

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

КОНТРОЛЬНЫЙ
СВЕДЕТЕЛЬСТВО

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ С.И.Василец
« 11 » _____ 2021 г.
Регистрационный № УД 241-65-2021 / уч.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-02 05 01 Математика и информатика

2021 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 01 Математика и информатика (ОСВО 1-02 05 01 – 2021); учебного плана специальности 1-02 05 01 Математика и информатика; типовой учебной программы (_____.202__, № ТД-_____/ тип.)

СОСТАВИТЕЛЬ:

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И.И.Рушнова, заведующий кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Ю.А.Быкадоров, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

СОГЛАСОВАНО:

Директор

ГУО «Гимназия № 29 г. Минска»



Г.В.Кушпяров

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики
(протокол № 4 от 09.11.2021 г.)

Заведующий кафедрой И.Н.Гуло И.Н.Гуло

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»
(протокол № 3 от 21.12.2021 г.)

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического отдела

Е.В.Тихонова Е.В.Тихонова

Директор библиотеки

Н.П.Сятковская Н.П.Сятковская

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой ступени по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика.

«Алгебраические структуры и теория чисел» является одной из ведущих специальных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя математики и информатики. Свойства основных алгебраических структур – группы, кольца, поля – позволяют рассматривать операции над различными математическими объектами с достаточно общих позиций алгебраических структур, в которых эти операции определяются. Поэтому данная дисциплина призвана развить способности студента увязывать абстрактные идеи и методы с конкретными задачами школьной алгебры и рассматривать вопросы школьной программы с достаточно общих позиций, а также овладеть аксиоматическим методом, как эффективным средством математических доказательств.

Цель учебной дисциплины – обеспечить будущего учителя математики и информатики аппаратом теории групп и теории чисел для изучения школьной алгебры на профильном уровне, проведения факультативных занятий и подготовки школьников к математическим олимпиадам.

Задачи дисциплины:

- сформировать теоретическую базу и инструментарий для изучения многочленов над конечными полями, играющих ключевую роль при изучении последующих дисциплин модуля «алгебра и теория чисел»;
- научить доказывать теоремы теории чисел на основе классических результатов теории групп;
- сформировать алгебраические умения и навыки, необходимые для успешного изучения информатики и современных проблем защиты и безопасности информации.

Место и связь с другими дисциплинами

Дисциплина «Алгебраические структуры и теория чисел» служит основой для учебных дисциплин «Алгебра многочленов и расширения полей», «Алгебраические методы в криптографии», «Теория множеств и логика высказываний». Она существенно дополняет основополагающими понятиями высшей алгебры дисциплины «Введение в анализ» и «Аналитическая геометрия».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- определения и свойства групп и полей;
- теоремы теории чисел.

уметь:

- решать сравнения и системы линейных сравнений;

–находить канонические разложения целых чисел и выводить признаки делимости.

владеть:

–навыками изложения доказательств теоретико-групповых утверждений; навыками решения типовых задач целочисленной арифметики.

Освоение учебной дисциплины «Алгебраические структуры и теория чисел» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

БПК-15: Применять в работе с обучающимися положения теории чисел и методы линейной алгебры для решения алгебраических уравнений и их систем.

В рамках образовательного процесса по учебной дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел» студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Учебная дисциплина «Алгебраические структуры и теория чисел» изучается на 1 курсе во втором семестре при дневной форме получения образования. На изучение учебной дисциплины «Алгебраические структуры и теория чисел» отводится 110 часов, из них аудиторных – 50 часов (лекции – 22 часов, практические занятия – 28 часа). На самостоятельную работу студентов отведено 60 часов.

Форма текущей аттестации – зачёт.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение в алгебру

1.1. Отображения и отношения

Три вида отображений, отношение эквивалентности. Бинарные операции. Метод математической индукции.

1.2. Комплексные числа и операции над ними

Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Корни n -й степени. Квадратные уравнения с действительными коэффициентами.

Раздел 2. Алгебраические структуры

2.1. Группы и их изоморфизм

Определение полугруппы и группы. Аддитивные и мультипликативные группы. Примеры групп и их изоморфизм. Симметрическая группа подстановок.

2.2. Подгруппы, свойства циклических групп, нормальные подгруппы и фактор-группы

Определение подгруппы. Свойства циклических групп. порядки подгрупп конечных групп. Знакопеременная подгруппа подстановок. Нормальные подгруппы и фактор-группы.

2.3. Кольца, поля и их изоморфизм, характеристика поля

Определение кольца, поля, подполя. Примеры полей (колец) и их изоморфизм. Характеристика поля. Минимальные поля.

Раздел 3. Теория чисел

3.1. Делимость в кольце целых чисел.

Делимость в кольце целых чисел: деление с остатком, НОД и НОК, алгоритм Евклида нахождения НОД, алгоритм Эратосфена нахождения простых чисел. Каноническое разложение и основная теорема арифметики.

3.2. Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю n .

Функция Эйлера. Теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона и их следствия. Дроби в g -ичной системе счисления и вывод признаков делимости. Периодические g -ичные дроби.

3.3. Линейные и нелинейные уравнения, системы линейных уравнений. в мультипликативной группе по модулю n .

Китайская теорема об остатках. Алгоритм нахождения обратных элементов в мультипликативной группе по модулю n . Линейные уравнения в мультипликативной группе по модулю n . Нелинейные уравнения в мультипликативной группе по простому модулю.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА
(дневная форма получения образования)

Номер занятия	раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов			Самостоятельная работа студентов	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2 семестр								
1	Введение в алгебру	4	6		20		[1-10]	
1.1	Отображения и отношения. Три вида отображений, отношение эквивалентности. Бинарные операции. Метод математической индукции	2	2		20	Раздаточные материалы		Теоретический тест
1.2	Комплексные числа и операции над ними Алгебраическая,	2	4			Раздаточные материалы		Проверочная самостоятельная работа

	тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Корни n -й степени. Квадратные уравнения с действительными коэффициентами.						
2	Алгебраические структуры	10	8		40		[1-10]
2.1	Группы и их изоморфизм Определение полугруппы и группы. Аддитивные и мультипликативные группы. Примеры групп и их изоморфизм. Симметрическая группа подстановок.	2	2		20		Устный опрос
2.2	Подгруппы, свойства циклических групп, нормальные подгруппы и фактор-группы Определение подгруппы. Свойства циклических групп. порядки подгрупп конечных групп. Знакопеременная подгруппа	4	4		20	Методические пособия [6,10]	Проверочная самостоятельная работа

	подстановок. Нормальные подгруппы и фактор-группы.						
2.3	Кольца, поля и их изоморфизм, характеристика поля Определение кольца, поля, подполя. Примеры полей (колец) и их изоморфизм. Характеристика поля. Минимальные поля.	4	2			Методические пособия [6,10]	Теоретический тест
	Теория чисел	8	14				[1-10]
3.1	Делимость в кольце целых чисел Делимость в кольце целых чисел: деление с остатком, НОД и НОК, алгоритм Евклида нахождения НОД, алгоритм Эратосфена нахождения простых чисел. Каноническое разложение и основная теорема арифметики.	2	4				Устный опрос Отчет о выполнении самостоятельной работы
3.2	Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю n Функция Эйлера Теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона и их следствия. Дроби в g -	4	4			Методические пособия [6,10]	Устный опрос Отчет о выполнении самостоятельной работы

	ичной системе счисления и вывод признаков делимости. Периодические g -ичные дроби.						
3.3	Линейные и нелинейные уравнения, системы линейных уравнений в мультипликативной группе по модулю n Китайская теорема об остатках. Алгоритм нахождения обратных элементов в мультипликативной группе по модулю n . Линейные уравнения в мультипликативной группе по модулю n . Нелинейные уравнения в мультипликативной группе по простому модулю.	2	6			Методические пособия [6,10]	Устный опрос Отчет о выполнении самостоятельной работы
	Всего	22	28		60		Зачёт

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ***Основная литература***

1. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – М.: Лань, 2020. – 384 с. Репозиторий БГПУ.
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Лань, 2021. – 432 с.

Дополнительная литература

3. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А.С. Феденко. - Минск : Амалфея, 2001. - Ч. 1. - 401 с.
4. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре / Д.К. Фаддеев – М.: Лань, 2007.– 416 с.
5. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре. / Д.К. Фаддеев И.С. , Соминский. – М.: Лань, 2008.– 288 с.
6. Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: часть 1. Введение в алгебру / О.А. Баркович. – Минск: БГПУ, 2005. – 134 с.
7. Виноградов, И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. – М.: Лань, 2020. – 176 с.
8. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра / Л.Я. Окунев – М.: Лань, 2014.– 336 с.
9. Окунев, Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре / Л.Я. Окунев – М.: Лань, 2009.– 192 с.
10. Черняк, А.А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 2: Алгебраические структуры, целочисленная арифметика, многочлены / А.А. Черняк.– Мн.: БГПУ, 2008.– 110 с.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В принципе, каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

- применение метода математической индукции для доказательства равенств и неравенств;
- число отображений разных видов, заданных на конечных множествах.
- примеры фактор-групп групп невырожденных матриц;
- разложение подстановок в произведение транспозиций.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях, коллоквиумах и экзаменах.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

№ /п	Название темы раздела	Кол-во часов на СРС	Задание	Форма выполнения
1	Доказательства уравнений и неравенств методом математической индукции	10	[5,6,9]	Решение индивидуальных контрольных примеров
2.	Число отображений разных видов, заданных на конечных множествах. Свойства отношений частичного порядка	10	[8,9]	Самостоятельно вывести формулы

3.	Примеры фактор-групп групп невырожденных матриц	20	[10]	Построение фактор-групп на различных матричных множествах
4.	Разложение подстановок в произведение транспозиций	20	[3,10]	Разобраться в алгоритмах разложения подстановок

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по второму разделу программы для подготовки к устной части экзамена.

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ – по одной по каждому из двух последних разделов.

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ

1. Три вида отображений.
2. Отношение эквивалентности.
3. Бинарные операции.
4. Операции над комплексными числами.
5. Корни n -й степени.
6. Определение полугруппы и группы.
7. Определение подгруппы. Свойства циклических групп.
8. Нормальные подгруппы и фактор-группы.
9. Определение кольца, поля, подполя.
10. Характеристика поля. Минимальные поля.
11. Делимость в кольце целых чисел: деление с остатком, НОД и НОК, алгоритм
12. Евклида нахождения НОД, алгоритм Эратосфена нахождения простых чисел.
13. Каноническое разложение и основная теорема арифметики.
14. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона и их следствия.
15. Дроби в g -ичной системе счисления и вывод признаков делимости.
16. Китайская теорема об остатках.
17. Линейные уравнения в мультипликативной группе по модулю n .

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

по учебной дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел»

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
Теория множеств и логика высказываний	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол № 4 от 09.11.2021
Алгебра многочленов и расширения полей	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол № 4 от 09.11.2021
Алгебраические методы в защите информации	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол № 4 от 09.11.2021
Введение в анализ	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол № 4 от 09.11.2021
Аналитическая геометрия	Кафедра математики и методики преподавания математики	С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет	Протокол № 4 от 09.11.2021