

КОНТРОЛЬНЫЙ  
ЭКЗЕМПЛЯР

Учреждение образования  
«Белорусский государственный педагогический университет  
имени Максима Танка»



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
С.И.Василец

2021 г.

Регистрационный № УД-24-1-50-2021/уч.

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-02 05 01 Математика и информатика

2021 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 01 Математика и информатика, утвержден и введен в действие постановлением Министерства образования РБ 30.08.2013 г. № 87 и учебного плана специальности 1-02 05 01 Математика и информатика

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

С.А.Богданович, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Ж.А.Черняк, доцент кафедры математики и физики учреждения образования «Белорусская государственная академия связи», кандидат физико-математических наук, доцент;

С.И.Чубаров, доцент кафедры информационных технологий в образовании учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

**СОГЛАСОВАНО**

Директор  
ГУО «Средняя школа № 61 г. Минска»



И.В.Цубикова

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики  
(протокол № 10 от 27.04.2021 г.);

Заведующий кафедрой  И.Н.Гуло

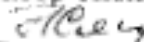
Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»  
(протокол № 6 от 26.05.2021 г.)

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического отдела

 С.А.Стародуб

Директор библиотеки

 Н.П.Сятковская

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия» составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования специальности 1-02 05 01 Математика и информатика.

Знания, полученные при изучении этой учебной дисциплины, дают возможность будущему преподавателю математики получить представление о сравнительно недавних этапах развития евклидовой геометрии и оценить дополнительные возможности, которые дает применение методов математического анализа в геометрических исследованиях.

Общенаучная направленность учебной дисциплины состоит в том, что студенты знакомятся с геометрическим языком и символикой, с методами и приемами решения задач, при которых используются фундаментальные идеи и методы классической геометрии. Эта учебная дисциплина расширяет кругозор учителя и дает представление о развитии евклидовой геометрии в XIX веке.

С точки зрения профессиональной направленности учебная дисциплина занимает важное место в подготовке будущих преподавателей математики, так как объекты изучения данного курса (линии, в том числе прямые, окружности, касательные, некоторые поверхности) встречаются в курсе геометрии средней школы.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста и **связь** с другими учебными дисциплинами

Учебная дисциплина относится к компоненту учреждения высшего образования. Материал учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» связан учебными дисциплинами «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и преобразования плоскости».

**Цель** учебной дисциплины: ознакомить студентов с методами дифференциальной геометрии при исследовании кривых и поверхностей.

**Основными задачами** учебной дисциплины являются:

- усвоение специфического понятийного аппарата дифференциальной геометрии;
- усовершенствование навыков самостоятельной работы студентов с научной литературой;
- обобщение основных понятий и структур аналитической геометрии.

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования и рассчитана на изучение дисциплины в шестом семестре, что обусловлено необходимостью получения студентами достаточных знаний по математическому анализу и аналитической геометрии, а также приобретения ими необходимой математической культуры.

Согласно образовательному стандарту высшего образования, изучение учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» должно обеспечить формирование у студентов компетенций.

#### **Требования к академическим компетенциям**

Специалист должен:

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

#### **Требования к социально-личностным компетенциям**

Специалист должен:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбережения.

#### **Требования к профессиональным компетенциям**

Специалист должен быть способен:

##### **обучающая деятельность**

ПК-1. Управлять учебно-познавательной и учебно-исследовательской деятельностью обучающихся.

ПК-2. Использовать оптимальные методы, формы и средства обучения.

ПК-3. Организовывать и проводить учебные занятия различных видов и форм.

ПК-4. Организовывать самостоятельную работу обучающихся.

##### **воспитательная деятельность**

ПК-6. Осуществлять оптимальный отбор и эффективно реализовывать технологии воспитания.

ПК-7. Организовывать и проводить воспитательные мероприятия.

ПК-8. Формировать базовые компоненты культуры личности обучающегося.

##### **развивающая деятельность**

ПК-11. Развивать учебные возможности и способности обучающихся на основе системной педагогической диагностики.

ПК-12. Развивать навыки самостоятельной работы обучающихся с учебной, справочной, научной литературой и др. источниками информации.

##### **Ценностно-ориентационная деятельность**

ПК-16. Оценивать учебные достижения обучающихся, а также уровни их воспитанности и развития.

ПК-17. Осуществлять профессиональное самообразование и самовоспитание с целью совершенствования профессиональной деятельности.

ПК-18. Организовывать целостный педагогический процесс с учетом современных образовательных технологий и педагогических инноваций.

ПК-19. Анализировать и оценивать педагогические явления и события прошлого в свете современного научного знания.

**Требования к уровню усвоения содержания учебной дисциплины**

В результате изучения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» выпускник должен

*знать:*

- основные характеристики кривой – кривизну и кручение;
- первую квадратичную форму поверхности;
- вторую квадратичную форму поверхности;
- понятия полной и средней кривизны поверхности;

*уметь:*

- вычислять кривизну и кручение регулярной кривой;
- находить коэффициенты первой квадратичной формы поверхности;
- вычислять длину дуги и угол между кривыми на поверхности;
- находить коэффициенты второй квадратичной формы поверхности;
- вычислять полную и среднюю кривизну поверхности;

*владеть:*

- методами исследования произвольной кривой;
- методами исследования произвольной поверхности.

Методы обучения, рекомендуемые к использованию в процессе преподавания дисциплины: сообщение преподавателя (слова преподавателя), беседа, анализ, построение алгоритмов, моделирование, самостоятельная работа.

Информационно-методическая часть учебной программы включает список основной и дополнительной литературы, методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности.

Программа составлена в соответствии с учебным планом по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика и рассчитана на 116 часов, из них 50 часов аудиторных (лекций – 24, практических занятий – 26). На самостоятельную работу студентов отведено 30 часов.

Форма текущей аттестации – экзамен.

*Рейтинговые контрольные работы* проводятся по следующим темам:

№1 «Линии в евклидовом пространстве»;

№2 «Линии и поверхности в евклидовом пространстве» (тест по теории);

№3 «Поверхности в евклидовом пространстве».

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Линии в евклидовом пространстве

1.1. Вектор функция скалярного аргумента, ее производная и дифференциал. Понятие непрерывности отображения. Понятие линии. Гладкие линии. Касательная. Длина дуги линии.

1.2. Натуральная параметризация линии. Формулы Френе. Сопровождающий репер линии. Кривизна и кручение линии. Натуральные уравнения линии.

### Раздел 2. Поверхности в евклидовом пространстве

2.1. Вектор-функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в  $E_3$ . Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности.

2.2. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями. Площадь поверхности.

2.3. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности. Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов			самостоятельная работа студента	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	лабораторные занятия				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>6 семестр</b>								
	<b>Линии в евклидовом пространстве</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>12</b>			
1.1.1.	Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал	2			2		[o1, д1]	Устный опрос
1.1.2	Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал		2			УМК	[o1, д2]	
1.1.3.	Понятия непрерывность отображения и линия. Гладкая линия класса $C^k$	2			2		[o1, д1]	Устный опрос
1.1.4.	Понятия непрерывность отображения и линия. Гладкая линия класса $C^k$		2			УМК	[o1, д2]	
1.1.5.	Касательная к линии. Длина дуги линии	2			2		[o1, д1]	Устный опрос
1.1.6.	Касательная к линии. Длина дуги линии		2			УМК	[o1, д2]	
1.2.1.	Натуральная параметризация кривой	2					[o1, д1]	Устный опрос
1.2.2.	Натуральная параметризация кривой		2			УМК	[o1, д2]	
1.2.3.	Формулы Френе. Сопровождающий	2			4		[o1, д1]	Устный опрос

	репер кривой							
1.2.4.	Формулы Френе. Составление элементов сопровождающего репера кривой		2			УМК	[o1, д2]	
1.2.5.	Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения линии	2			2		[o1, д1]	Устный опрос
1.2.6.	Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения линии		2			УМК, раздаточный материал	[o1, д2]	Рейтинговая контрольная работа №1
	<b>Поверхности в евклидовом пространстве</b>	<b>12</b>	<b>14</b>		<b>18</b>			
2.1.1.	Векторная функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в $E_3$	2			2		[o1, д1]	Устный опрос
2.1.2.	Векторная функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в $E_3$		2			УМК	[o1, д2]	
2.1.3.	Гладкие поверхности класса $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности	2			2		[o1, д1]	Устный опрос
2.1.4.	Гладкие поверхности класса $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности		2		2	УМК	[o1, д2]	
2.2.1.	Первая квадратичная форма поверхности	2			2		[o1, д1]	Устный опрос



2.2.2.	Первая квадратичная форма поверхности		2			УМК	[o1, д2]	
2.2.3.	Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями Площадь поверхности	2			4		[o1, д1]	Устный опрос
2.2.4.	Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями Площадь поверхности		2			УМК	[o1, д2]	
2.3.1	Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности	2			2		[o1, д1]	Устный опрос
2.3.2	Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности		2			УМК	[o1, д2]	
2.3.3.	Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны	2			4		[o1, д1]	Устный опрос
2.3.4.	Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны		2			УМК, раздаточный материал		Рейтинговая контрольная работа №2
2.3.5.	Поверхности в евклидовом пространстве		2			Раздаточный материал		Рейтинговая контрольная работа №3
	<b>Всего</b>	<b>24</b>	<b>26</b>		<b>30</b>			<b>Экзамен</b>

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ****Литература***Основная*

1. Подоксенов, М. Н. Дифференциальная геометрия : учеб.-метод. пособие для студентов вузов / М. Н. Подоксенов, С. А. Богданович. – Минск : Белорус. гос. пед. ун-т, 2017. – 144 с.

*Дополнительная*

1. Позняк, Э. Г. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство / Э. Г. Позняк, Е. В. Шикин – М. : Моск. гос. ун-т, 1990. – 384 с.

2. Сборник задач по дифференциальной геометрии / И. В. Белько [и др.] ; под ред. А. С. Феденко – М. : Наука, 1979. – 272 с.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» большое внимание следует уделять организации самостоятельной работы студентов, как при изучении теоретических вопросов, так и при выполнении практических заданий.

Самостоятельная работа студента реализуется как в процессе аудиторных занятий, так и на консультациях, при выполнении индивидуальных заданий и так далее.

Формы самостоятельной работы студентов:

- выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и методической компетенции;

- выполнение обучающих и контрольных тестов;

Основными задачами самостоятельной работы студентов являются:

- углубление знаний и умений студентов, полученных в ходе плановых учебных занятий;

- формирование когнитивных компетенций;

- подготовка студентов к занятиям, к промежуточным и итоговым контролям;

- формирование навыков самостоятельной научно-исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студентов проводится в предусмотренном учебным планом объеме.

### ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

№ п/п	Название темы, раздела	Кол-во часов на СРС	Задание	Форма выполнения
1	Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал	2	[o1, стр. 16-19]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
2	Понятия непрерывность отображения и линия. Гладкая линия класса $C^k$ .	2	[o1, стр. 19-23]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
3	Касательная к линии. Длина дуги линии	2	[o1, стр. 23-27, 30-32]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
4	Формулы Френе. Сопровождающий репер кривой	4	[o1, стр. 34-41]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
5	Кривизна и кручение кривой. Натуральные	2	[o1, стр. 34-41]	Доказательство теорем, сформулированных на

	уравнения линии			лекциях без доказательства (в письменном виде).
6	Векторная функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в $E_3$	2	[o1, стр. 69-74]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
7	Гладкие поверхности класса $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности	2	[o1, стр. 74-79]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
8	Гладкие поверхности класса $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности	2	[o1, стр. 108-123]	Письменный отчет с решением (не менее 5 задач)
9	Первая квадратичная форма поверхности	2	[o1, стр. 80-81]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
10	Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями Площадь поверхности	4	[o1, стр. 82-85]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
11	Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности	2	[o1, стр. 85-88]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).
12	Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны	4	[o1, стр. 88-93]	Доказательство теорем, сформулированных на лекциях без доказательства (в письменном виде).

## **ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по дисциплине «Дифференциальная геометрия» может использоваться следующий инструментарий:

- устный опрос;
- самостоятельное решение задачи у доски;
- блиц-опрос при обсуждении плана решения задачи и отдельных пунктов плана;
- контроль ведения рабочих тетрадей.

**ПРОТОКОЛ**  
**согласования учебной программы**  
**по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия»**

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Математики и методики преподавания математики	Нет необходимости изменять содержание учебной программы, поскольку при изучении этой дисциплины используется уже изученный дифференциальный и интегральный методы исследования	Протокол №10 от 27.04.2021 г.
Аналитическая геометрия и преобразования плоскости	Математики и методики преподавания математики	Нет необходимости изменять содержание учебной программы, поскольку при изучении этой дисциплины исследуются любые кривые и поверхности, заданные дифференцируемыми функциями, чего нельзя сказать о линиях и поверхностях, исследуемых аналитическим методом	Протокол №10 от 27.04.2021 г.