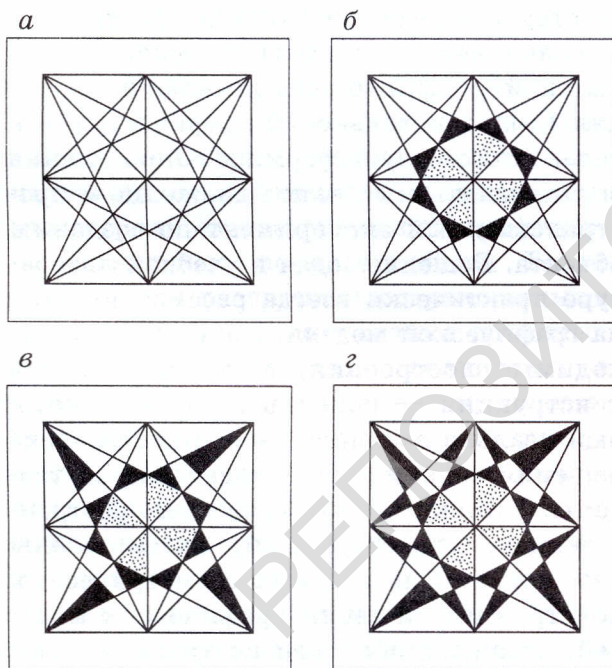


Рисунок 1

*Мотивационная функция* заключается в воздействии графических моделей на эмоциональную память учащихся, в создании положительного эмоционального фона процесса учебной деятельности и повышении интереса к изучению геометрии.

Реализация указанной функции осуществляется в процессе сопровождения тек-

стовой информации графическими моделями, оказывающими влияние на отношение учащихся к учебному материалу, усиливающими заинтересованность в его изучении, стимулирующими достижение успеха в познавательной деятельности. Значима мотивационная функция иллюстративного материала в учебных и дидактических пособиях. Красивый графический материал в средствах обучения, визуально отражающий красоту геометрических утверждений, способствует проявлению интереса к изучению геометрии, вызывает желание учащихся работать с учебным пособием, является хорошим внешним стимулом, который усиливает эффект запоминания учебного материала и мотивацию учащихся в учебной деятельности.

*Информационно-опорная функция* заключается в предъявлении учебной информации посредством готовых графических моделей, обладающих дифференцированным воздействием на зрителя.

Данная функция реализуется посредством использования в учебной деятельности графических моделей, отличающихся различным уровнем воздействия на зрительную память, позволяющих увидеть объект с различных точек зрения, сделать утверждения более наглядными и понятными, усилить эффект запоминания информации, способствовать более прочному её усвоению. Любая графическая модель является опорным сигналом, способствующим запоминанию и воспроизведению учебного материала. По мнению Н. Е. Жуковского, «если формулы и подстановки некоторыми из изучающих легко запоминаются, то также скоро они исчезают из памяти; но раз усвоенные геометрические образы, рисующие картину рассматриваемого явления, надолго западают в голову и живут в воображении учащегося» [11, с. 81]. Усиление информационно-опорной функции графических моделей можно осуществлять за счёт вариации их расположения, толщины линий, сочетания цветов, затенённости некоторых областей, что влияет на концентрацию внимания и зрительную память [12].

Иллюстрацией к сказанному служат графические модели невыпуклого двенадцатиугольника, являющегося частью прямоугольника  $ABCD$  и дополнением до прямоугольников  $SOKE$  и  $FPLT$  (рис. 2, а, б, в). Физическую модель многоугольника получим, если от листа бумаги прямоугольной формыотрежем части в форме прямоугольников (рис. 2, г). Рассматриваемые графические модели обладают различным потенциалом наглядности, разной степенью сложности для восприятия наблюдателем и создания ассоциаций с накопленным пространственным опытом и опытом чтения рисунков и графических моделей геометрических фигур. Каждая из этих графических моделей требует различных усилий для её мысленного представления и концентрации зрительной и эмоциональной памяти.

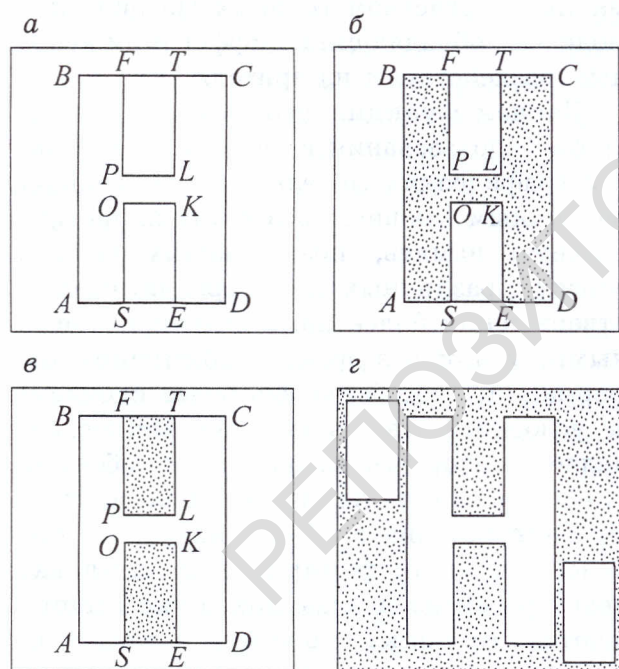


Рисунок 2

Использование графических моделей, выполненных с помощью *геометрической графики*, под которой мы понимаем *вид техники изображения геометрических фигур, использующей в качестве изобразительных средств точки, отрезки, штрихи, цветовые пятна*, вполне оправдано в учебном процесс, так как это позволяет

учитывать как педагогические аспекты учебной деятельности, так и психологические механизмы восприятия графической информации, усиливает выразительность графических моделей, а следовательно, и их роль как опорных сигналов в активизации зрительной и эмоциональной памяти.

*Обучающе-управляющая функция* заключается в воспроизведении этапов построения графической модели фигуры, позволяющих проследить динамику возникновения геометрического объекта, осуществлять управление графической деятельностью учащихся и сопровождение этапов моделирования геометрических объектов.

Эта функция реализуется при рассмотрении последовательности графических моделей, некоторого графического «мультфильма», каждый кадр которого соответствует определённому шагу построения и позволяет проследить переход от начальной конфигурации до конечной. Такая последовательность графических моделей способствует формированию умений осуществлять мысленное движение и пространственный эксперимент по созданию объекта. Решение задач в учебной литературе практически всегда рассматривается на графической модели, где есть все необходимые построения, а геометрическая конструкция — конечный продукт, который реально возникает в процессе поиска решения задачи или доказательства теоремы. С точки зрения развития пространственных представлений, более важны изображения не готовых геометрических конструкций, а серии графических моделей, отражающих шаги построения и иллюстрирующих процесс их возникновения (рис. 3, а, б, в, г).

Например, создание графической модели многоугольника, вершинами которого служат точки пересечения прямых, содержащих стороны квадрата  $ABCD$ , и прямых, проходящих через его вершины и середины сторон, можно представить графическими моделями, показанными на рисунках 3, а, б, в, г, которые позволяют зрительно проследить процесс возникнове-

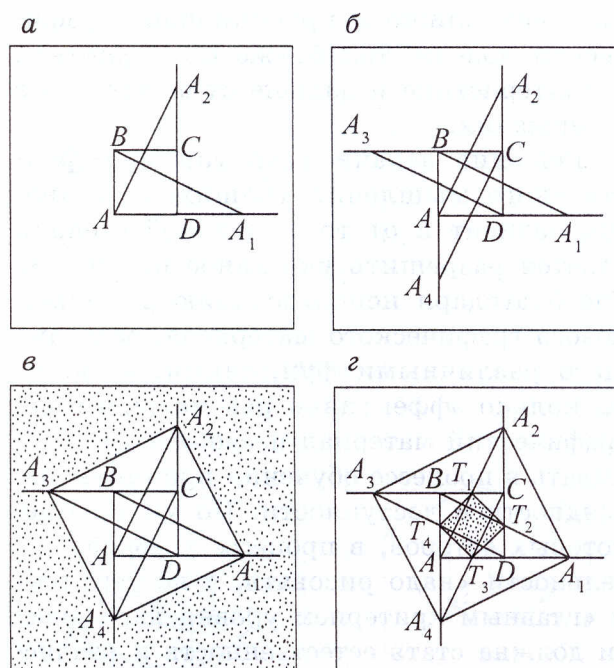


Рисунок 3

ния четырёхугольников  $A_1A_2A_3A_4$  и  $T_1T_2T_3T_4$ . Каждый «кадрик» обладает своим потенциалом привлечения внимания учащихся, а элементы графики усиливают роль соответствующей графической модели как опорного сигнала. Такой же механизм развития пространственных представлений и формирования графических умений может быть реализован в процессе решения задач на построение геометрических фигур с помощью циркуля и линейки, когда каждый шаг проиллюстрирован отдельной графической моделью, включающей предыдущий шаг построения.

*Развивающая функция* заключается в развитии с помощью графических моделей геометрической интуиции, творческих способностей, визуального и логического мышления.

Графическая модель всегда сопутствует поиску решения геометрической задачи, а её построение часто является результатом интуитивной догадки и творческого решения по созданию конструкции, отражающей взаимосвязи элементов задачи. Рациональность решения задачи чаще всего определяется некоторым не-

ординарным подходом к построению геометрической конструкции, подсказывающей ход дальнейших рассуждений или построений. Графические модели способствуют развитию визуального мышления, результатом которого «является порождение новых образов, создание новых визуальных форм, несущих определённую смысловую нагрузку и делающих знание видимым» [13, с. 46]. Они помогают реализовать цепочку учебной деятельности *видеть — анализировать — представлять — распознавать — доказывать*, каждое звено которой характеризуется взаимодействием геометрической интуиции, творческих способностей, визуального и логического мышления учащихся.

*Контролирующая функция* заключается в обеспечении контроля умений учащихся по распознаванию геометрических объектов в контексте более сложных конструкций, умений графического оперирования плоскими и пространственными фигурами и создания графических моделей на основе текстовой информации.

Данная функция реализуется при использовании готовых графических моделей, разработанных с целью выявления умений и навыков по распознаванию геометрических фигур в контексте других более сложных конструкций и нахождению их свойств. Осуществление контроля проводится с использованием графических моделей плоских и пространственных фигур, сопровождаемых системой вопросов, позволяющих оценивать уровень умений учащихся «читать» графические модели, определять свойства фигур, необходимые при решении задач.

Каждая из выделенных функций не является в чистом виде. На наш взгляд, наиболее важным представляется использовать в учебных средствах и учебной деятельности многоплановый графический материал, адекватный решаемым учебным задачам с учётом того, что в процессе их решения «взаимопереплетаются чувственные (образные) и словесно-логические механизмы мышления» [1, с. 65], а *графическая модель — посредник между*

пространственным и логическим мышлением учащихся в познавательной деятельности. Поэтому естественен вопрос о предъявлении требований к технике исполнения графических моделей в курсе планиметрии, где наряду с усилением роли дедуктивных рассуждений необходимы условия для развития пространственного мышления учащихся.

Сложность мысленного воссоздания пространственного объекта на основании его графической модели связана с наличием дополнительности, на уровне графической модели, которая заключается в том, что её одновременно необходимо ассоциировать с плоским и пространственным объектами, т. е. графическая модель пространственного объекта всегда порождает психологическое противоречие. При этом пространственный объект тем легче мысленно реконструировать по его графической модели, чем ближе она к художественному изображению физического объекта, и тем труднее, чем ближе она к графической модели, выполненной на основании правил некоторого проекционного аппарата. Степень «конфликта» между графической моделью фигуры, выполненной на основе правил проектирования, и художественным изображением её пространственного прообраза уменьшается по мере удаления от графической модели фигуры и приближения к художественному изображению её физической модели.

Соотношение между графической моделью фигуры и изображением её физической модели — пространственного прообраза — аналогично соотношению художественной и графической живописи: «они противоречат друг другу, доведённые до своего логического предела, они полностью уничтожают противоположную картину, мы можем сказать, что перед нами есть в точном смысле слова проявление дополнительности» [14, с. 100]. На наш взгляд, графическая модель объекта и его рисунок также характеризуются отношением дополнительности: чем ближе к рисунку, тем ближе к реальному содержанию и дальше от абстрактного понима-

ния, чем ближе к проекционной графической модели, тем ближе к абстрактной характеристике и дальше от физического содержания.

Решение задачи развития пространственного мышления учащихся во многом зависит и от того, в какой степени удаётся разрешить указанное противоречие благодаря использованию разнопланового графического материала, обладающего различными функциями, а также насколько эффективно рассматриваемый графический материал позволяет реализовывать в процессе обучения принципы наглядности и доступности. По мнению некоторых авторов, в процессе учебной деятельности «надо рисовать, а не чертить» и «главным критерием уровня наглядности должна стать естественность и реалистичность изображения» [10, с. 24]. С этим тезисом можно согласиться, но только частично.

На наш взгляд, реализацию принципа наглядности необходимо осуществлять за счёт «рисования» и «черчения» одновременно. Противоречие между «проекционным» и «художественным» изображениями следует разрешать благодаря рассмотрению парных графических моделей, отражающих как физический, так и абстрактный аспект, устраняя психологическое противоречие, возникающее в процессе восприятия плоской графической модели как изображения пространственной фигуры. Например, это противоречие разрешается более успешно при рассмотрении изображения модели куба в технике геометрической графики и его проекционной модели (рис. 4, а, б) или некоторой части куба (рис. 5, а, б).

Критерием наглядности графического материала должны быть такие графические модели, которые включают в процесс по распознаванию объекта как *наглядно-действенное, так и наглядно-абстрактное мышление* учащихся. При этом необходимо понимать наглядность модели не только с точки зрения её реалистичного зрительного восприятия, но также в смысле изоморфного отражения моделью

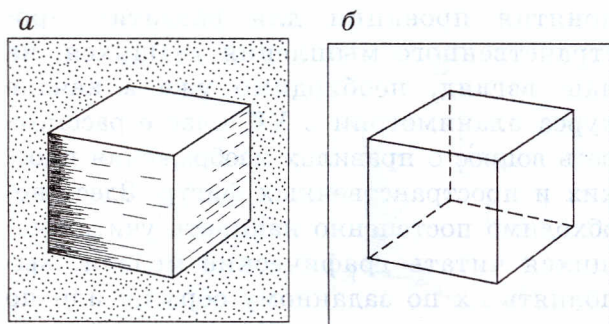


Рисунок 4

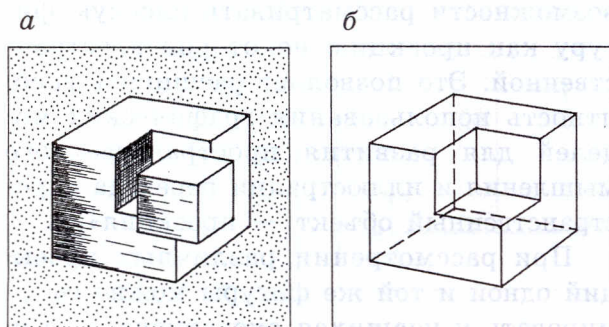


Рисунок 5

свойств геометрического объекта [15]. Заметим, что различные пространственные геометрические фигуры могут быть проиллюстрированы одной и той же графической моделью, отражающей некоторые характерные свойства фигуры, но не дающей полного представления о ней, если графическая модель не сопровождается соответствующим пояснительным текстом, особенно в случае, когда речь идёт о пространственных фигурах.

Вместе с тем и в случае наличия такого пояснительного текста к графической модели мысленное представление геометрической фигуры, установление «изоморфизма» между моделью и объектом часто затруднительно даже для учащихся старших классов. Например, среди ответов на вопрос, какая фигура изображена на рисунке 4, б, есть такие ответы, как «параллелограммы», «шестиугольник», «куб», «параллелепипед» и нет таких, как «поверхность куба», «поверхность параллелепипеда», «фигура, образованная пятью гранями куба» и т. д. Представленная графическая модель не несёт в себе полной информации об объекте без сопровож-

дающего текста, определяющего необходимость провести мысленное оперирование плоскими фигурами с целью представления пространственного геометрического объекта.

В данном случае графическая модель на рисунке 4, б идентифицируется учащимися с одной пространственной фигурой — кубом, и не рассматривается возможность соотнесения её с объединением некоторых плоских фигур, расположенных определённым образом в пространстве. Указанный пример показывает, что у учащихся может формироваться стереотип соотнесения графической модели с некоторой «стандартной» геометрической фигурой. Преодоление такого стереотипа особенно необходимо в процессе развития пространственного мышления учащихся в курсе планиметрии. При этом графические модели должны помочь учащимся формировать реалистичное представление о моделируемом объекте и способствовать пониманию, в какой степени рассматриваемые модели изоморфно отражают свойства плоской или пространственной геометрической фигуры и её положение в контексте более общей геометрической конструкции. Например, ответ на вопрос, что собой представляет геометрическая фигура  $F$ , полученная в результате исключения из фигуры, образованной всеми гранями куба, двух его противоположащих граней, может быть проиллюстрирован графическими моделями на рисунках 6, а, б. Представление о фигуре  $F_1$ , которая получена из фигуры  $F$  в результате «удаления» прямоугольника из одного из квадратов, образующих фигуру  $F$ , дают графические модели, показанные на рисунках 7, а, б. Таким образом, графические модели помогают видеть конструирование пространственных объектов на основании планиметрических фигур, проиллюстрировать различные аспекты такого конструирования.

Нельзя не согласиться с тем, что для реализации принципа наглядности в обучении необходимо систематически обращаться в процессе обучения к физическим

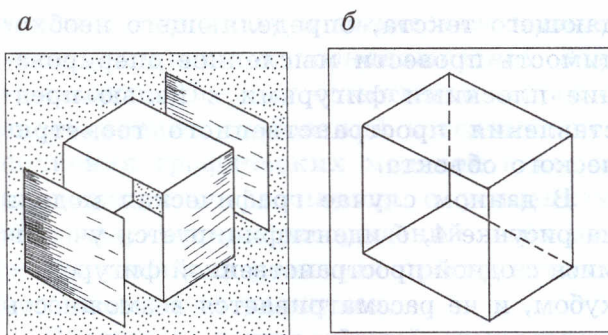


Рисунок 6

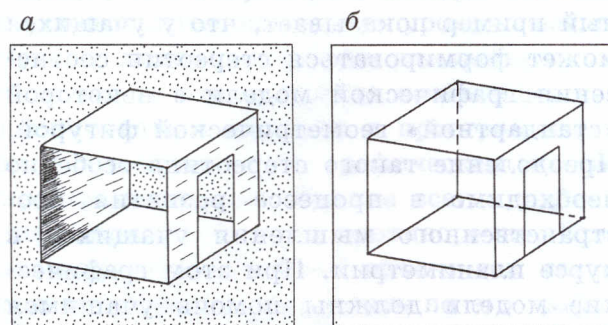


Рисунок 7

моделям фигур и их изображениям. Для развития пространственных представлений учащихся в курсе планиметрии имеют значение как физические модели геометрических фигур, так и их графические модели. В то же время графическая форма наглядности даёт больше возможностей для иллюстрации шагов мысленного эксперимента по созданию объекта в соответствии с некоторой текстовой информацией, является эффективным средством, позволяющим проиллюстрировать процесс преобразования трёхмерных образов в двумерные и наоборот. Для учащихся, изучающих курс планиметрии, уже более интересна работа с графическими моделями, чем с их физическими прообразами.

Наиболее существенную роль здесь играет понятие проекции, которое является «основополагающим при оперировании пространственными соотношениями в процессе перехода от плоскости к пространству и обратно» [16, с. 141]. Учитывая, что учащиеся I—VI классов уже владеют этим понятием на эмпирическом, интуитивном уровне и принимая во внимание значение

понятия проекции для развития пространственного мышления учащихся, на наш взгляд, необходимо уже в начале курса планиметрии в VII классе рассмотреть вопрос о правилах изображения плоских и пространственных фигур. Здесь необходимо постепенно начинать учить учащихся читать графические модели, выполнять их по заданному образцу или по текстовому описанию. Уже на этом этапе естественно формировать понимание о возможности рассматривать плоскую фигуру как проекцию некоторой пространственной. Это позволяет расширить вероятность использования графических моделей для развития пространственного мышления и иллюстрации перехода «пространственный объект — проекция».

При рассмотрении различных проекций одной и той же фигуры можно сформировать у учащихся оперативность восприятия и перехода к новой системе отсчёта, развить умение мысленно оперировать объектами, научить их определять вид проекции в случае изменения положения наблюдателя (направления проекции). Для развития пространственного мышления учащихся имеет значение умение видеть объект с различных точек зрения, что можно осуществлять в процессе определения вида проекции фигуры на некоторую плоскость, а также умение формировать понимание неполноты информации об объекте на основании его проекции. Например, проекция куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , на грани  $DD_1 C_1 C$  которого расположен многоугольник, напоминающий букву  $T$  (рис. 8, а), и фигуры, образованной четырьмя гранями куба, из одной из которых удалены два прямоугольника (рис. 8, б, в) вдоль ребра  $AD$ , на плоскость грани  $AA_1 B_1 B$  или на плоскость грани  $DD_1 C_1 C$  имеет один и тот же вид (рис. 8, г).

Отметим также, что рассмотрение различных проекций геометрических фигур позволяет активизировать работу проективной и метрической структур пространственного мышления учащихся, так как это помогает учиться распознавать свойства фигур, сохраняющиеся при проекти-

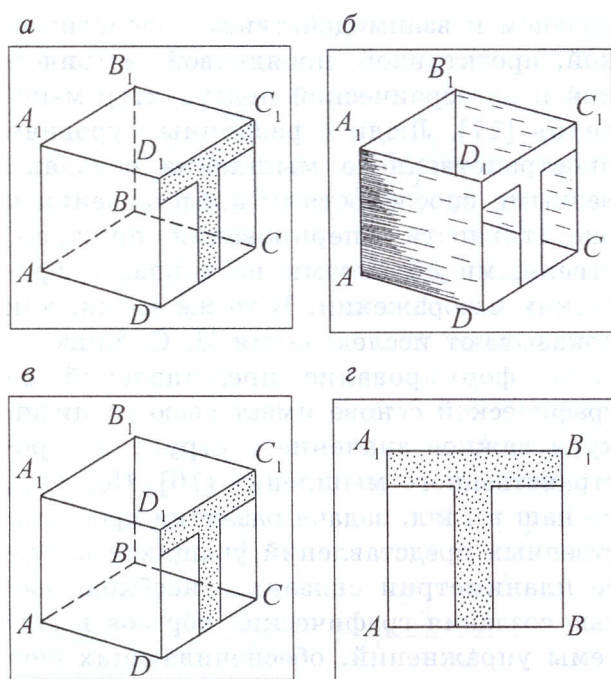


Рисунок 8

ровании, и метрические свойства преобразования графической модели.

Графические модели являются средством активизации мыслительной деятельности учащихся в случае формирования представлений о геометрических фигурах и их моделях. Геометрическая графика позволяет вызывать ассоциации, связанные с практической деятельностью учащихся, обеспечивает возможность визуального сопровождения процесса конструирования геометрических фигур и их моделей. Оперирование плоскими и пространственными геометрическими образами неизбежно приводит к необходимости обращения, хотя бы на интуитивном уровне, к понятию движения, понимаемому в смысле физического перемещения объектов. При этом процесс конструирования геометрических фигур полезно сопровождать видеорядом геометрической графики, иллюстрирующим различные аспекты проявления «движения». Даже если программа не предусматривает изучение понятия движения плоскости, соответствующий иллюстративный материал имеет значение для развития пространственного мышления и формирования умений осу-

ществлять мысленное преобразование плоского объекта. Например, конструирование многоугольника *TOFBCKEDS* можно сопроводить видеорядом, иллюстрирующим динамику его конструирования в результате исключения из некоторого прямоугольника двух прямоугольников, как показано на рисунках 9, а, б, в, г.

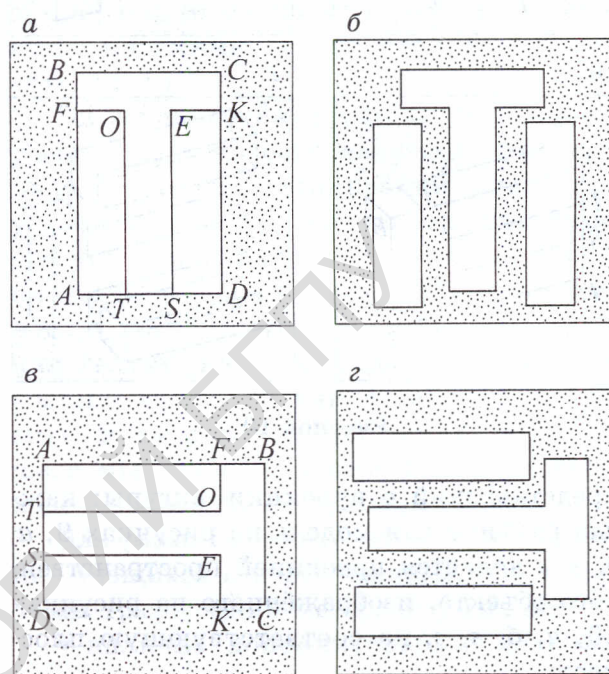


Рисунок 9

Развитие пространственного мышления учащихся можно осуществлять в процессе создания пространственных фигур и их графических моделей по аналогии с планиметрическими конструкциями. Так, приняв за основу схему конструирования многоугольника *TOFBCKEDS*, мы можем рассмотреть пространственный аналог — многогранник, полученный в результате удаления из данного прямоугольного параллелепипеда двух соответствующих прямоугольных параллелепипедов (рис. 10, а, б, в, г). При этом графический ряд предыдущего примера является своеобразным консультантом для проведения соответствующих преобразований с пространственными объектами. Кроме того, сопоставление графических моделей на рисунках 9 и 10 способствует формированию

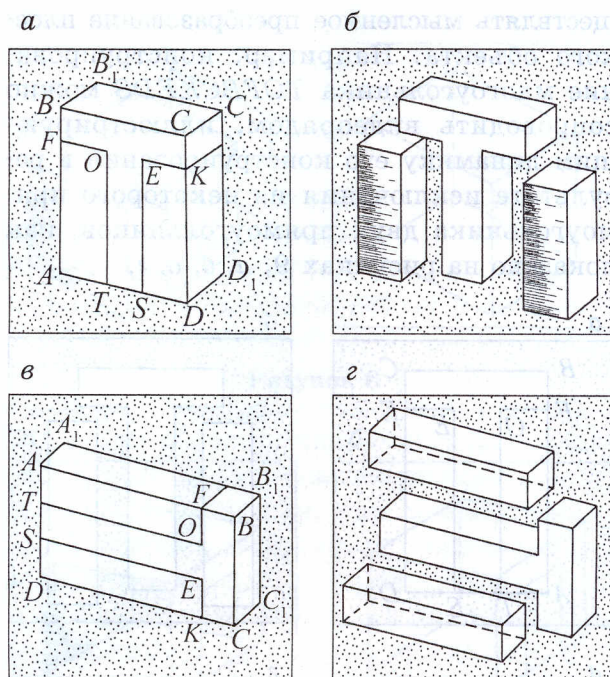


Рисунок 10

представлений о проекции фигуры: каждая графическая модель на рисунках 9, а, б, в, г является проекцией пространственного объекта, изображённого на рисунках 10, а, б, в, г, на соответствующую плоскость.

Рассмотрение графических изображений «похожих» плоских и пространственных фигур, отражающих шаги конструирования новых объектов на основании данных и иллюстрирующих их различные ракурсы, является средством формирования умений учащихся усматривать определённые аналогии между плоскими и пространственными фигурами, а также умений оперировать образами в результате выполнения мысленных перемещений. Вариативность геометрической графики обеспечивает возможность создания «библиотеки» графических объектов, той графической основы, на которой может осуществляться формирование умений оперировать плоскими и пространственными образами.

В своих исследованиях И. Я. Каплунович выделяет четыре уровня развития пространственного мышления, каждый из которых характеризуется определённым

уровнем и взаимодействием топологической, проективной, порядковой, метрической и алгебраической подструктур мышления [17]. Люди с различным уровнем пространственного мышления обладают разными способностями представления и оперативности оперирования пространственными объектами на основе графических изображений. В то же время, как показывают исследования И. С. Якиманской, формирование представлений на графической основе имеет свою специфику и важное значение в структуре пространственного мышления [16]. Поэтому, на наш взгляд, задача развития пространственных представлений учащихся в курсе планиметрии связана с необходимостью создания графических образов и системы упражнений, обеспечивающих систематическое обращение к графическим моделям и оперирование ими в процессе решения задач [18; 19].

Геометрическая графика, сопровождающая условия и решения задач, способствует организации взаимодействия различных компонентов умственной деятельности учащихся в области геометрии. Для развития пространственного мышления учащихся в курсе планиметрии необходимо решать задачи, определяющие необходимость мысленного перехода от плоскости к пространству, разрабатывать графический материал, способствующий осуществлению такого перехода и взаимодействию дополнительных механизмов мышления. Например, пусть необходимо вычислить периметр параллелограмма  $BOCF$  (точки  $O$  и  $F$  — середины рёбер куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ), расположенного на грани  $BB_1 C_1 C$  куба (рис. 11, а, б), если периметр восьмиугольника  $ATERD_1 SPQ$ , расположенного на грани  $AA_1 D_1 D$ , равен 16 см (рис. 11, в, г). Решение такой задачи и соответствующий видеоряд обеспечивают нелинейное восприятие условия задачи, интеграцию интуитивного, пространственного и метрического компонентов умственной деятельности учащихся.

Таким образом, на наш взгляд, разработку геометрической графики для дости-

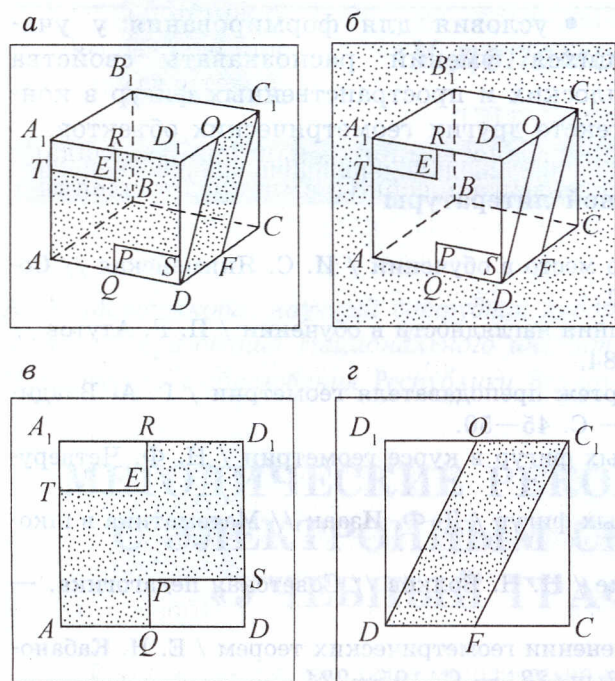


Рисунок 11

жения целей обучения, развития пространственного мышления и воспитания учащихся в курсе планиметрии необходимо осуществлять с учётом следующих его функций:

- *иллюстративной* (демонстрация проявления геометрических свойств в абстрактных понятиях, объектах природы или практической деятельности человека);
- *эстетической* (формирование эстетических вкусов учащихся посредством графических моделей, отражающих красоту геометрических закономерностей и конструкций);
- *мотивационной* (воздействие на эмоциональную память учащихся, создание положительного эмоционального фона процесса учебной деятельности);
- *информационно-опорной* (предъявление учебной информации посредством готовых графических моделей, обладающих различным уровнем воздействия на зрителя);
- *обучающе-управляющей* (сопровождение этапов построения или моделирования геометрических объектов, управление графической деятельностью учащихся);

- *развивающей* (развитие с помощью графических моделей геометрической интуиции, творческих способностей, визуального и логического мышления учащихся);

- *контролирующей* (контроль умений учащихся распознавать геометрические фигуры, создавать графические модели на основе текстовой информации и оперировать плоскими и пространственными объектами).

Геометрическая графика в процессе учебной деятельности является эффективным средством организации диалога с учащимися по развитию их пространственных представлений, служит посредником во взаимодействии пространственного и логического мышления при решении геометрических задач, имеет ключевое значение, так как позволяет отобразить в системе графических объектов шаги мысленного эксперимента при переходе «плоскость — пространство».

Для развития пространственного мышления учащихся в курсе планиметрии важно, чтобы графический материал учитывал:

- наличие дополнительных механизмов мышления и их роль в процессе познавательной деятельности;
- существование категорий учащихся с различным уровнем пространственного и логического мышления;
- опыт учащихся по оперированию геометрическими объектами, накопленный в I—VI классах;
- способствовал:
- реализации принципов наглядности и доступности учебной деятельности в курсе планиметрии;
- преодолению психологического противоречия при восприятии графической модели в качестве изображения пространственного объекта;
- организации взаимодействия пространственного и логического мышления в процессе решения задач;
- обеспечивал:
- визуальное сопровождение мысленного эксперимента по конструированию плоских и пространственных фигур;

• возможность эффективного развития учащихся с различным уровнем оперирования объектами;

• условия для формирования у учащихся умений распознавать свойства плоских и пространственных фигур в контексте других геометрических объектов.

### Список использованной литературы

1. Якиманская, И. С. Образное мышление и его место в обучении / И. С. Якиманская // Советская педагогика. — 1968. — № 12. — С. 62—71.
2. Атутов, П. Р. Некоторые вопросы использования наглядности в обучении / П. Р. Атутов // Советская педагогика. — 1967. — № 5. — С. 79—84.
3. Владимирский, Г. А. Каким должен быть чертеж преподавателя геометрии / Г. А. Владимирский // Математика в школе. — 1941. — № 3. — С. 45—50.
4. Четверухин, Н. Ф. Чертежи пространственных фигур в курсе геометрии / Н. Ф. Четверухин. — М. : Учпедгиз, 1946. — С. 7—20.
5. Изаак, Д. Ф. Об изображении пространственных фигур / Д. Ф. Изаак // Математика в школе. — 1956. — № 6. — С. 35—38.
6. Волков, Н. Н. О восприятии рисунка на уроке / Н. Н. Волков // Советская педагогика. — 1947. — № 7. — С. 82—92.
7. Кабанова-Миллер, Е. Н. Роль чертежа в применении геометрических теорем / Е. Н. Кабанова-Миллер // Известия АПН РСФСР. — 1950. — Вып. 28. — С. 195—224.
8. Башмаков, М. И. Развитие визуального мышления на уроках математики / М. И. Башмаков // Математика в школе. — 1991. — № 1. — С. 4—8.
9. Тарасенко, Н. А. «Не верь глазам своим» / Н. А. Тарасенко // Математика в школе. — 1998. — № 5. — С. 19—24.
10. Ходот, А. Ю. Как сделать геометрическую иллюстрацию наглядной / А. Ю. Ходот // Математика в школе. — 2007. — № 8. — С. 21—26.
11. Космодемьянский, А. А. Теоретическая механика и современная техника / А. А. Космодемьянский. — М. : Просвещение, 1969. — 255 с.
12. Медведев, Л. Г. Формирование графического художественного образа на занятиях по рисунку: учеб. пособие для студентов худож.-граф. фак. пед. ин-тов / Л. Г. Медведев. — М. : Просвещение, 1986. — 159 с.
13. Зинченко, В. П. Современные проблемы образования и воспитания / В. П. Зинченко // Вопросы философии. — 1973. — № 11. — С. 25—47.
14. Паршин, А. Н. Дополнительность и симметрия / А. Н. Паршин // Вопросы философии. — 2001. — № 4. — С. 84—104.
15. Болтянский, В. Г. Формула наглядности — изоморфизм плюс простота / В. Г. Болтянский // Советская педагогика. — 1970. — № 5. — С. 46—60.
16. Якиманская, И. С. Развитие пространственного мышления школьников / И. С. Якиманская. — М. : Педагогика, 1980. — 240 с.
17. Каплунович, И. Я. Психологические закономерности развития пространственного мышления / И. Я. Каплунович // Вопросы психологии. — 1999. — № 1. — С. 60—68.
18. Валаханович, Т. В. Роль дидактических материалов для развития у учащихся VIII классов навыков распознавания свойств геометрических фигур / Т. В. Валаханович // Матэматыка: праблемы выкладання. — 2006. — № 5. — С. 15—22.
19. Валаханович, Т. В. Развитие навыков моделирования у учащихся в процессе обучения геометрии / Т. В. Валаханович // Матэматыка: праблемы выкладання. — 2007. — № 5. — С. 34—39.

