

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

С.И.Василец

« » 2022 г.

Регистрационный № УД-24-1-67-2022 уч.



ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ И ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-02 05 01 Математика и информатика**

2022 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 01 Математика и информатика (ОСВО 1-02 05 01 – 2021); учебного плана специальности 1-02 05 01 Математика и информатика

СОСТАВИТЕЛЬ:

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Ж.А.Черняк, доцент кафедры математики и физики Белорусской академии связи, кандидат физико-математических наук, доцент;

Ю.А.Быкадоров, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

СОГЛАСОВАНО:

Директор ГУО «Гимназия № 20 г. Минска»  Н.А.Калиновская

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики (протокол № 4 от 09.11.2021 г.)

Заведующий кафедрой  И.Н.Гуло

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 4 от 06.01.2022 г.)

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического отдела

 Е.В.Тихонова

Директор библиотеки

 Н.П.Сятковская

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по дисциплине «Теория множеств и логика высказываний» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой ступени по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика. «Теория множеств и логика высказываний» является составной частью модуля «Высшая математика» компонента учреждения высшего образования нового учебного плана.

Целью учебной дисциплины является обеспечение базовой математической подготовки учителей математики по математической логике и теории множеств.

Задачи дисциплины:

- обучить основам теории множеств и классической логики высказываний и предикатов;
- на примерах моделей математической логики ознакомить с характерными задачами логического вывода и методами логического доказательства теорем;
- выработать навыки свободного обращения с законами алгебры логики и логики предикатов;
- дать представление о потенциальных возможностях и ограничениях формальных логических теорий;
- развить аналитическое мышление и общую математическую культуру.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- операции над множествами и методы сравнения множеств;
- законы алгебры логики;
- логические операции над предикатами;
- основные направления математической логики, формальные методы логического обоснования;

уметь:

- сравнивать мощности бесконечных множеств;
- уметь производить равносильные преобразования формул алгебры логики;
- применять язык логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений.

владеть:

- представлениями о направлениях развития теории множеств и математической логики и перспективах их использования в информатике.

Место и связь с другими дисциплинами

Дисциплина «Теория множеств и логика высказываний» тесно перекликается с дисциплинами «Алгебраические структуры и теория чисел»,

«Алгебра многочленов и расширения полей», через такие разделы, как отображения, множества и отношения, методы математических доказательств. Она также существенно дополняет дисциплину «Дискретная математика» основополагающими понятиями математической логики.

Освоение учебной дисциплины «Теория множеств и логика высказываний» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

СК-9: Применять основные положения теории множеств и логики высказываний для решения практико-ориентированных задач.

В рамках образовательного процесса по учебной дисциплине «Теория множеств и логика высказываний» студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Согласно учебному плану, учебная дисциплина «Теория множеств и логика высказываний» изучается во втором семестре при дневной форме получения образования.

На изучение учебной дисциплины «Теория множеств и логика высказываний» учебным планом отводится 144 часа, из них аудиторных – 68 часов (лекции – 34 часа, практические занятия – 34 часа). На самостоятельную работу студентов отведено 76 часов.

Форма текущей аттестации – зачёт.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Теория множеств

1.1. Множество и его элементы. Способы задания

Основные способы задания множеств.

1.2. Операции над множествами

Объединение (дизъюнкция), пересечение, (конъюнкция) разность, дополнение. Свойства операций над множествами. Декартово произведение множеств. Разбиения множеств.

1.3 Отношения

Отношения эквивалентности и частичного порядка. Разбиение на классы эквивалентности. Биекция и мощность множества. Основная теорема о конечных множествах.

1.4. Счетные множества. Несчетные множества.

Понятия мощности и равномощных множеств. Мощность континуума. Теоремы Кантора–Бернштейна.

1.5. Антиномии. Аксиомы теории множеств

Антиномии. Аксиомы теории множеств. Аксиома Цермело.

Раздел 2. Логика высказываний

2.1. Логические операции над высказываниями

Отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.

2.2. Формулы алгебры логики

Понятие формулы алгебры логики. Логическое значение формулы.

2.3. Равносильные преобразования формул

Тождественно истинные, тождественно ложные формулы. Основные равносильности. Равносильности, выражающие одни логические операции через другие. Равносильности, выражающие основные законы алгебры логики.

2.4. Представление функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики

Представление функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики. Алгебра Буля. Функции алгебры логики n переменных.

2.5. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные совершенные формы

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма формулы, совершенная конъюнктивная нормальная форма. Тождественно истинные, тождественно ложные и выполнимые формулы.

Раздел 3. Логика предикатов

3.1. Логические операции над предикатами

Операции над предикатами. n -местные предикаты.

3.2. Кванторные операции

Квантор всеобщности, квантор существования. Операции над кванторами.

3.3. Равносильные формулы логики предикатов

Равносильные формулы логики предикатов. Равносильные на области формулы.

3.4. Предваренная нормальная форма

Выполнимая в области M формула, тождественно истинная формула в области, тождественно ложная в области формула. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости. Алгоритмы распознавания общезначимости формул.

3.5. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений

Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений. Построение противоположных утверждений. Прямая, обратная и противоположная теоремы. Необходимые и достаточные условия.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА
(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов			Самостоятельная работа студентов	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2 семестр								
1	Теория множеств	8	8		26			
1.1	Множество и его элементы. Способы задания Основные способы задания множеств.	1	1				[1, 3]	Теоретический тест
1.2	Операции над множествами Объединение (дизъюнкция), пересечение,	2	3			Методические пособия [2,5]	[1, 3]	Проверочная самостоятельная работа

	(конъюнкция) разность, дополнение. Свойства операций над множествами. Декартово произведение множеств. Разбиения множеств.							
1.3	Отношения эквивалентности и частичного порядка. Разбиение на классы эквивалентности. Биекция и мощность множества. Основная теорема о конечных множествах.	1	2		10	УМК, материалы в MOODLE	[1, 3]	Устный опрос
1.4	Счетные множества. Несчетные множества. Понятия мощности и равномощных множеств. Мощность континуума. Теоремы Кантора–Бернштейна.	3	2		6	Методические пособия [2-6]	[1, 3]	Устный опрос
1.5	Аксиомы теории множеств	1			10		[1, 3]	

	теории множеств. Аксиома Цермело.						
2	Логика высказываний	8	8		30		
2.1	Логические операции над высказываниями Отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.	2	2				[1,3-6]
2.2	Формулы алгебры логики Понятие формулы алгебры логики. Логическое значение формулы.	2	2			УМК, материалы в MOODLE	[1,3-6] Диагностическая работа
2.3	Равносильные преобразования формул Тождественно истинные, тождественно ложные формулы. Основные равносильности. Равносильности, выражающие одни логические операции через другие. Равносильности, выражающие основные законы алгебры логики.	2	2				[1,3-6]
2.4	Представление функции				20	Методические	[1,3-6] Проверочная

	алгебры логики в виде формулы алгебры логики Представление функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики. Алгебра Буля. Функции алгебры логики n переменных.					пособия [2,4-6]		самостоятельная работа
2.5	Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные совершенные формы Совершенная дизъюнктивная нормальная форма формулы, совершенная конъюнктивная нормальная форма. Тождественно истинные, тождественно ложные и выполнимые формулы.	2	2		10		[1,3-6]	
3	Логика предикатов	12	12		20			
3.1	Логические операции над предикатами Операции над предикатами. n -местные предикаты.	2	2			Методическое пособие [2,4-6]	[1, 3-6]	

3.2	Кванторные операции Квантор всеобщности, квантор существования. Операции над кванторами.	2	2			Методическое пособие [2,4-6]	[1, 3-6]	Проверочная самостоятельная работа
3.3	Равносильные формулы логики предикатов Равносильные формулы логики предикатов. Равносильные на области формулы.	2	2				[1, 3-6]	Устный опрос
3.4	Предваренная нормальная форма Выполнимая в области М формула, тождественно истинная формула в области, тождественно ложная в области формула. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости. Алгоритмы распознавания общезначимости формул.	3	3		10		[1, 3-6]	Устный опрос Отчет о выполнении самостоятельной работы
3.5	Применение языка логики предикатов для записи	3	3		10	Методическое пособие [2,4-6]	[1, 3-6]	Диагностическая работа

	<p>математических предложений, определений, построения отрицания предложений Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений. Построение противоположных утверждений. Прямая, обратная и противоположная теоремы. Необходимые и достаточные условия.</p>							
	Всего:	34	34	76				Зачёт

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**ЛИТЕРАТУРА****Основная литература**

1. Булатов, В. И. Множества и операции над ними. Метод математической индукции. Грани множеств [Электронный ресурс] : учеб. материалы / В. И. Булатов, В. Г. Голухов, С. А. Мазаник // Электронная библиотека БГУ. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/196631>. – Дата доступа: 26.11.2021.

Дополнительная литература

2. Вечтомов, Е. М. Математика: логика, теория множеств и комбинаторика : учеб. пособие для вузов / Е. М. Вечтомов, Д. В. Широков. – 2-е изд. – М. : Юрайт, 2021. – 243 с.

3. Математика : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Л. Муравьева, А. А. Покало, Н. В. Толстик. – Минск : Белорус. гос. пед. ун-т, 2008–2010. – Ч. 3. – 2010. – 123 с.

4. Мощенский, А. В. Курс математической логики : учеб. пособие / А. В. Мощенский, В. А. Мощенский. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2001. – 129 с.

5. Пак, В. Г. Дискретная математика: теория множеств и комбинаторный анализ. Сборник задач : учеб. пособие для вузов / В. Г. Пак. – М. : Юрайт, 2021. – 235 с.

6. Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учеб. и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – 5-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2021. – 279 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В принципе, каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

- диаграммы Эйлера-Венна;
- отношения эквивалентности и частичного порядка;
- представление произвольных булевых функций в виде формулы алгебры логики;
- приложения алгебры логики;
- алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях;
- методы математических доказательств.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях, коллоквиумах и экзаменах.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

№ п/п	Название темы раздела	Кол-во часов на СРС	Задание	Форма выполнения
	Теория множеств	26		
1	Отношения	10	[1-3]	Самостоятельно вывести основные свойства
2.	Счетные множества. Несчетные множества	6	[1-3]	Письменный отчет с решением (не менее 20 задач)
3.	Антиномии. Аксиомы теории множеств	10	[1-3]	
	Логика высказываний	30		
4.	Представление функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики. Алгебра Буля. Функции алгебры логики n переменных.	20	[2-6]	Сформулировать и доказать теорему Кантора–Бернштейна. Письменный отчет с решением (не

				менее 20 задач)
5.	Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные совершенные формы	10	[2-6]	Разобраться в методах и освоить алгоритмы вывода
	Логика предикатов	20		
5.	Предваренная нормальная форма	10	[2-6]	Письменный отчет с решением (не менее 10 задач)
6.	Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений.	10	[2-3]	Разобраться и сформулировать основные требования к определениям понятий, методы математических доказательств

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по второму разделу программы для подготовки к устной части экзамена.

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ – по одной по каждому из двух разделов.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЁТУ

1. Множество и его элементы. Способы задания.
2. Операции над множествами: объединение (дизъюнкция), пересечение, (конъюнкция) разность, дополнение. Свойства операций над множествами.
3. Декартово произведение множеств. Разбиения множеств.
4. Отношения эквивалентности и частичного порядка. Разбиение на классы эквивалентности.
5. Биекция и мощность множества.
6. Основная теорема о конечных множествах.
7. Понятия мощности и равномощных множеств. Счетные множества.
8. Понятия мощности и равномощных множеств. Мощность континуума.
9. Теоремы Кантора–Бернштейна.
10. Антиномии. Аксиомы теории множеств
11. Логические операции над высказываниями: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.
12. Понятие формулы алгебры логики. Логическое значение формулы.
13. Равносильные преобразования формул. Тавтологически истинные, тавтологически ложные формулы.
14. Основные равносильности. Равносильности, выражающие одни логические операции через другие.
15. Равносильности, выражающие основные законы алгебры логики.
16. Представление функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
17. Алгебра Буля.
18. Функции алгебры логики n переменных.
19. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма формулы, совершенная конъюнктивная нормальная форма.
20. Тавтологически истинные, тавтологически ложные и выполнимые формулы.
21. Логические операции над предикатами.
22. Операции над предикатами. n -местные предикаты.
23. Квантор всеобщности, квантор существования. Операции над кванторами.

24. Равносильные формулы логики предикатов. Равносильные на области формулы.

25. Выполнимая в области M формула, тождественно истинная формула в области, тождественно ложная в области формула.

26. Общезначимость и выполнимость формул.

27. Проблема разрешимости. Алгоритмы распознавания общезначимости формул.

28. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений.

29. Построение противоположных утверждений.

30. Прямая, обратная и противоположная теоремы.

31. Необходимые и достаточные условия.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
по учебной дисциплине «Линейная алгебра»

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
Алгебраические структуры и теория чисел	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол №4 от 09.11.2021
Алгебра многочленов и расширения полей	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол №4 от 09.11.2021
Дискретная математика	Кафедра информатики и методики преподавания информатики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол №4 от 09.11.2021