

Учреждение образования  
«Белорусский государственный педагогический университет  
имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
С.И. Василец  
« 17 » 2021 г.  
Регистрационный № УД-24-1-63-2021/уч.



## АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1 - 02 05 02 Физика и информатика

2021 г.

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 02 Физика и информатика (ОСВО 1-02 05 02 – 2021); учебного плана специальности 1-02 05 02 Физика и информатика; типовой учебной программы (\_\_\_\_.\_\_\_\_.202\_\_ № ТД-\_\_\_\_\_/ тип.)

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

И.И.Рушнова, заведующая кафедрой высшей математики и математической физики БГУ, кандидат физико-математических наук, доцент

Г.М.Заяц, ведущий научный сотрудник Института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент;

**СОГЛАСОВАНО**

Директор  
ГУО «Средняя школа № 41 г. Минска» \_\_\_\_\_ И.А.Дрозд



**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики  
(протокол № 11 от 25.05.2021 г.);

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ И.Н.Гуло  
Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский  
государственный педагогический университет имени Максима Танка»  
(протокол № 4 от 15.06.2021 г.)

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического отдела  
\_\_\_\_\_ С.А.Стародуб

Директор библиотеки  
\_\_\_\_\_ Н.П.Сятковская

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

Учебная программа по дисциплине «Алгебра и геометрия» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой ступени по специальности 1-02 05 02 Физика и информатика

«Алгебра и геометрия» является одной из ведущих специальных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя физики и информатики. Она закладывает фундамент для освоения студентами математических основ информатики и физики, а также смежных математических дисциплин, предусмотренных новыми учебными планами по данной специальности.

**Целью** учебной дисциплины «Алгебра и геометрия» является формирование теоретической базы и инструментария, необходимых для успешного изучения физики и информатики.

**Задачи** учебной дисциплины «Алгебра и геометрия»:

- изучение основных понятий, теорем и алгоритмов линейной алгебры, аналитической геометрии, векторной алгебры;
- развитие способностей увязывать абстрактные идеи и методы с их приложениями в физике и информатике, в смежных математических дисциплинах (математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика);
- освоение навыков использования достижений в информационных технологиях на базе систем компьютерной математики.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста и связь с другими учебными дисциплинами

«Алгебра и геометрия» является одной из ведущих специальных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя физики и информатики. Она закладывает фундамент для освоения студентами математических основ информатики и физики, а также смежных математических дисциплин, предусмотренных новыми учебными планами по данной специальности.

В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- теоремы векторной алгебры;
- уравнения прямой и плоскости;
- свойства определителя и критерии совместности систем линейных уравнений;
- уравнения фигур первого и второго порядка на плоскости и пространстве;
- определения группы и поля;

**уметь:**

- производить операции над векторами и матрицами;

- оперировать с уравнениями прямой и плоскости;
- решать системы линейных уравнений;
- применять определители;
- приводить к каноническому виду квадратичные формы;
- производить операции над числами в поле комплексных чисел;

**владеть:**

- аппаратом векторной алгебры и аналитической геометрии;
- методами линейной алгебры.

Освоение учебной дисциплины «Алгебра и геометрия» должно обеспечить формирование **базовой профессиональной компетенции**: применять в работе с обучающимися методы матричного исчисления, решения систем алгебраических уравнений, исследования уравнений кривых и поверхностей для решения исследовательских и практико-ориентированных задач.

Рейтинговые контрольные работы проводятся по следующим темам:

№1 – 1.2 «Векторное и смешанное произведения и их свойства»;

№2 – 2.5 «Определитель и его свойства. Применение определителей»;

№3 – 3.3 «Взаимное расположение прямых и плоскостей».

Дневная форма получения образования.

На изучение учебной дисциплины «Алгебра и геометрия» отводится 208 часов, из них аудиторных – 104 часов (лекции – 36 часов, практические занятия – 68 часа), 56 часов - 1-й семестр, 48 часов – 2-й семестр. На самостоятельную работу студентов отведено 104 часа (52 часа – первый семестр, 52 часов – второй семестр).

Форма текущего контроля – экзамен (1-й семестр), зачет (2-й семестр).

Распределение часов по семестрам:

| Семестр                  | Всего | Лекции | Практические занятия | Самостоятельная работа | Форма контроля |
|--------------------------|-------|--------|----------------------|------------------------|----------------|
| <b>1</b>                 | 108   | 18     | 38                   | 52                     | Экзамен        |
| <b>2</b>                 | 100   | 18     | 30                   | 52                     | Зачёт          |
| Всего за период обучения | 208   | 36     | 68                   | 104                    |                |

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Векторная алгебра

- 1.1. Сложение векторов и умножение на скаляр. Скалярное произведение векторов и его свойства.
- 1.2. Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

### Раздел 2. Координатные векторные пространства

- 2.1. Операции над  $n$ -мерными векторами и элементарные преобразования системы векторов. Критерии линейной независимости (зависимости) системы векторов.
- 2.2. Операции над матрицами и их основные свойства. Треугольные, диагональные, скалярные матрицы. Обратимые матрицы специального вида. Алгоритм нахождения обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.
- 2.3. Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Однородные СЛАУ.
- 2.4. Ранг и базис системы векторов. Ортогональные и ортонормированные базисы. Ранг матрицы и свойства множества решений СЛАУ.
- 2.5. Равносильные определения определителя матрицы. Алгоритмы вычисления определителей. Применение определителей для решения СЛАУ.

### Раздел 3. Фигуры первого порядка на плоскости и в пространстве

- 3.1. Различные виды уравнений прямых на плоскости. Углы между прямыми, расстояние от точки до прямой.
- 3.2. Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве.
- 3.3. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Расстояния между скрещивающимися прямыми, параллельными прямыми и плоскостями.

### Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве

- 4.1. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Эксцентриситет. Фигуры второго порядка как конические сечения.
- 4.2. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристический многочлен. Свойства множеств собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям.
- 4.3. Алгоритм приведения уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду.
- 4.4. Определение квадратичной формы. Диагонализация симметрических матриц.
- 4.5. Алгоритм приведения уравнений 2-го порядка с тремя переменными к каноническому виду. Канонические уравнения фигур второго порядка в пространстве.

## **Раздел 5. Элементы высшей алгебры**

5.1. Определение группы и примеры числовых групп. Определение поля и примеры числовых полей.

5.2. Операции над комплексными числами. Алгебраическая, тригонометрическая и показательные формы комплексного числа. Корни  $n$ -й степени из действительных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА**  
(дневная форма получения образования)

| Номер занятия    | раздела, темы,   | Количество аудиторных часов |                      |                      | Самостоятельная работа студентов | Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.) | Литература | Формы контроля знаний          |
|------------------|--|-----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------------------|--|------------|--------------------------------|
|                  |  | Лекции                      | Практические занятия | Лабораторные занятия |                                  |  |            |                                |
| 1                | 2  |                             |                      |                      |                                  | 7  | 8          | 9                              |
| <b>1 семестр</b> |  |                             |                      |                      |                                  |  |            |                                |
| 1                | <b>Векторная алгебра</b>   | <b>4</b>                    | <b>8</b>             |                      | <b>8</b>                         |  | [1-12]     |                                |
| 1.1              | Операции над векторами, скалярное произведение   | 2                           | 4                    |                      |                                  | УМК, материалы в MOODLE  |            |                                |
| 1.2              | Векторное и смешанное произведения и их свойства   | 2                           | 4                    |                      | 8                                | УМК, учебные пособия, материалы в MOODLE                                 |            | Рейтинговая контрольная работа |
| 2                | <b>Координатные n-мерные векторные пространства</b>  | <b>9</b>                    | <b>18</b>            |                      | <b>32</b>                        |  | [1-12]     |                                |
| 2.1              | Линейно зависимые и независимые системы n-мерных векторов. Элементарные преобразования системы | 1                           | 2                    |                      |                                  | Методические пособия [1-8]   |            |                                |

|                  |  |           |           |  |           |                            |        |                                |
|------------------|--|-----------|-----------|--|-----------|----------------------------|--------|--------------------------------|
|                  | векторов   |           |           |  |           |                            |        |                                |
| 2.2              | Матрицы и операции над ними.<br>Обратные матрицы.                | 2         | 4         |  | 8         | Методические пособия [1-8] |        |                                |
| 2.3              | Системы линейных алгебраических уравнения: метод Гаусса-Жордана. | 2         | 4         |  | 8         | Методические пособия [1-8] |        | Устный опрос                   |
| 2.4              | Ранг и базис системы n-мерных векторов. Ранг матрицы.            | 2         | 4         |  | 8         | Методические пособия [1-8] |        |                                |
| 2.5              | Определитель и его свойства.<br>Применение определителей         | 2         | 4         |  | 8         | Методические пособия [1-8] |        | Рейтинговая контрольная работа |
| 3                | <b>Фигуры первого порядка на плоскости и в пространстве</b>      | <b>5</b>  | <b>12</b> |  | <b>12</b> |                            | [1-12] |                                |
| 3.1              | Уравнения прямой, вычисление углов между прямыми                 | 1         | 4         |  |           | УМК, материалы в MOODLE    |        | Устный опрос                   |
| 3.2              | Уравнения плоскости и прямой в пространстве                      | 2         | 4         |  | 4         |                            |        |                                |
| 3.3              | Взаимное расположение прямых и плоскостей                        | 2         | 4         |  | 8         | Методическое пособие [4]   |        | Рейтинговая контрольная работа |
|                  | <b>Итого за семестр:</b>   | <b>18</b> | <b>38</b> |  | <b>52</b> |                            |        | Экзамен                        |
| <b>Семестр 2</b> |  |           |           |  |           |                            |        |                                |
| 4                | <b>Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве</b>      | <b>12</b> | <b>18</b> |  | <b>36</b> |                            | [1-12] |                                |
| 4.1              | Плоские фигуры второго порядка                                   | 2         | 4         |  |           | УМК, материалы в MOODLE    |        |                                |

|          |  |           |           |  |           |                           |        |                        |
|----------|--|-----------|-----------|--|-----------|---------------------------|--------|------------------------|
| 4.2      | Собственные значения и собственные векторы матрицы.                        | 2         | 4         |  |           |                           |        |                        |
| 4.3      | Квадратичные формы. Диагонализация симметрических матриц                   | 3         | 4         |  | 16        | Методическое пособие [4]  |        | Устный опрос           |
| 4.4      | Приведение уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду | 3         | 4         |  |           | Методическое пособие [4]  |        |                        |
| 4.5      | Фигуры второго порядка в пространстве                                      | 2         | 2         |  | 20        | УМК, материалы в MOODLE   |        | Контрольная работа     |
| <b>5</b> | <b>Элементы высшей алгебры</b>   | <b>6</b>  | <b>12</b> |  | <b>16</b> |                           | [1-12] | <b>Зачет</b>           |
| 5.1      | Понятие группы и поля  | 2         | 4         |  |           | Методическое пособие[2,5] |        |                        |
| 5.2      | Поля действительных и комплексных чисел                                    | 2         | 4         |  |           | Методическое пособие[4]   |        | Устный опрос           |
| 5.3      | Квадратные и кубические уравнения с действительными коэффициентами         | 2         | 4         |  | 16        | Методическое пособие[2,5] |        | Самостоятельная работа |
|          | <b>Всего:</b>  |           |           |  |           |                           |        |                        |
|          | <b>Итого за семестр</b>  | <b>18</b> | <b>30</b> |  | <b>52</b> |                           |        |                        |

## Информационно-методическая часть

### *Основная литература*

1. Алгебра и аналитическая геометрия: учебник для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. - Минск : Амалфея, 2001 - . Ч. 2. - , 2001. - 352 с.
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Лань, 2021. – 432 с.
3. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А.С. Феденко. - Минск : Амалфея, 2001. - Ч. 1. - 401 с.
4. Черняк, А.А. Математические расчеты в среде Mathcad / А.А.Черняк, Ж.А.Черняк. - М: Юрайт, 2021. — 161 с.

### *Дополнительная литература*

5. Баркович, О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: часть 2. Линейная алгебра / О.А. Баркович. – Минск: БГПУ, 2006. – 112 с.
6. Мантуров, О.В. . Курс высшей математики. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / Мантуров О.В., Матвеев Н.М. – М.: Высшая школа, 1986. – 480 с.
7. Проскураков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре / И.В. Проскураков.– М.: Лань, 2021.– 476 с.
8. Черняк, А.А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 1: Линейная алгебра / А.А. Черняк.– Мн.: БГПУ, 2007.– 100 с.

## **Рекомендуемые формы и методы обучения**

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Кроме того, рекомендуется проведение практических занятий по ряду тем алгебры и геометрии на базе систем компьютерной математики, что призвано научить будущего учителя использовать современные информационные технологии в учебном процессе. Это позволит повысить эффективность практических занятий, высвободив время для углубленного повторения теоретического материала и закрепления навыков и умений владения математическим аппаратом на уровне, необходимом для изучения физических и информационных дисциплин.

### **Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов**

В принципе, каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

- свойства треугольных, диагональных и скалярных матриц;
- критерии единственности решения СЛАУ,
- доказательства теорем, вытекающих как следствия алгоритма Гаусса: о ранге матриц, об эквивалентных системах векторов, о ранге системы векторов;
- методы вычисления определителей матриц специального вида;
- формулы Крамера;
- исследование квадратичных форм на знакоопределенность;
- двойное векторное произведение;
- уравнения фигур второго порядка на плоскости в полярных координатах;
- линейные преобразования произвольных векторных пространства;

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях, коллоквиумах и экзаменах. Кроме того, контроль за самостоятельной работой студентов по ряду тем целесообразно проводить на базе системы компьютерной математики Mathcad.

## ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

| № /п | Название темы раздела  | Кол-во часов на СРС | Задание | Форма выполнения                                     |
|------|--|---------------------|---------|--|
| 1    | Свойства треугольных, диагональных и скалярных матриц  | 8                   | [4,6,8] | Самостоятельно вывести основные свойства             |
| 2.   | Критерии единственности решения СЛАУ   | 8                   | [4,6,8] | Самостоятельно вывести критерии                      |
| 3.   | Доказательства теорем, вытекающих как следствия алгоритма Гаусса: о ранге матриц, об эквивалентных системах векторов, о ранге системы векторов | 8                   | [4,6,8] | Доказать сформулированные на лекции теоремы          |
| 4.   | Методы вычисления определителей матриц специального вида   | 8                   | [4,6,8] | Разобраться в методах и освоить алгоритмы вычисления |
| 5.   | Формулы Крамера  | 8                   | [4,6,8] | Сделать вывод формул                                 |
| 6.   | Исследование квадратичных форм на знакоопределенность  | 8                   | [1-3]   | Письменный отчет с решением (не менее 5 задач)       |
| 7.   | Двойное векторное произведение   | 8                   | [1,3]   | Письменный отчет с решением (не менее 5 задач)       |
| 8.   | Уравнения фигур второго порядка на плоскости в полярных координатах  | 16                  | [4,6,8] | Изучить уравнения и решить цикл задач                |
| 9    | Линейные преобразования произвольных векторных пространства  | 16                  | [6,8]   | Разобраться в методах и освоить алгоритмы вычисления |
| 10   | Операции над линейными подпространствами   | 16                  | [6,8]   | Письменный отчет с решением (не менее 5 задач)       |

### **Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности**

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по второму разделу программы для подготовки к устной части экзамена.

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ в каждом семестре (соответственно, по разделам 2, 3, 4, 5).

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ**  
по учебной дисциплине «Алгебра и геометрия»

| Название дисциплины, с которой требуется согласование    | Название кафедры                                      | Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
|--|---|--|---|
| 1  | 2   | 3  | 4   |
| Математический анализ                                    | Кафедра математики и методики преподавания математики | С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет         | Протокол №11 от 25.05.2021  |
| Теория вероятностей и элементы математической статистики | Кафедра математики и методики преподавания математики | С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет         | Протокол №11 от 25.05.2021  |
| Дифференциальные уравнения и ряды                        | Кафедра математики и методики преподавания математики | С содержанием данной учебной дисциплины согласуются, замечаний и предложений нет         | Протокол №11 от 25.05.2021  |