

Учреждение образования  
«Белорусский государственный педагогический университет  
имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
С.И.Василец

« 17 » \_\_\_\_\_ 2021 г.

Регистрационный № УД-24.1-01-2021 уч.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1 - 02 05 02 Физика и информатика

2021 г.

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 02 Физика и информатика (ОСВО 1-02 05 02 – 2021); учебного плана специальности 1-02 05 02 Физика и информатика; типовой учебной программы (\_\_\_\_.\_\_\_\_.202\_\_ , № ТД-\_\_\_\_\_/тип.)

#### **СОСТАВИТЕЛЬ:**

С.И.Василец, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

И.В.Кирюшин, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

#### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Т.Н.Жоровина, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

А.И.Шербаф, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

#### **СОГЛАСОВАНО**

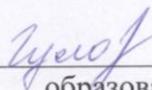
Директор

ГУО «Средняя школа № 41 г. Минска» \_\_\_\_\_

 И.А.Дрозд

#### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

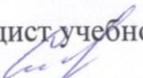
Кафедрой математики и методики преподавания математики (протокол № 11 от 25.05.2021 г.);

Заведующий кафедрой  И.Н.Гуло

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 7 от 15.06.2021 г.)

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического отдела

 С.А.Стародуб

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Математический анализ» входит в модуль «Высшая математика» и наряду с дисциплиной «Алгебра и геометрия» служат фундаментом для изучения физики.

Математический анализ – это раздел математики, изучающий переменные величины с помощью бесконечно малых, этот принцип лежит в основе изучения всех основных понятий анализа (предел, производная, определенный интеграл).

Методы и аппарат математического анализа находят свое широкое использование и в других математических учебных дисциплинах, а также в информатике и физике. В результате изучения данной учебной дисциплины у студентов закладываются основы общематематической подготовки, вырабатываются навыки решения и исследования типовых задач математического анализа, в том числе прикладных.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста и связь с другими учебными дисциплинами

Программа учитывает особенности преподавания математического анализа будущим учителям физики и информатики, что отражается в наличии многочисленных иллюстраций применения математического анализа в физике, а также использования численных методов в математическом анализе. Последовательность изложения материала соответствует требованиям учебного плана профильных дисциплин. Учебная дисциплина «Математический анализ» служит фундаментом для освоения студентами математических основ физики, и иных дисциплин физико-математического профиля, предусмотренных новыми учебными планами по данной специальности.

Современные физика и информатика используют обширный математический аппарат, включающий методы математического анализа и теории функций.

Также в третьем семестре планируется изучение важной для освоения общей физики, теоретической физики (электродинамика) учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения и ряды».

**Целью** учебной дисциплины «Математический анализ» является глубокое овладение фундаментальными понятиями анализа, и прочными навыками их использования для решения различных теоретических и практических задач.

**Основные задачи** учебной дисциплины «Математический анализ»:

- формирование систематических знаний о современных методах математического анализа и теории функций;
- изучение основных понятий, теорем и алгоритмов анализа: функция, последовательность, предел, непрерывность, производная, интеграл;

- формирование теоретической базы и инструментария, необходимых для успешного использования математических методов, необходимых при изучении физики и информатики.

### **Требования к освоению учебной дисциплины**

Учебная программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования по специальности 1-02 05 02 Физика и информатика.

Требования к уровню усвоения содержания учебной дисциплины определены образовательным стандартом высшего педагогического образования первой ступени по циклу общепрофессиональных и специальных дисциплин, в котором указаны общенаучные умения, система предметных знаний и комплекс предметных умений.

В результате изучения дисциплины студент должен

#### ***знать:***

- основные понятия теории пределов;
- дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и нескольких переменных и их приложения;

#### ***уметь:***

- находить пределы последовательностей и функций;
- вычислять производные и использовать дифференциальное исчисление для исследования функций;
- вычислять интегралы;
- использовать методы математического анализа при решении задач физики;

#### ***владеть:***

- методами математического анализа и теории функций;
- основами математического моделирования физических процессов.

Освоение учебной дисциплины «Математический анализ», входящей в модуль «Высшая математика», должно обеспечить формирование **базовой профессиональной компетенции БПК-9**: применять в работе с обучающимися методы матричного исчисления, решения систем алгебраических уравнений, исследования уравнений кривых и поверхностей для решения исследовательских и практико-ориентированных задач.

**Рейтинговые контрольные работы** проводятся по следующим темам:

1 семестр:

№1 – тема 1.3 «Предел и непрерывность функции»; №2 – тема 2.2 «Производные и дифференциалы высшего порядка»; № 3 – тема 2.4 «Формула Тейлора».

2 семестр:

№4 – тема 3.2 «Определенный интеграл»; №5 – тема 4.2 «Частные производные и дифференциал»; №6 – тема 5.2 «Криволинейные и поверхностные интегралы».

Согласно типовому учебному плану по специальности 1-02 05 02 Физика и информатика на изучение учебной дисциплины «Математический анализ»

отводится всего 216 часов, из них аудиторных – 98 часов (лекции – 36 часов, практические занятия – 62 часа), на самостоятельную работу студентов отведено 118 часов.

В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Форма текущей аттестации – экзамен (1-й семестр, 2-й семестр).

Распределение часов по семестрам:

Семестр	Всего	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Форма контроля
I	108	18	38	52	Экзамен
II	108	16	26	66	Экзамен
<b>Всего за период обучения</b>	<b>216</b>	<b>34</b>	<b>64</b>	<b>118</b>	

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Введение в математический анализ

**1.1. Множества. Функции.** Множества и операции над ними. Действительные числа, геометрическое изображение действительных чисел, окрестность действительного числа. Модуль действительного числа, его свойства. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Точные грани ограниченного множества.

Декартово произведение множеств, соответствие между множествами. Понятие функции. График функции. Способы задания функции. Композиция функций. Обратная функция. Сужение функции. Классификация функций по свойствам (четность, периодичность, монотонность, ограниченность).

**1.2. Предел числовой последовательности.** Понятие числовой последовательности и ее предела числовой последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Свойства сходящихся последовательностей (единственность предела, ограниченность, операции над пределами). Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Существование предела ограниченной монотонной последовательности. Число  $\varepsilon$  как предел последовательности.

**1.3. Предел и непрерывность функции.** Предел функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Предел сложной функции.

Непрерывность функции в точке. Сохранение знака и ограниченность функции в окрестности точки непрерывности. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции непрерывных функций. Точки разрыва, их классификация. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса. Непрерывность обратной функции.

### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

**2.1. Производная. Дифференциал.** Понятие производной, ее геометрический и механический смысл. Существование производной и непрерывность функции в точке. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций. Дифференцируемость функции. Дифференциал, его геометрический и механический смысл. Дифференциал суммы, произведения, частного, сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

**2.2. Производные и дифференциалы высшего порядка.** Производные и дифференциалы высшего порядка. Механический смысл второй производной. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

**2.3. Применение дифференциального исчисления.** Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Признаки монотонности и экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Асимптоты. Исследование функции и построение ее графика.

**2.4. Формула Тейлора.** Формула Тейлора. Различные виды остаточного члена. Разложение функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\arctg x$ ,  $(1+x)^a$ .

### **Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной**

**3.1 Неопределенный интеграл.** Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Формулы интегрирования по частям и замены переменной в интеграле. Интегрирование рациональных, простейших иррациональных и трансцендентных функций.

**3.2. Определенный интеграл.** Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интеграл как предел интегральной суммы. Необходимое условие интегрируемости функции. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы.

**3.3. Приложения определенного интеграла.** Площадь криволинейной трапеции. Вычисление площадей фигур, ограниченных параметрически заданными кривыми, и кривыми, заданными в полярных координатах. Вычисление длины дуги кривой. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения. Вычисление статических моментов и координат центра тяжести кривой и плоской фигуры.

### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

**4.1. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность.**  $n$ -мерное евклидово пространство. Действительная функция  $n$  действительных переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Непрерывные числовые функции на компакте и их свойства.

**4.2. Частные производные и дифференциал.** Частные производные, их геометрический смысл. Дифференцируемость. Достаточное условие дифференцируемости. Касательная плоскость к поверхности. Дифференциал, его геометрический смысл (случай функции двух переменных). Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

**4.3. Частные производные и дифференциалы высшего порядка.** Дифференцирование сложной функции. Производная функции по направлению. Векторная функция скалярного аргумента, её дифференцирование. Частные производные высшего порядка и условия их

независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка.

## **Раздел 5. Интегральное исчисление функции нескольких переменных**

**5.1. Двойные и тройные интегралы.** Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле, переход к полярным координатам. Приложения двойного интеграла. Тройной интеграл, его свойства и вычисление. Замена переменных в тройном интеграле, переход к цилиндрическим и сферическим координатам. Приложения тройного интеграла.

**5.2. Криволинейные и поверхностные интегралы.** Понятие криволинейных интегралов первого и второго рода, их вычисление. Формула Грина, условие независимости интеграла от пути интегрирования. Векторное поле, его дивергенция и ротор. Циркуляция векторного поля. Поверхностные интегралы. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского-Гаусса.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

№ раздела, темы	Названия разделов, тем занятий, перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов		Самостоятельная работа студентов	Материальное обеспечение занятий	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия				
1	2	3	4	7	8	9	10
<b><i>1 семестр</i></b>							
<b>1</b>	<b>Введение в математический анализ</b>	<b>8</b>	<b>14</b>	<b>22</b>			
<b>1.1</b>	<b>Множества. Функции</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>			
	<p>Множества. Функции</p> <p>1. Множества и операции над ними.</p> <p>2. Действительные числа, геометрическое изображение действительных чисел, окрестность действительного числа.</p> <p>3. Модуль действительного числа, его свойства.</p> <p>4. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Точные грани ограниченного множества.</p> <p>5. Декартово произведение множеств, соответствие между множествами.</p> <p>6. Понятие функции. График функции. Способы задания</p>	2		1	Опорный конспект. УМК	[1], [2]	

	<p>функции. Композиция функций.</p> <p>7. Обратная функция. Сужение функции.</p> <p>8. Классификация функций по свойствам (четность, периодичность, монотонность, ограниченность).</p>						
	<p>Множества. Функции</p> <p>1. Множества и операции над ними.</p> <p>2. Действительные числа, геометрическое изображение действительных чисел, окрестность действительного числа.</p> <p>3. Модуль действительного числа, его свойства.</p> <p>4. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Точные грани ограниченного множества.</p> <p>5. Декартово произведение множеств, соответствие между множествами.</p> <p>6. Понятие функции. График функции. Способы задания функции. Композиция функций.</p> <p>7. Обратная функция. Сужение функции.</p> <p>8. Классификация функций по свойствам (четность, периодичность, монотонность, ограниченность).</p>		2	2	Тесты	[1], [2], [10]	Тестирование
<b>1.2</b>	<b>Предел числовой последовательности</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>			
	<p>Предел числовой последовательности</p> <p>1. Понятие числовой последовательности и ее предела.</p> <p>2. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.</p> <p>3. Свойства сходящихся последовательностей (единственность предела, ограниченность, операции над пределами).</p> <p>4. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности.</p> <p>5. Существование предела ограниченной монотонной последовательности.</p>	2		2	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	

	6. Число $e$ как предел последовательности.						
	Предел числовой последовательности 1. Понятие числовой последовательности и ее предела. 2. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. 3. Свойства сходящихся последовательностей (единственность предела, ограниченность, операции над пределами).		2	2	Задание для самостоят. работы	[2], [4], [5], [10]	Проверочная работа
	Предел числовой последовательности 1. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности. 2. Существование предела ограниченной монотонной последовательности. 3. Число $e$ как предел последовательности.		2	2	Тесты	[2], [4], [5], [10]	Тестирование
<b>1.3</b>	<b>Предел и непрерывность функции</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>13</b>			
	Предел и непрерывность функции 1. Предел функции в точке и на бесконечности. 2. Основные теоремы о пределах. 3. Односторонние пределы. 4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. 5. Первый и второй замечательные пределы. 6. Предел сложной функции.	2		2	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	
	Предел и непрерывность функции 1. Предел функции в точке и на бесконечности. 2. Основные теоремы о пределах. 3. Односторонние пределы.		2	2	Задание для самостоят. работы	[2], [4], [5], [10]	Проверочная работа
	Предел и непрерывность функции 1. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. 2. Первый и второй замечательные пределы.		2	2		[2], [4], [5], [10]	Устный опрос

	3. Предел сложной функции.						
	Предел и непрерывность функции 1. Непрерывность функции в точке. 2. Сохранение знака и ограниченность функции в окрестности точки непрерывности. 3. Арифметические операции над непрерывными функциями. 4. Непрерывность композиции непрерывных функций. 5. Точки разрыва, их классификация. 6. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса. 7. Непрерывность обратной функции.	2		2	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	
	Предел и непрерывность функции 1. Непрерывность функции в точке. 2. Сохранение знака и ограниченность функции в окрестности точки непрерывности. 3. Арифметические операции над непрерывными функциями. 4. Непрерывность композиции непрерывных функций.		2	2	Тесты	[2], [4], [5], [10]	Тестирование
	Предел и непрерывность функции 1. Точки разрыва, их классификация. 2. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса. 3. Непрерывность обратной функции.		2	3	Задание для контрольной работы	[2], [4], [5], [10]	Рейтинговая контрольная работа №1
<b>2</b>	<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<b>10</b>	<b>24</b>	<b>30</b>			
<b>2.1</b>	<b>Производная. Дифференциал</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>8</b>			
	Производная. Дифференциал 1. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.	2		2	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	

	<p>2. Существование производной и непрерывность функции в точке.</p> <p>3. Производная суммы, произведения, частного.</p> <p>4. Производная сложной и обратной функций.</p> <p>5. Дифференцируемость функции. Дифференциал, его геометрический и механический смысл.</p> <p>6. Дифференциал суммы, произведения, частного, сложной функции.</p> <p>7. Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>8. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.</p>						
	<p>Производная. Дифференциал</p> <p>1. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.</p> <p>2. Существование производной и непрерывность функции в точке.</p> <p>3. Производная суммы, произведения, частного.</p>		2	2		[2], [4], [5], [10]	Устный опрос
	<p>Производная. Дифференциал</p> <p>1. Производная сложной и обратной функций.</p> <p>2. Дифференцируемость функции. Дифференциал, его геометрический и механический смысл.</p> <p>3. Дифференциал суммы, произведения, частного, сложной функции.</p>		2	2	Тесты	[2], [4], [5], [10]	Тестирование
	<p>Производная. Дифференциал</p> <p>1. Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>2. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.</p>		2	2	Задание для самостоят. работы	[2], [4], [5], [10]	Проверочная работа
<b>2.2</b>	<b>Производные и дифференциалы высшего порядка</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>8</b>			
	<p>Производные и дифференциалы высшего порядка</p> <p>1. Производные и дифференциалы высшего порядка.</p> <p>2. Механический смысл второй производной.</p>	2		2	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	

	3. Дифференцирование функций, заданных параметрически.						
	Производные и дифференциалы высшего порядка 1. Производные высшего порядка. 2. Дифференциалы высшего порядка.		2	2	Задание для самостоят. работы	[2], [4], [5], [10]	Проверочная работа
	Производные и дифференциалы высшего порядка 1. Производные высшего порядка. 2. Механический смысл второй производной.		2	2	Тесты	[2], [4], [5], [10]	Тестирование
	Производные и дифференциалы высшего порядка 1. Параметрическое задание функций. 2. Дифференцирование функций, заданных параметрически.		2	2	Задание для контрольной работы	[2], [4], [5], [10]	Рейтинговая контрольная работа №2
<b>2.3</b>	<b>Применение дифференциального исчисления</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>7</b>			
	Применение дифференциального исчисления 1. Теоремы Ферма, Ролля. 2. Теоремы Лагранжа, Коши. 3. Правило Лопиталья.	2		1	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	
	Применение дифференциального исчисления 1. Теоремы Ферма, Ролля. 2. Теоремы Лагранжа, Коши.		2	1	Задание для самостоят. работы	[2], [4], [5], [10]	Проверочная работа
	Применение дифференциального исчисления 1. Правило Лопиталья.		2	1	Тесты	[2], [4], [5], [10]	Тестирование
	Применение дифференциального исчисления 1. Признаки монотонности и экстремума функции. 2. Выпуклость и вогнутость графика функции. 3. Асимптоты. 4. Исследование функции и построение ее графика.	2		1	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	Коллоквиум
	Применение дифференциального исчисления 1. Признаки монотонности и экстремума функции.		2	1		[2], [4], [5], [10]	Контрольная работа

	2. Выпуклость и вогнутость графика функции. 3. Асимптоты.						
	Применение дифференциального исчисления 1. Исследование функции и построение ее графика.		2	2	Тесты	[2], [4], [5]	Тестирование
<b>2.4</b>	<b>Формула Тейлора</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>7</b>			
	Формула Тейлора 1. Формула Тейлора. 2. Различные виды остаточного члена. 3. Разложение функций $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ .	2		2	Опорный конспект. УМК	[2], [4], [5]	
	Формула Тейлора 1. Формула Тейлора. 2. Различные виды остаточного члена.		2	3	Задание для самостоят. работы	[2], [4], [5], [10]	Проверочная работа
	Формула Тейлора Разложение функций $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ , $\arctg x$ , $(1+x)^\alpha$ .		2	2	Задание для контрольной работы	[2], [4], [5], [10]	Рейтинговая контрольная работа №3
	<b>Всего за семестр</b>	<b>18</b>	<b>38</b>	<b>52</b>			<b>Экзамен</b>
<b>2 семестр</b>							
<b>3</b>	<b>Интегральное исчисление функции одной переменной</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	<b>28</b>			
<b>3.1</b>	<b>Неопределенный интеграл</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>10</b>			
	Неопределенный интеграл 1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. 2. Основные свойства неопределенного интеграла. 3. Таблица основных интегралов. 4. Формулы интегрирования по частям и замены переменной в интеграле. 5. Интегрирование рациональных, простейших иррациональных и трансцендентных функций.	2		3	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5]	
	Неопределенный интеграл		2	3	Задание для	[3], [4],	Проверочная

	1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. 2. Основные свойства неопределенного интеграла. 3. Таблица основных интегралов. 4. Формулы интегрирования по частям и замены переменной в интеграле.				самостоят. работы	[5], [10]	работа
	Неопределенный интеграл 1. Интегрирование рациональных функций. 2. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций.		2	4	Тесты	[3], [4], [5], [10]	Тестирование
<b>3.2</b>	<b>Определенный интеграл</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>			
	Определенный интеграл 1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интеграл как предел интегральной суммы. Необходимое условие интегрируемости функции. 2. Основные свойства определенного интеграла. 3. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница. 4. Интегрирование по частям. 5. Замена переменной в определенном интеграле. 6. Несобственные интегралы.	2		2	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5]	
	Определенный интеграл 1. Формула Ньютона–Лейбница. 2. Интегрирование по частям. 3. Замена переменной в определенном интеграле.		2	2	Задание для самостоят. работы	[3], [4], [5], [10]	Проверочная работа
	Определенный интеграл 1. Несобственные интегралы.		2	2	Задание для контрольной работы	[3], [4], [5], [10]	Рейтинговая контрольная работа №4
<b>3.3</b>	<b>Приложения определенного интеграла</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>12</b>			
	Приложения определенного интеграла 1. Площадь криволинейной трапеции.	2		2	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5]	

	2. Вычисление площадей фигур, ограниченных параметрически заданными кривыми и кривыми, заданными в полярных координатах. 3. Вычисление длины дуги кривой. 4. Объем тела вращения. 5. Площадь поверхности вращения. 6. Вычисление статических моментов и координат центра тяжести кривой и плоской фигуры.						
	Приложения определенного интеграла 1. Площадь криволинейной трапеции. 2. Вычисление площадей фигур, ограниченных параметрически заданными кривыми и кривыми, заданными в полярных координатах.		2	3	Задание для самостоят. работы	[3], [4], [5], [10]	Проверочная работа
	Приложения определенного интеграла 1. Вычисление длины дуги кривой. 2. Объем тела вращения.		2	3	Тесты	[3], [4], [5], [10]	Тестирование
	Приложения определенного интеграла 1. Площадь поверхности вращения. 2. Вычисление статических моментов и координат центра тяжести кривой и плоской фигуры.		2	4		[3], [4], [5], [10]	Контрольная работа
<b>4</b>	<b>Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>20</b>			
<b>4.1</b>	<b>Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>6</b>			
	Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность 1. $n$ -мерное евклидово пространство. 2. Действительная функция $n$ действительных переменных. 3. График функции двух переменных.	2		3	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5]	

	4. Линии и поверхности уровня. 5. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. 6. Непрерывные числовые функции на компакте и их свойства.						
	Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность 1. Линии и поверхности уровня. 2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. 3. Непрерывные числовые функции на компакте и их свойства.		2	3	Задание для самостоят. работы	[3], [4], [5], [10]	Проверочная работа
<b>4.2</b>	<b>Частные производные и дифференциал</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>6</b>			
	Частные производные и дифференциал 1. Частные производные, их геометрический смысл. 2. Дифференцируемость. Достаточное условие дифференцируемости. 3. Касательная плоскость к поверхности. 4. Дифференциал, его геометрический смысл (случай функции двух переменных). 5. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.	2		3	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5]	
	Частные производные и дифференциал 1. Частные производные 2. Касательная плоскость к поверхности. 3. Дифференциал, его геометрический смысл (случай функции двух переменных). 4. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.		2	3	Задание для контрольной работы	[3], [4], [5], [10]	Рейтинговая контрольная работа №5
<b>4.3</b>	<b>Частные производные и дифференциалы высшего порядка</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>8</b>			

	<p>Частные производные и дифференциалы высшего порядка</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Дифференцирование сложной функции.</li> <li>2. Производная функции по направлению.</li> <li>3. Векторная функция скалярного аргумента, её дифференцирование.</li> <li>4. Частные производные высшего порядка и условия их независимости от порядка дифференцирования.</li> <li>5. Дифференциалы высшего порядка.</li> </ol>	2		4	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5]	
	<p>Частные производные и дифференциалы высшего порядка</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Дифференцирование сложной функции.</li> <li>2. Производная функции по направлению.</li> <li>3. Векторная функция скалярного аргумента, её дифференцирование.</li> <li>4. Частные производные высшего порядка и условия их независимости от порядка дифференцирования.</li> <li>5. Дифференциалы высшего порядка.</li> </ol>			4	Задание для самостоят. работы	[3], [4], [5], [10]	Проверочная работа
<b>5</b>	<b>Интегральное исчисление функции нескольких переменных</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>18</b>			
<b>5.1</b>	<b>Двойные и тройные интегралы</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>7</b>			
	<p>Двойные и тройные интегралы</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.</li> <li>2. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.</li> <li>3. Замена переменных в двойном интеграле, переход к полярным координатам.</li> <li>4. Приложения двойного интеграла.</li> <li>5. Тройной интеграл, его свойства и вычисление.</li> <li>6. Замена переменных в тройном интеграле, переход к цилиндрическим и сферическим координатам.</li> </ol>	2		3	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5], [7]	

	7. Приложения тройного интеграла.						
	<p>Двойные и тройные интегралы</p> <p>1. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.</p> <p>2. Замена переменных в двойном интеграле, переход к полярным координатам.</p> <p>3. Тройной интеграл и его вычисление.</p> <p>4. Замена переменных в тройном интеграле, переход к цилиндрическим и сферическим координатам.</p>		2	4	Тесты	[3], [4], [5], [7], [10]	Тестирование
<b>5.2</b>	<b>Криволинейные и поверхностные интегралы</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>11</b>			
	<p>Криволинейные и поверхностные интегралы</p> <p>1. Понятие криволинейных интегралов первого и второго рода, их вычисление.</p> <p>2. Формула Грина, условие независимости интеграла от пути интегрирования.</p> <p>3. Векторное поле, его дивергенция и ротор. Циркуляция векторного поля.</p> <p>4. Поверхностные интегралы.</p> <p>5. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского-Гаусса.</p>	2		3	Опорный конспект. УМК	[3], [4], [5], [7]	Устный опрос
	<p>Криволинейные и поверхностные интегралы</p> <p>1. Понятие криволинейных интегралов первого и второго рода, их вычисление.</p> <p>2. Формула Грина, условие независимости интеграла от пути интегрирования.</p> <p>3. Векторное поле, его дивергенция и ротор. Циркуляция векторного поля.</p> <p>4. Поверхностные интегралы.</p> <p>5. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского-Гаусса.</p>		2	4	Тесты	[3], [4], [5], [7], [10]	Тестирование
	Криволинейные и поверхностные интегралы		2	4	Задание для	[3], [4],	Рейтинговая

	1. Векторное поле, его дивергенция и ротор. Циркуляция векторного поля. 2. Поверхностные интегралы. 3. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского-Гаусса.				контрольной работы	[5], [7], [10]	контрольная работа №6
	<b>Всего за семестр</b>	<b>16</b>	<b>26</b>	<b>66</b>			<b>Экзамен</b>
	<b>Всего</b>	<b>34</b>	<b>64</b>	<b>118</b>			

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ЛИТЕРАТУРА

### Основная литература

1. Булатов, В. И. Множества и операции над ними. Метод математической индукции. Грани множеств : учеб. материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики / В. И. Булатов, В. Г. Голухов, С. А. Мазаник. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2018. – 36 с.
2. Кастрица, О. А. Математический анализ : конспект лекций для студентов специальности 1-31 03 04 «Информатика» : в 3 ч. / О. А. Кастрица. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2017. – Ч. 1. – 52 с.
3. Кастрица, О. А. Математический анализ : конспект лекций для студентов специальности 1-31 03 04 «Информатика» : в 3 ч. / О. А. Кастрица. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2018. – Ч. 2. – 51 с.
4. Кастрица, О. А. Математический анализ: краткий курс : учеб. пособие / О. А. Кастрица, С. А. Мазаник. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2017. – 299 с.
5. Кротов, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие / В. Г. Кротов. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2017. – 376 с.
6. Леваков, А. А. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Леваков // Электронная библиотека БГУ. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113453>. – Дата доступа: 28.04.2021.
7. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс / сост.: С. И. Василец, И. В. Кирюшин // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/44709>. – Дата доступа: 28.04.2021.
8. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс / сост.: И. Н. Гуло, Э. В. Шалик // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/44472>. – Дата доступа: 28.04.2021.

### Дополнительная литература

9. Гусак, А. А. Математический анализ и дифференциальные уравнения: примеры и задачи : учеб. пособие для студентов учреждений высш. образования по естественнонауч. специальностям / А. А. Гусак. – 6-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2011. – 416 с.
10. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. – М.: АСТ: Астрель, 2010. – 558 с.
11. Дыферэнцыяльнае злічэнне функцыі некалькіх зменных: вучэб. дапам. / У.А. Шылінец [і інш.]. – Мінск: Беларус. дзярж. пед. ун-т, 2013. – 136 с.
12. Индивидуальные занятия по высшей математике : учеб. пособие : в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд., испр. – Минск: Выш. шк., 2008. – Ч. 1: Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. – 304 с.
13. Индивидуальные занятия по высшей математике : учеб. пособие : в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд., испр. – Минск : Выш. шк., 2009. – Ч. 2 : Комплексные числа. Неопределенные и определенные

интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 396 с.

14. Индивидуальные занятия по высшей математике : учеб. пособие : в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 5-е изд., испр. – Минск : Выш. шк., 2009. – Ч. 3 : Ряды. Кратные интегралы. Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. – 396 с.

15. Практикум по математическому анализу, алгебре и геометрии : практикум для студентов вузов : в 4 ч. / А. А. Черняк [и др.]. – Минск : Белорус. гос. пед. ун-т, 2012. – Ч. 1 : Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 84 с.

16. Сурин, Т. Л. Сборник практических заданий по математическому анализу. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : пособие / Т. Л. Сурин, Ж. В. Иванова, С. Шерегов. – Витебск : Витеб. гос. ун-т, 2016. – 52 с.

17. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : в 2 ч. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 11-е. СПб. : Лань, 2020. – Ч. 1. – 444 с.

18. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : в 2 ч. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 11-е. СПб. : Лань, 2020. – Ч. 2. – 464 с.

## Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов

По всем темам учебной программы следует организовывать самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать развитию творческих и исследовательских способностей будущего преподавателя физики и информатики.

С учетом распределения объема часов аудиторной нагрузки, а также значимости учебного материала рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

- Производная. Дифференциал;
- Производные и дифференциалы высшего порядка;
- Неопределенный интеграл;
- Определенный интеграл;
- Приложения определенного интеграла;
- Производная функции нескольких переменных. Дифференциал;
- Производные и дифференциалы высшего порядка функции нескольких переменных;
- Применение дифференциального исчисления;
- Двойные и тройные интегралы.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на регулярных консультациях, коллоквиумах и экзаменах. Кроме того, контроль за самостоятельной работой студентов по темам рекомендуется осуществлять на базе компьютерного тестирования (технология табличного дифференцирования, интегрирования и т.д.).

### Требования к выполнению самостоятельной работы студента

№ п/п	Название темы, раздела	Кол-во часов на СРС	Задание	Форма выполнения
	<b>Введение в математический анализ</b>	<b>22</b>		Доказательство теорем (письменно). Письменный отчет с решениями не менее 10 задач
1.	Множества. Функции	3	[17, с. 17-21]	
2.	Предел числовой последовательности	6	[17, с. 74-87] [12, с. 160-161, № 2-10]	
3.	Предел и непрерывность функции	13	[17, с. 102-118] [12, с. 166-180, № 1.1-1.29, 2.17-2.30, 5.1-5.29, 6.1-6.10, 7.1-7.6, 9.1-9.15] [17, с. 119-136] [12, с. 180-184, № 3.1-1.29, 3.17-4.1-4.30]	
	<b>Дифференциальное исчисление функций</b>	<b>30</b>		Доказательство теорем (письменно).

	<b>одной переменной</b>			Письменный отчет с решениями не менее 10 задач
4.	Производная. Дифференциал	8	[17, с. 157-169] [12, с. 221-234, № 1.1-1.30, 2.17-2.30, 3.1-3.10, 5.1-5.30, 7.1-7.16, 9.1-9.15, 13.1-13.30]	
5.	Производные и дифференциалы высшего порядка	8	[12, с. 221-234, № 9.1-9.15, 13.1-13.30]	
6.	Применение дифференциального исчисления	7	[17, с. 195-208] [12, с. 257-264 № 1.1-1.10, 2.1-2.10, 3.1-3.6, 4.1-4.10]	
7.	Формула Тейлора	7	[12, с. 257-264 № 1.1-1.10, 2.1-2.10, 3.1-3.6, 4.1-4.10]	Доказательство теорем (письменно). Письменный отчет с решениями не менее 10 задач
	<b>Интегральное исчисление функций одной переменной</b>	<b>28</b>		
8.	Неопределенный интеграл	10	[17, с. 242-260] [13, с. 49 № 1.19-2.17 с. 51 № 4.1-4.25, с. 67 № 1,16-1-29, с. 109 № 6.24-7.9]	
9.	Определенный интеграл	6	[17, с. 261-291] [13, с. 182-202 № 1.4-7.27] [17, с. 294-303] [13, с. 202-205 № 8.1-8.30]	
10.	Приложения определенного интеграла	12	[17, с. 195-208] [13, с. 210-214 № 1.1-4.30]	
	<b>Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	<b>20</b>		Доказательство теорем (письменно). Письменный отчет с решениями не менее 10 задач
11.	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность	6	[17, с. 395-399 № 1-3] [10, с. 174-179 № 1782-1830]	
12.	Частные производные и дифференциал	6	[10, с. 180 № 1831-1847, с. 187-188 № 1876-1890]	
13.	Частные производные и дифференциалы высшего порядка	8	[13, с. 250-252 № 3.1-3.30]	
	<b>Интегральное исчисление функций нескольких переменных</b>	<b>18</b>		Доказательство теорем (письменно). Письменный отчет с решениями не менее 10 задач
14.	Двойные и тройные интегралы	7	[10, с. 235-242 № 2113-2174, с. 251-253 № 2240-2258], [13, с. 157-161 № 1.1-3.29]	
15.	Криволинейные интегралы и поверхностные интегралы	11	[10, с. 262-272 № 2293-2369], [13, с. 204-210 № 1.1-3.16]	

### **Рекомендуемые формы и методы обучения**

Для освоения учебной дисциплины предусмотрены следующие *формы работы*: лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материала. На лекциях излагается теоретический материал учебной дисциплины. Основная цель практических занятий заключается в применении теоретических знаний содержания лекций и дополнительных источников, а также для коррекции и контроля знаний.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

Промежуточный *контроль знаний и умений* студентов по отдельным темам или разделам осуществляется посредством тестовых заданий, устных опросов, коллоквиума, контрольных и самостоятельных работ.

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по второму разделу программы для подготовки к устной части экзамена.

С целью текущего контроля предусматривается проведение трех рейтинговых контрольных работ в каждом семестре (по всем разделам).

Итоговый контроль – экзамен – предполагает ответы на теоретические вопросы и выполнение практического задания.

**Протокол согласования учебной программы  
по учебной дисциплине «Математический анализ»**

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Интегрируемый курс школьной математики	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол №11 от 25.05.2021
Алгебра и геометрия	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол №11 от 25.05.2021